



**DELHI UNIVERSITY  
LIBRARY**

DELHI UNIVERSITY LIBRARY

Cl. No. B75:2

165.121

Ac. No. -42

15 11 1983 Date of release for loan

This book should be returned on or before the date last stamped below. An overdue charge of 5 Paise will be collected for each day the book is kept overtime.









۱۱  
سر

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# سکون سیالات

پروفیسر لونی کی کتاب ایلیمنٹس آف ہیڈریوٹکس کا اردو ترجمہ  
عثمانیہ یونیورسٹی کے بی۔ اے کی جماعتوں کے لئے

از

قاضی حسین صاحب ایم۔ اے  
پروفیسر ریاضی عثمانیہ یونیورسٹی کالج حیدر آباد دکن

۱۳۳۹ھ م ۱۳۳۰ھ ۱۹۲۱ء

مطبوعہ دارالکتاب

۷۷

532

L775 M

2483

یہ کتاب میکین کمپنی کی اجازت سے  
جن کو حقوق کاپی رائٹ حاصل ہیں  
طبع کی گئی ہے۔

۲۷۳: ۳

168N21

## فہرست مضامین

باب	مضمون	صفحات
۱	شیالی دباؤ	۱
۲	کشافت و کشافت اضافی	۱۹
	آئینہ	۲۴
۳	متجانس الاجز شیاں کے مختلف نقطوں پر دباؤ	۳۲
	کسی رقبہ پر کاکل دباؤ یا مجموعی دباؤ	۵۳
	ایک مستوی رقبہ پر کے دباؤ کا مرکز	۶۹
۴	کسی سطح پر کا حامل مجموعی دباؤ	۷۳
	حامل اتصالی دباؤ	۷۷
	حامل افقی دباؤ	۸۳
۵	تیرنے والے اجسام کا توازن	۱۰۱
	توازن کا قیام	۱۳۰
۶	اجسام کی اضافی کشائیں دریافت کرنے کے طریقے	۱۴۸
	کشافت اضافی کی بوتل	
	آبی میزان	۱۵۴
	معمولی مائع پیم	۱۶۴
	مکھن کا مائع پیم	۱۶۹
	لانٹرن	۱۷۷
۷	گیسیں	۱۸۳

باب	مضمون	صفحات
	بارپما	۱۹۰
	بائس کا کلیہ	۱۹۹
	چائیس کا کلیہ	۲۱۵
	بارپما کے ذریعہ بلندیوں کا معلوم کرنا	۲۲۲
	تائص بارپما	۲۳۰
۸	نیالات کے خواص کی تشریح کے لئے آلات اور طریق	
	ظرف غواص	۲۳۵
	معمولی پمپ	۲۵۳
	ہوا پمپ	۲۶۸
	براما کا شکنجہ	۲۸۶
	سیفن	۲۸۷
۹	دباؤ کا مرکز	۲۹۱
۱۰	گھومنے والے مائعات	۳۲۱
۱۱	متفرق مسائل	
	اچمال کا منحنی اور اچمال کی سطح	۳۴۱
	مرکز مابعد کا محل قیام توازن	۳۴۵
	ایسے طرفوں کے متاؤجن کے اندر نیال ہوں	۳۵۱
	متفرق مثالیں	۳۵۷
	ضمیمہ	۳۷۶
	جوابات	۳۸۱

بسم اللہ الرحمن الرحیم

## چند مشہور ہندسی ضابطے

دائرہ۔ اگر ایک دائرہ کا نصف قطر  $r$  ہو تو اس کا محیط  $= 2\pi r$  اور اس کا رقبہ  $= \pi r^2$

$$[\pi = 3.14159265 \dots \approx \frac{22}{7} \text{ تقریباً}]$$

اسطوانہ۔ اگر ایک اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر  $r$  ہو اور ارتفاع

$h$  ہو تو اس کی سطح کا رقبہ  $= \pi r^2$

اور اس کا حجم  $= \pi r^2 h$

کرہ۔ اگر ایک کرہ کا نصف قطر  $r$  ہو تو اس کی سطح کا رقبہ  $= 4\pi r^2$

اور اس کا حجم  $= \frac{4}{3}\pi r^3$

کرہ کے منطقہ کا رقبہ (منطقہ کرہ کی سطح کا وہ حصہ ہے جس کو دو متوازی مستوی سطحیں کرہ سے کاٹیں) = کرہ کا محیط  $\times$  متوازی سطحوں کے درمیان کا عمودی فاصلہ

$= \pi r^2$  جہاں  $r$  عمودی فاصلہ ہے۔

منطقہ کا مرکز ثقل اس خط کی تنصیف کرتا ہے جو متوازی سطحوں کے مرکوزوں کو ملاتا ہے۔

اگر دو متوازی مستوی سطحیں ایک کرہ کو کائیں اور ان سطحوں کے فاصلے کرہ کے مرکز سے لا اور لا ہوں تو کرہ کے اس حصہ کا حجم جو ان سطحوں کے درمیان واقع ہے

$$= \frac{\pi}{3} (l_1 - l_2) [ (l_1 + l_2 + l_3) - (l_1 + l_2 + l_3) ]$$

محفوظ۔ اگر ایک مخروط کا ارتفاع  $f$  ہو اور اس کے قاعدہ کا نصف قطر  $r$  تو اس کی سطح کا رقبہ  $= \frac{1}{2} \times \text{ضلع مائل} \times \text{قاعدہ کا محیط}$

$$= \pi r f + \pi r^2$$

اس کا حجم  $= \frac{1}{3} \times \text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ کا رقبہ}$

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 f$$

مخروط ناقص کا حجم  $= \frac{\pi}{3} d (l_1 + l_2 + l_3)$

جہاں  $l_1, l_2$  اس کے مستدیر سروں کے نصف قطر ہیں اور سروں کا عمودی فاصلہ ایک دوسرے سے  $d$  ہے۔

گردشی مکانی نما۔ یہ مجسم، قطع مکانی کو اس کے محور کے گرد گھمانے سے حاصل ہوتا ہے۔

اگر ایک مستوی سطح اس کے محور پر عمود ہو تو جو حصہ یہ سطح اس مجسم سے کاٹے گی اس کا حجم  $=$  اس اسطوانہ کا نصف حجم جو اس مستوی سطح پر کھڑا ہو اور جس کا ارتفاع وہی ہو جو حصہ مذکور کا ہے

$$= \frac{1}{2} \times \text{مستوی قاعدہ کا رقبہ} \times \text{ارتفاع}$$

# باب اول

## سیالی دباؤ

۱۔ علم سکون میں ہم نے استوار اجسام کے توازن پر بحث کی ہے اور ہم جانتے ہیں کہ استوار جسموں کے ترکیبی ذروں کے باہمی فاصلے ہمیشہ وہی رہتے ہیں یعنی اُن کے ذرے اپنے اضافی مقامات کو بلحاظ ایک دوسرے کے نہیں بدلتے۔ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ استوار جسم کی ایک خاص شکل اور جسامت ہوتی ہے۔ علم سکون میں اشارۃً ہم نے یہ بھی بتا دیا تھا کہ اس قسم کے جسم قدرت میں نہیں ملتے۔ لیکن ایسے اجسام بکثرت موجود ہیں جو اوپر کی تعریف کو قریب قریب پورا کرتے ہیں۔

سکون سیالات میں ہم ایسے اجسام کے توازن پر بحث کریں گے جیسے پانی، تیل، گیس وغیرہ، ایسے جسموں کی مشترک اور مشہور خاصیت یہ ہے کہ ان کے اجزاء ایک دوسرے سے یچھا آسانی اور سہولت سے جدا ہو سکتے ہیں۔

اگر ایک نہایت ہی باریک پتھرے کو کنارے کے بل پانی میں دھکیلیں تو پتھرے کی حرکت کو روکنے کے لئے نہایت ہی کم



مزاحمت محسوس ہوگی۔ یعنی رگڑ کی قسم کی قوت پتھرے کی سطح کی سمت میں نہایت ہی خفیف ہوگی۔ دراصل کوئی سیال ایسا نہیں ہے جس میں یہ قوت بالکل معدوم ہوتی ہو لیکن اس کتاب میں شروع سے آخر تک ہم یہ فرض کریں گے کہ ہمارے سرے پانی پر بحث میں یہ قوت بالکل معدوم ہوتی ہے۔

ایسے فرضی سیال کو سیال کامل کہتے ہیں۔ باقاعدہ طور پر ہم اس کی تعریف اگلی دفعہ میں کریں گے۔

۲۔ ایسا خیال کرو کہ سیال کے اندر ایک چھوٹی مستوی سطح کہیں واقع ہے اس کے دونوں طرف سیال کے جو دو حصے ہیں وہ ایک دوسرے پر عمل کرتے ہیں اور ان کے تعامل کو دو حصوں میں تحلیل کیا جاسکتا ہے ایک سطح فاصل کی عمودی سمت میں اور دوسرے اس کے متوازی پہلی قوت کو عمودی اور دوسری کو مماسی قوت کہتے ہیں۔

سیال کامل۔ تعریف۔ سیال کامل وہ شے ہے جس کی شکل کسی مماسی قوت کو (خواہ وہ کتنی ہی قلیل ہو) کافی دیر تک لگانے سے بدل دی جاسکتی ہے، اور جس کے حصے اس کی باقی مقدار سے بآسانی جدا ہو سکتے ہیں، اور جس کے مختلف حصوں میں کسی قسم کی مماسی قوت یعنی رگڑ کی قسم کی قوت عمل نہیں کرتی۔ پانی اس حالت میں جبکہ یہ حرکت کر رہا ہو سیال کامل کی تعریف کو پورا نہیں کرتا۔

مثلاً اگر ہم ایک پیالے میں پانی کو گھمانا شروع کریں تو رگڑ کی قسم کی

جو مزاحمتیں پانی اور پیلے کے درمیان ہیں اور جو پانی کے مختلف حصوں کے درمیان غل کرتی ہیں وہ پانی کو جلد حالت سکون میں لے آئینگے، لیکن جب پانی حرکت نہ کر رہا ہو تو اس وقت اس کو علی طور پر سیال کامل کہا جاسکتا ہے۔

۳۔ سیالات کی پھر دو قسمیں ہیں، مائعات اور گیسین۔ مائعات ایسی اشیاء ہیں جیسے پانی اور تیل، ان کی مشہور خاصیت یہ ہے کہ یہ مطلق دب نہیں سکتے اور نہ دبنے والا سیال وہ ہے جس کا کل حجم (یعنی وہ جگہ جو یہ گھیرتا ہے) کسی قوت کے لگانے سے خواہ وہ کتنی ہی بڑی ہو کم یا زیادہ نہ ہو سکے اگرچہ ایک چھوٹی سے چھوٹی قوت اس کی شکل کو آسانی بدل دے۔ فی الحقیقت سب مائعات بہت بڑے دباؤ کے زیر غل کسی نہ کسی حد تک دب جاتے ہیں۔ مثلاً کرہ ہوائی کے دباؤ کا تقریباً ۲۰۰ گنا، پانی کے کسی حجم کو صرف بقدر  $\frac{1}{1000}$  ویں حصہ حجم کے کم کرے گا۔ لیکن حجم کی اس تکلیل کمی کو ہم نظر انداز کریں گے اور مائعات کو ایسے سیال تصور کریں گے جو بالکل بے پچک ہوں یعنی بالکل دب نہ سکیں۔

برعکس ان کے، گیسین وہ سیال ہیں جن کا حجم آسانی سے بدل سکے یعنی جو آسانی دب سکیں۔

اگر ایک ظرف کے اندر بچہ کے کھیلنے کی گیند رکھ دی جائے جسکے اندر ہوا ہو، اور ہوا پمپ کے ذریعہ اس ظرف کی ہوا خارج کی جائے تو گیند حجم میں بڑھ جائے گی۔ اگر گیند کی سطح پر کوئی سوراخ ہو تو ہوا پھیل کر ظرف کو بھر دے گی خواہ ظرف کا حجم کچھ ہی ہو۔

۴۔ مائع اور گیس کی باضابطہ تعریفات یہ ہو سکتی ہیں۔

مائع کامل وہ سیال ہے جو بالکل نہ دب سکے۔

گیس وہ سیال ہے جس کی کوئی محدود مقدار فنا کے بڑے سے بڑے حصہ کو بھر دے اگر اس دباؤ کو جو اس پر عمل کر رہا ہو کافی طور پر کم کر دیا جائے۔

۵۔ پس ایک جسم استوار، مائع اور گیس کے باہمی فرق اس طرح بیان ہو سکتے ہیں۔ کامل طور پر استوار جسم وہ ہے جو ایک خاص حجم اور خاص شکل رکھتا ہو۔

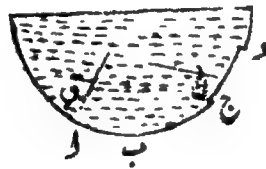
مائع کامل کا ایک خاص حجم ہوتا ہے لیکن اس کی کوئی خاص شکل نہیں ہوتی۔

گیس کامل کا نہ کوئی خاص حجم ہوتا ہے اور نہ کوئی خاص شکل۔  
۶۔ لزج سیال۔ کوئی سیال ایسا نہیں جسے کامل کہ سکیں، بہت سے سیال ایسے ہیں (جیسے شیرہ۔ شہد اور تار کول) کہ اگر ان کی شکل بدلنے کی کوشش کی جائے تو ان کی مزاحمت پر غالب آنے کے لئے بہت زور لگانا پڑتا ہے، اس قسم کے سیال جن کی متصل تہوں کے درمیان ماسی عمل یا جڑی زور اتنا ہو کہ نظر انداز نہ ہو سکے ان کو لزج سیال کہتے ہیں۔

۷۔ کسی نقطہ پر کا دباؤ۔ فرض کرو کہ ایک برتن کے پہلو میں ایک سوراخ کر دیا گیا ہے اور ایک تختی اس پر لگا دی گئی ہے جو اس پر خوب منطبق ہوتی ہے۔ اب اگر اس برتن میں کوئی سیال ڈالا جائے تو تختی صرف اس صورت میں ساکن رہ سکے گی جبکہ کوئی

بیرونی قوت اس کو سہارنے کے لئے لگائی جائے۔ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ لازماً سیال تختی پر قوت لگاتا ہے۔ نیز بموجب تعریف سیال کی یہ قوت اس تختی کے ہر جزو پر عموداً عمل کرتی ہے۔

اب اگر تختی کے رقبہ کے ہر مساوی جزو پر سیال یکساں قوت لگائے تو جو قوت تختی کے کسی نقطہ  $N$  کے گرد رقبہ کی ایک اکائی پر عمل کرتی ہے اس کو نقطہ  $N$  پر کا دباؤ کہتے ہیں۔ لیکن اگر تختی کے ہر مساوی جزو پر سیال یکساں قوت نہ لگائے جیسے تختی ج  $D$  پر تو نقطہ  $N$  پر کا دباؤ اس قوت سے تعبیر ہوگا جو سیال زیر بحث  $N$  پر کے رقبہ کی ایک اکائی پر لگاتا ہے بشرطیکہ یہ مان لیا جائے کہ رقبہ کی اس اکائی پر دباؤ یکساں ہے اور اس دباؤ کے برابر ہے جو  $N$  پر کے لا انتہا قلیل رقبہ پر عمل کرتا ہے



اگر کوئی نقطہ  $Q$  سیال کے اندر واقع ہو تو اس نقطہ پر کا دباؤ اس طرح معلوم ہو سکتا ہے۔ فرض کرو کہ ایک نہایت ہی چھوٹی استوار تختی جس کا رقبہ  $A$  مربع فٹ ہے نقطہ  $Q$  پر رکھ دی گئی ہے

اور نقطہ ق ٹھیک اس پر واقع ہوتا ہے، نیز فرض کرو کہ اس تختی کے ایک طرف مکمل سیال نکال دیا گیا ہے اور تختی کو ساکن رکھنے کے لئے ایک  $\frac{1}{2}$  پونڈ وزن کی قوت لگانی پڑتی ہے تب نقطہ ق پر کا دباؤ  $\frac{1}{2}$  پونڈ وزن فی مربع فٹ کی قوت کے برابر ہوگا۔

۸۔ اکائیوں کے فٹ، پونڈ نظام میں دباؤ کی اکائی جو نظریات میں مستعمل ہے وہ ایک پونڈل فی مربع فٹ ہے اور سنتی میٹر گرام، ٹنائیہ (س، آ، ٹ) نظام میں یہ اکائی ایک ڈائن فی مربع سنتی میٹر ہے۔

لیکن علیات میں ایک سیال کے کسی نقطہ پر کا دباؤ اس طرح بیان نہیں کیا جاتا کہ یہ اتنے پونڈل فی مربع فٹ ہے بلکہ بالعموم اس کو اس طرح بیان کرتے ہیں کہ دباؤ فی مربع انچ اتنے پونڈ وزن کے برابر ہے۔ اس میں شک نہیں کہ نظری حسابات میں دباؤ کو پونڈ لون میں بیان کرنا زیادہ سودمند ہے، اس کو جب چاہیں پونڈ وزن فی مربع انچ کی رقوم میں بیان کر سکتے ہیں اسی طرح سے (س، آ، ٹ) نظام میں بھی دباؤ کو علی طور پر اس طرح بیان کرتے ہیں کہ یہ اتنے گراموں کا وزن فی مربع سنتی میٹر ہے۔

جن اوقات سہولت کی خاطر ایسے دباؤ کو جو فٹ پونڈ نظام کے موافق بیان کیا گیا ہو (س، آ، ٹ) نظام میں منتقل کرنے کی ضرورت پڑتی ہے، اکائیوں کے ان تقاضوں کے باہم تقریبی تعلقات یہ ہیں۔

۱ انچ = ۲.۵۴ سنتی میٹر      ایک سنتی میٹر = ۳.۹۳۷ انچ

۱ پونڈ = ۴۵۳.۵۹ گرام      ایک گرام = ۰.۰۰۲۲۰۴ پونڈ

اس نے فی مربع انچ ایک پونڈ وزن کا دباؤ

= فی (۲۱۵۴) مربع سنتی میٹر ۴۵۳۱۶ گرام وزن کا دباؤ

= فی مربع سنتی میٹر  $\frac{۴۵۳۱۶}{(۲۱۵۴)}$  گرام وزن کا دباؤ۔

فی مربع سنتی میٹر ۳۰.۵ گرام وزن کا دباؤ  
اسی طرح سے فی مربع سنتی میٹر ایک گرام وزن کا دباؤ  
= فی (۱۳۹۳۰) مربع انچ ۱۰۰۲۲۰۴ پونڈ وزن کا دباؤ

= فی مربع انچ  $\frac{۱۰۰۲۲۰۴}{۲(۱۳۹۳۰)}$  پونڈ وزن کا دباؤ

= فی مربع انچ ۰.۱۴۲ پونڈ وزن کا دباؤ۔

۹۔ سیالی دباؤ کا انتقال۔

اگر کسی سیال کی سطح پر کوئی دباؤ ڈالا جائے تو یہ دباؤ سیال کے سب حصوں میں مساوی طور پر منتقل ہو جاتا ہے۔

اس مسئلہ کو تجربی طور پر ہم اس طرح ثابت کر سکتے ہیں۔

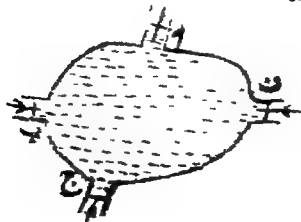
فرض کرو کہ کسی شکل کا کوئی ظرف ہے اور اس میں کوئی سیال بھرا ہے

نیز فرض کرو کہ کئی ایک مختلف رقبوں کے چھوٹے بڑے سوراخ

ا، ب، ج، د، ع، ف، غ، ط، ی، ز میں موجود ہیں جن کو خوب پھنس کر

آنے والے فشاروں سے بند کیا گیا ہے، ان فشاروں پر مختلف

قوتیں لگائی جاسکتی ہیں۔



فرض کرو کہ ان فشاروں کے رقبے  $a$ ،  $b$ ،  $c$ ،  $d$ ،  $e$ ،  $f$ ،  $g$ ،  $h$ ،  $i$ ،  $j$ ،  $k$ ،  $l$ ،  $m$ ،  $n$ ،  $o$ ،  $p$ ،  $q$ ،  $r$ ،  $s$ ،  $t$ ،  $u$ ،  $v$ ،  $w$ ،  $x$ ،  $y$ ،  $z$  ہیں اور یہ فشارے مناسب قوتوں کے زیر عمل توازن میں ہیں۔ اگر  $a$  پر مزید قوت  $d \times a$  لگائی جائے [یعنی  $a$  پر کے رقبہ کی ہر اکائی پر  $d$  پونڈ وزن کا مزید دباؤ ڈالا جائے] تو یہ معلوم ہوگا کہ  $b$  پر  $d \times b$  پونڈ وزن،  $c$  پر  $d \times c$  پونڈ وزن،  $e$  پر  $d \times e$  پونڈ وزن، وغیرہ وغیرہ کی مزید قوتیں لگائی پڑتی ہیں۔ پس معلوم ہوگا کہ اگر  $a$  پر کے رقبہ کی ہر ایک اکائی پر  $d$  پونڈ وزن کا دباؤ زیادہ کر دیا جائے تو اس کا یہ نتیجہ ہوتا ہے کہ  $b$  کے رقبے کی ہر ایک اکائی پر  $d$  پونڈ وزن کا دباؤ زیادہ ہو جاتا ہے اور اسی طرح سے باقی فشاروں  $c$ ،  $d$ ،  $e$ ،  $f$ ،  $g$ ،  $h$ ،  $i$ ،  $j$ ،  $k$ ،  $l$ ،  $m$ ،  $n$ ،  $o$ ،  $p$ ،  $q$ ،  $r$ ،  $s$ ،  $t$ ،  $u$ ،  $v$ ،  $w$ ،  $x$ ،  $y$ ،  $z$  میں سے ہر ایک کی یہی کیفیت ہے۔ اس نے مسئلہ ثابت ہوا۔

۱۰۔ ایک ساکن سیال میں کسی نقطہ پر کا دباؤ ہر سمت میں ہی ہوتا ہے۔

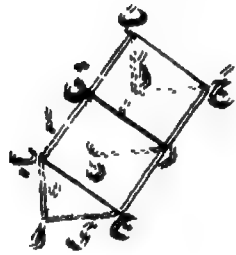
یہ مسئلہ ذرا پہلے کی تحویلی سی تجربہ سے تجربی طریق پر ثابت ہو سکتا ہے۔ فرض کرو کہ چندہ فٹ سینا ہے کہ اس کو چھڑا کر کسی خاص مقام پر عمل میں لائے ہیں۔ یعنی اس کی سطح کو کسی ایک فشار (توازن) کی سطح کے متوازی کر دیتے ہیں یا اس کو کسی اور مقام پر یا اس کی سطح پر۔ تجربہ سے معلوم ہوگا کہ اگر  $a$  پر کے رقبہ کی ہر ایک اکائی پر دباؤ  $d$  کا اضافہ کیا جائے تو خواہ قوت  $d$  کسی محل میں ہو اس کے رقبہ کی ہر ایک اکائی پر دباؤ  $d$  کا اضافہ ہو جاتا ہے۔

۱۱۔ ذرا گذشتہ کا مسئلہ اس اسلامی اصول سے بھی حاصل ہو سکتا ہے۔

کہ ایک سیال کا دباؤ ایک ایسی سطح پر جو اس کو مس کرے ہمیشہ عمود وار ہوتا ہے۔

سیال کے ایک ایسے حصہ پر غور کرو جس کی شکل مثلثی منشور کی ہو۔ فرض کرو کہ اس کا قاعدہ  $ABC$  اور  $DEF$  متوازی الاضلاع ہے اور اس کا مستطیل پہلو  $AB$  اور نیز مثلثی پہلو  $ABC$  اور  $DEF$  ہیں۔

فرض کرو کہ منشور کی لمبائی  $AD$  جڑائی  $BC$  اور اونچائی  $AB$  کی طول میں نہایت ہی کم ہیں اور فرض کرو کہ  $AB$   $BC$   $AD$  کے نقاط تنصیف بالترتیب  $N$ ،  $Q$ ،  $R$  ہیں۔



فرض کرو کہ  $AB$   $BC$   $AD$  کے طول بالترتیب  $l$ ،  $b$ ،  $h$  ہیں چونکہ کناروں  $AD$   $BC$  کے طول  $l$  ہی بہت کم ہیں اس لئے ہم پہلو  $AB$   $BC$  پر کے دباؤ کو یکساں خیال کر سکتے ہیں اور اگر اس کے رقبہ کی ہر اگائی پر دباؤ  $p$  ہو تو اس قوت کی کل مقدار جو سیال اس پہلو پر لگاتا ہے  $p \times b \times h$  ہوگی اور ظاہر ہے کہ یہ  $N$  کے نقطہ تنصیف پر عمل کرے گی۔

اسی طرح سے اگر  $AB$   $BC$   $AD$  کے رقبوں پر



فی اکائی دباؤ بالترتیب  $\bar{d}$  اور  $\bar{d}$  ہوں تو ان رقبوں پر عمل کرنیوالی قوتوں کی مقداریں بالترتیب  $\bar{d} \times \text{لا}$  اور  $\bar{d} \times \text{لا} \times \text{ق}$  نہ ہونگی اور وہ بالترتیب  $\bar{d} \times \text{ق}$  اور  $\bar{d} \times \text{ق} \times \text{لا}$  کے نقاط تنصیف پر عمل کریں گی۔

فرض کرو کہ سیال کے حجم کی ایک اکائی کا وزن  $\bar{w}$  ہے، چونکہ منشور کا حجم  $\frac{1}{2} \times \text{رقبہ} \times \text{بلندی}$  یعنی  $\frac{1}{2} \times \text{لا} \times \text{ق}$  ہے اس لئے سیالی منشور کا وزن  $= \bar{w} \times \frac{1}{2} \times \text{لا} \times \text{ق}$  اور یہ مثلث  $\bar{d} \times \text{ق}$  کے مرکز ثقل میں سے شاقولی سمت میں عمل کرتا ہے یہ وزن اور تینوں قوتیں جو منشور کے پہلوؤں پر عمل کرتی ہیں باہم متوازن ہیں کیونکہ اگر ایسا نہ ہو تو منشور ان کے زیر عمل حرکت کرنا شروع کرے گا۔

اس لئے افقی سمت میں تحلیل کرنے سے

$$\bar{d} \times \text{لا} \times \bar{d} = \bar{d} \times \text{لا} \times \text{ق} \times \text{رجب} \quad (1-90) \\ \bar{d} \times \text{لا} \times \bar{d} = \bar{d} \times \text{لا} \times \text{ق} \times \text{رجب} \times \text{لا} \times \text{ق}$$

$$\text{اس لئے } \bar{d} = \bar{d} \times \text{لا} \times \text{ق} \times \text{رجب} \times \text{لا} \times \text{ق} \quad (1)$$

نیز انتصابی سمت میں تحلیل کرنے سے

$$\bar{d} \times \text{لا} \times \bar{d} = \bar{d} \times \text{لا} \times \text{ق} \times \text{رجب} \times \text{لا} \times \text{ق} \quad (2-90) \\ \bar{d} \times \text{لا} \times \bar{d} = \bar{d} \times \text{لا} \times \text{ق} \times \text{رجب} \times \text{لا} \times \text{ق}$$

$$\bar{d} \times \text{لا} \times \bar{d} = \bar{d} \times \text{لا} \times \text{ق} \times \text{رجب} \times \text{لا} \times \text{ق}$$

$$\text{اس لئے } \bar{d} = \bar{d} \times \text{لا} \times \text{ق} \times \text{رجب} \times \text{لا} \times \text{ق} \quad (2)$$

اب فرض کرو کہ منشور کے اضلاع لا انتہا چھوٹے ہیں۔ (اگر ایسا

ہو تو د، د، د نقطہ ن پر کے دباؤ ہوں گے جو نقطہ ن پر بالترتیب  
اسات ن، ن، ن اور ق ر پر عمودی سمتوں میں عمل کر نیلے اس صورت  
میں مقدار د  $\times \frac{1}{4}$  ما لانتہا قلیل ہو جائے گی اور اس لئے  
نظر انداز ہو سکے گی۔

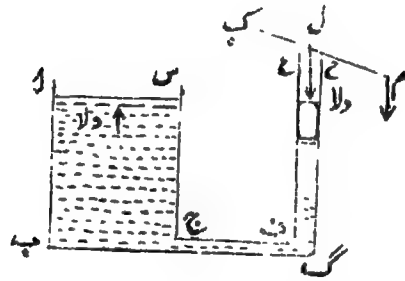
تب مساوات (۲) سے حاصل ہوگا

$$D = D$$

یعنی  $D = D = D$

اب ق ر کی سمت متعین نہیں کی گئی، اس کی سمت جو ہم  
چاہیں ہو سکتی ہے اور بنا بریں د کی سمت جو ق ر پر عمود  
ہے جو ہم چاہیں ہو سکتی ہے۔ اس لئے معلوم ہوا کہ ن پر کے  
سیال کا دباؤ سب سمتوں میں وہی ہے۔

۱۲۔ براما کا آبی شکنجہ۔ براما کا شکنجہ سیالی دباؤ کو منتقل کرنے کی  
ایک سادہ مثال ہے۔



اس کی نہایت سادہ شکل یہ ہے، اس میں دو اسطوانے (بج س  
اور ع ف گ ح) ہوتے ہیں جن میں پانی بھر دیا جاتا ہے، اور  
ایک نالی ج گ ان اسطوانوں کو ملاتی ہے۔ ایک اسطوانے کی

عمودی تراش دوسرے کی عمودی تراش سے بہت بڑی ہوتی ہے۔ ہر اسطوانہ میں ایک خوب پھنس کر آئیوالا فشارہ ہوتا ہے جس میں سے پانی نہیں گزر سکتا۔

فرض کرو کہ ان فشاروں کی تراشوں کے رقبے  $\Delta$  اور  $\Delta'$  ہیں۔ نیز چھوٹے فشارہ کے رقبہ پر فی اکائی  $\Delta$  پونڈ وزن کے حساب سے دباؤ ڈالا جاتا ہے، یعنی کل قوت جو اس پر لگائی جاتی ہے  $\Delta \times \Delta$  پونڈ وزن کے مساوی ہے۔

دفعہ ۹ کی رو سے یہ دباؤ جو رقبہ کی ایک اکائی پر  $\Delta$  پونڈ وزن کے حساب سے لگایا گیا ہے کل سیال میں منتقل ہو جائے گا یعنی کل زور یا دباؤ جو بڑے فشارہ کی سطح پر جا کر پڑے گا وہ  $\Delta \times \Delta$  پونڈ وزن کے مساوی ہوگا۔

یہ زور بڑے فشارہ کی سطح پر  $\Delta \times \Delta$  پونڈ وزن کے ایک جسم کو سہارے گا۔

$$\text{اس لئے} \quad \frac{\Delta}{\Delta'} = \frac{\Delta \times \Delta}{\Delta' \times \Delta} = \frac{\text{سہارے ہوئے جسم کا وزن}}{\text{قوت جو لگائی گئی ہے}}$$

پس معلوم ہوا کہ چھوٹے فشارہ پر جو قوت لگائی جائے وہ نسبت  $\frac{\Delta}{\Delta'}$  یعنی اسطوانوں کے رقبوں کی نسبت سے ضرب کھا جاتی ہے۔

اوپر کی تحقیقات میں فشاروں کے اوزان کو اور نیز اسطوانوں میں جو سیال ہے اس کی اونچائیوں کے فرق کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

چھوٹے فشارہ پر دباؤ بالعموم ایک بڑے  $\Delta$  کے ذریعہ ڈالا جاتا ہے،

جو اپنے ثابت سرے کی کے گرد بلا تکلف حرکت کر سکتا ہے،  
م پر قوت لگائی جاتی ہے اور نقطہ ل کو چھوٹے فشار کے  
ساتھ ایک استوار سلاخ کے ذریعہ وصل کر دیا جاتا ہے۔

اگر ہم چھوٹے فشار کے رقبہ کو نہایت ہی کم کر دیں اور بڑے  
فشار کے رقبہ کو لا انتہا بڑھا دیں تو نظری تحقیق کی رُو سے ہم  
اس قوت کو جو لگائی گئی ہے جتنا چاہیں بڑھا سکتے ہیں، عملی  
طور پر قوت کی یہ تصنیف خاص حدود کے اندر ہی ہو سکتی ہے۔  
کیونکہ ایسا کر نیچے کے ضروری ہے کہ تاروں کے پہلو دباؤ کو سہارے  
لئے بہت ہی مضبوط بنائے جائیں۔

۱۳۔ مشق۔ ایک براہ کے شکنجہ میں چھوٹے فشار کا رقبہ  $\frac{1}{4}$  مربع انچ ہے  
اور بڑے فشار کا رقبہ ۲ مربع فٹ۔ اگر چھوٹے فشار پر ۲۰ پونڈ وزن  
کی قوت لگائی جائے تو معلوم کرو کہ بڑے فشار کے پر یہ کتنے  
وزن کو سہارے کے گی۔

جو سیال چھوٹے فشار کو سس کرتا ہے اس کے ہر ایک نقطہ پر کا دباؤ  
 $2 \div \frac{1}{4}$  یعنی ۸ پونڈ وزن فی مربع انچ کے برابر ہے۔

دفعہ ۹ کی رُو سے دباؤ کی یہ مقدار بڑے فشار کے ہر ایک مربع انچ  
پر جا کر عمل کرتی ہے جس کا رقبہ ۲۸۸ مربع انچ ہے۔

اسلئے کل دباؤ یا زور جو بڑے فشار پر عمل کرتا ہے  $288 \times 8$  یعنی ۲۳۰۴ پونڈ  
وزن یعنی  $\frac{5}{8}$  ٹن وزن کے برابر ہے۔

اسلئے بڑا فشار  $\frac{5}{8}$  ٹن وزن کو سہارے کے گا۔

۱۴۔ براہ کا شکنجہ کام کے اصول کی جو علم سکون کی دفعہ ۲۰۰ میں

بیان ہوا ہے ایک عمدہ مثال ہے۔ چھوٹے اسطوانہ کے پانی کی کمی بڑے اسطوانہ کے پانی کی زیادتی کے مساوی ہے، اس لئے

$$\lambda \times \text{ما} = \text{لا} \times \text{ما}$$

جہاں ما اور ما اُن فاصلوں کو تعبیر کرتے ہیں جو بڑا اور چھوٹا فشارہ بالترتیب طے کرتا ہے۔

$$\text{اسلئے } \frac{\lambda}{\text{ما}} = \frac{\text{لا}}{\text{ما}}$$

$$\text{اسلئے } \frac{\lambda}{\text{ما}} = \frac{\text{لا}}{\text{ما}} = \frac{\text{وہ قوت جو بڑا فشارہ لگاتا ہے}}{\text{وہ قوت جو چھوٹا فشارہ لگاتا ہے}}$$

اسلئے وہ قوت جو بڑا فشارہ لگاتا ہے  $\times \text{ما}$

= وہ قوت جو چھوٹا فشارہ لگاتا ہے  $\times \text{ما}$

یعنی معلوم ہوا کہ جتنا کام بڑا فشارہ کرتا ہے وہ اس کام کے مساوی ہے جو چھوٹے فشارہ پر کیا گیا ہے۔

اسلئے کام کا اصول اس صورت میں صحیح ہے۔

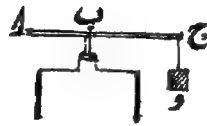
### ۱۵۔ محافظ کھلمندن

محافظ کھلمندن سیالوں کے دباؤ کی ایک اور عمدہ مثال ہے۔ انجن کے جوشدان میں ممکن ہے کہ بعض اوقات بھاپ کا دباؤ اتنا زیادہ ہو جائے کہ جوشدان کی مضبوطی اسکی متحمل نہ ہو سکے۔ اس صورت میں جوشدان کے پھٹنے کا اندیشہ ہوگا، محافظ کھلمندن کا یہ فائدہ ہے کہ جب بھاپ کا دباؤ ایک ایسی حد سے زیادہ ہوگا جو جوشدان کی مضبوطی کے لحاظ سے نامناسب ہو تو بھاپ کو

خارج ہونے کا راستہ دیدیا جائے۔

ایک قسم کے محافظ کھلمدن کی شکل ذیل میں دی گئی ہے، جو شدان کے پہلو میں ایک گول سوراخ ہے جس کے اندر ایک ڈاٹ یا ڈھٹی پھنس کر آتی ہے، اس ڈاٹ کو ایک بیرم یا سلاخ اب ج کے ساتھ نقطہ ب پر لگا دیا گیا ہے اور بیرم کا ایک سر ا مشین کے کسی ثابت حصہ کے ساتھ پیوست کر دیا گیا ہے۔

بیرم ا ب ج نقطہ ا کے گرد حرکت کر سکتا ہے اور اسکے دوسرے سرے پر وزن ٹکا دئے جاسکتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ بھاپ کا دباؤ اور ج پر کا وزن بیرم کو متقابل جانوں میں پھرانے کی قابلیت رکھتے ہیں۔ جب بھاپ کے دباؤ کا معیار اثر نقطہ ا کے گرد ج پر کے وزن کے معیار اثر سے بڑا ہوگا تو ڈاٹ اوپر کو اٹھگی اور کچھ بھاپ خارج ہو کر دباؤ کم ہو جائے گا۔



اور قسم کے کھلمدنوں میں بیرم ا ب ج نہیں ہوتا اور ڈاٹ کی جگہ ایک گول پردہ یا کھلمدن ہوتا ہے جس کے ساتھ وزن بندھتے ہوتے ہیں۔ اور وہ اپنے محیط کے ایک نقطہ کے گرد حرکت کر سکتا

مثال - ایک محافظ کھلمدن کے سیرم کے بازو ۱ انچ اور ۱۸ انچ ہیں، بڑے بازو کے سرے پر ایک ۲۰ پونڈ کا وزن لٹکایا گیا ہے، اگر کھلمدن کا رقبہ  $\frac{1}{4}$  مربع انچ ہو تو معلوم کرو کہ جوشندان کے اندر زیادہ سے زیادہ کتنا دباؤ رکھنا مناسب خیال کیا گیا ہے۔

اگر مطلوبہ دباؤ فی مربع انچ ۵ پونڈ وزن کے مساوی ہو تو قوت کی کل مقدار جو بھاپ کھلمدن پر لگائی ہے

$$= 5 \times \frac{1}{4} \text{ پونڈ وزن}$$

جب کھلمدن عین اٹھنے کو ہوتا ہے اس وقت  $\frac{3}{4}$  اور ۲ پونڈ وزن کی قوتیں جو بالترتیب ۱ انچ اور ۱۸ انچ لمبے بازوؤں کے سروں پر عمل کرتی ہیں توازن پیدا کرتی ہیں

$$18 \times 20 = 1 \times \frac{3}{4}$$

$$\therefore 240 \text{ پونڈ وزن}$$

### امثلہ نمبر ۱

۱۔ ایک براما کے شلجہ میں بڑے اور چھوٹے فشاروں کے قط بالترتیب  $\frac{1}{4}$  دسی میٹر اور ۲ سنتی میٹر ہیں، چھوٹے فشارہ کے سر پر ایک کلو گرام وزن رکھا گیا ہے، معلوم کرو کہ بڑے فشارہ پر کتنا وزن سہارا جاسکتا ہے۔

۲۔ ایک براما کے شلجہ میں بڑے فشارہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے اور چھوٹے فشارہ کا  $\frac{1}{4}$  مربع انچ، معلوم کرو کہ چھوٹے فشارہ پر کتنی قوت لگائی جائے کہ بڑا فشارہ ایک ٹن وزن اٹھا سکے۔

۳۔ ایک حوض جبکہ پانی سے بھر کر بند کر دیا گیا ہے زیادہ سے زیادہ ۱۵۰۰ پونڈ وزن کا دباؤ فی مربع فٹ برداشت کر سکتا ہے۔ ایک نالی جس کی تراش  $\frac{1}{4}$  مربع انچ ہے حوض کے ساتھ ملا دی گئی ہے اور اس نالی کو پانی سے بھر دیا گیا ہے، اگر اس نالی کے خالی سرے پر ایک فشارہ لگا دیا جائے تو معلوم کرو کہ اس فشارہ پر زیادہ سے زیادہ کتنا وزن رکھا جاسکتا ہے کہ حوض کے پہلوؤں کے پھٹنے کا احتمال نہ ہو۔

۴۔ ایک برائے شے ۱۰ پونڈ وزن کی ایک قوت ایک ٹن وزن کا مجموعی دباؤ پیدا کرتی ہے، اگر فشارہ کے قطروں کی باہمی نسبت ۸ : ۱۱ ہو تو جس بیرم کے ذریعہ چھوٹے فشارہ پر دباؤ ڈالا جاتا ہے اس کے بازوؤں کے طولوں کی نسبت دریافت کرو۔

۵۔ ایک شکنجہ آبی کے اسطوانوں کے نصف قطر بالترتیب ۳ انچ اور ۶ فٹ ہیں، قوت ۲ فٹ لمبے بیرم کے سرے پر لگائی جاتی ہے اور چھوٹے فشارے کو نصاب سے ۲ انچ کے فاصلہ پر لگایا گیا ہے۔ اگر بڑے فشارہ پر ۱۰ ٹن وزن کا ایک جسم رکھ دیا جائے تو اس قوت کی مقدار دریافت کرو جو شکنجہ کے ذریعہ وزن مذکور کو اٹھانے کے لئے بیرم کے سرے پر لگانا پڑے گی۔ اگر شکنجہ کے اجزا زیادہ سے زیادہ ۱۵۰ پونڈ وزن فی مربع انچ برداشت کر سکیں تو بڑے سے بڑے وزن کی مقدار دریافت کرو جو مشین کے ذریعہ اٹھایا جاسکتا ہے۔

۶۔ ایک ظرف کو پانی سے بھر دیا گیا ہے اور اس کے منہ پر ایک پھنس کر آنے والا کلاک لگا دیا گیا ہے، اس کی کیا وجہ ہے کہ کلاک



ایک ذرا سا صدمہ برتن کو توڑ دینے کے لئے کافی ہو سکتا ہے۔  
 ۷۔ ایک محافظ کھلمدن کا جو بیرم ہے اس کے بازوؤں کے طول بالترتیب ۲ انچ اور ۲ فٹ ہیں۔ اور بڑے بازو کے سرے پر ۱۲ پونڈ کا وزن لگا دیا گیا ہے، اگر کھلمدن کا رقبہ ۱ مربع انچ ہو تو معلوم کرو کہ جس وقت کھلمدن اوپر اٹھتا ہے اس وقت جوشدان کے اندر کتنا دباؤ ہوتا ہے۔

۸۔ ایک گول محافظ کھلمدن کا قطر  $\frac{1}{2}$  انچ ہے اور کھلمدن کیساتھ کچھ وزن لگا کر اس کا کل وزن  $\frac{1}{2}$  پونڈ کر دیا گیا ہے، جس وقت کھلمدن عین اوپر اوٹھنے کو ہو اُس وقت جوشدان کے اندر بھاپ کا دباؤ دریافت کرو۔

۹۔ ایک انجن کے جوشدان میں محافظ کھلمدن کا وزن ۱۶ پونڈ ہے اور اس کی تراش  $\frac{1}{8}$  مربع انچ ہے، بھاپ کے اُس دباؤ کی مقدار دریافت کرو جو محافظ کھلمدن کو اٹھانے کے لئے عین کافی ہو۔



# باب دوم

## کثافت اور کشافت اضافی

۱۶۔ کثافت - تعریف ایک متجانس الاجزا جسم کی کثافت سے مادہ کی وہ مقدار (یا کمیت مادہ) مراد ہے جو اس کے حجم کی ایک اکائی میں موجود ہو۔

اگر خالص پانی کی تپش  $۴۰^{\circ}$  سنتی گریڈ ہو تو اس کے ایک مکعب فٹ کی کمیت ۱۰۰۰ اونس یعنی  $۶۲\frac{1}{4}$  پونڈ ہوتی ہے۔ پس معلوم ہوا کہ پانی کی کثافت  $۶۲\frac{1}{4}$  پونڈ فی مکعب فٹ ہوتی ہے۔

ایک گرام اُس پانی کی مقدار مادہ ہے جس کی تپش  $۴۰^{\circ}$  سنتی گریڈ ہو اور جو ایک مکعب سنتی میٹر جگہ کو بھر دے۔ اسلئے  $۴۰^{\circ}$  سنتی گریڈ تپش والے پانی کی کثافت ایک گرام فی مکعب سنتی میٹر ہے۔ ہم نے گرام کی تعریف کرنے میں ایک خاص تپش والے پانی کو لینا ضروری سمجھا

ہے، اس کی وجہ یہ ہے کہ پانی کی ایک مفروضہ کمیت کا حجم بدلتا ہے جیسے تپش بدلتی ہے، اگر ہم پانی کی ایک خاص مقدار مادہ (مثلاً اپونڈ) لیں اور اس کو نقطۂ جوش  $۱۰۰^{\circ}$  سنتی گریڈ (یعنی  $۲۱۲^{\circ}$  فارن ہیت) سے بتدریج ٹھنڈا کرنا شروع کریں تو معلوم ہوگا کہ اس کا حجم بتدریج کم ہوتا

جاتا ہے جبکہ کہ پیش ۴ سنتی گریڈ (۳۹۵۲ فارین ہیت) نہ ہو جائے، اگر پیش کو اور کم کیا جائے تو پانی کے ایک پونڈ کا حجم بڑھنے لگتا ہے اور یہ بڑھتا جاتا ہے جبکہ کہ درجہ انجماد کی نوبت نہ آجائے، اس معلوم ہوا کہ پانی کا ایک پونڈ ۴ سنتی گریڈ پر بہ نسبت کسی اور پیش والے پانی کے کم جگہ گھیرتا ہے۔

یعنی پانی کے ایک دے ہوئے حجم میں ۴ سنتی گریڈ پر بہ نسبت کسی اور پیش کے زیادہ پانی ہوتا ہے۔

یعنی پانی کی کناف ۴ سنتی گریڈ پر بہ نسبت کسی اور پیش کے زیادہ ہوتی ہے۔ پارہ کے ایک کعب فٹ کی کیت پانی کے ایک کعب فٹ کی کیت کا ۱۳۵۹۶ گنا ہوتی ہے اس لئے پارہ کی کثافت تقریباً  $\frac{1}{13596} \times 62$  پونڈ فی کعب فٹ ہوتی ہے۔

اگر ہم سنتی میٹر، گرام اکائیاں استعمال کریں تو پارہ کی کثافت ۱۳۵۹۶ گرام فی کعب سنتی میٹر ہوئی۔

۱۷۔ بعض اوقات یہ مناسب ہوتا ہے کہ جو کثافتیں فٹ پونڈ نظام میں بیان کی گئی ہوں ان کو س، گ، کث نظام میں منتقل کیا جائے اور برعکس اس کے۔

جیسا دفعہ ۸ میں اس کا کچھ ذکر ہوا

۱ فٹ = ۳۰.۴۸ سنتی میٹر، ۱ سنتی میٹر = ۰.۳۲۸ فٹ

۱ پونڈ = ۴۵۳.۶ گرام، ۱ گرام = ۰.۰۰۲۲۰۴ پونڈ

اس لئے کثافت ایک پونڈ فی کعب فٹ

= کثافت ۴۵۳.۶ گرام فی (۳۰.۴۸) کعب سنتی میٹر

$$= \text{کثافت} \frac{۲۵۳۶۶}{۳(۳۰.۵۴۸)} \text{ گرام فی مکعب سنتی میٹر}$$

$$= ۰.۱۶۰۲ \text{ گرام فی مکعب سنتی میٹر تقریباً}$$

$$\text{اسی طرح سے کثافت اگر گرام فی مکعب سنتی میٹر}$$

$$= \text{کثافت} ۰.۰۲۲۰۴ \text{ پونڈ فی } (۱۰.۳۲۸) \text{ مکعب فٹ}$$

$$= \text{کثافت} \frac{۵۰۰.۲۲۰۴}{۳(۱۰.۳۲۸)} \text{ پونڈ فی مکعب فٹ}$$

$$= \text{کثافت} ۱۶.۵۴ \text{ پونڈ فی مکعب فٹ تقریباً}$$

۱۸۔ اگر کسی شے کا وزن ۵۰ پونڈوں میں، ک اس کی کثافت  
ہو فی مکعب فٹ پونڈوں میں، ح حجم ہو مکعب فٹوں میں اور  
س اسراع ہو فٹ، ثانیہ اکائیوں میں جو جاذبہ ارض کی وجہ

سے پیدا ہوتا ہو تو  $و = ج ک ح$

کیونکہ اگر شے مذکورہ کی مقدار مادہ یا کمیت م ہو تو علم حرکت  
دفعہ ۶۸ کی رُو سے

$$و = م ج$$

نیز  $م =$  اس شے کے ح مکعب فٹوں کی کمیت

$$= ح \times \text{ایک مکعب فٹ کی کمیت}$$

$$= ح \times ک$$

$$و = ج ح ک$$

اسی طرح کاربط صحیح ہوگا اگر و کو ڈائمنوں میں،  
ک کو گراموں میں فی مکعب سنتی میٹر، ح کو مکعب

سنتی میٹروں میں اور ج کو سنتی میٹر، ثانیہ اکائیوں میں بیان کیا جائے۔

۱۹۔ کثافتِ اضافی - تعریف کسی شے کی کثافتِ اضافی سے وہ نسبت مراد ہوتی ہے جو اس شے کے کسی حجم کے وزن کو معیار کی شے کے مساوی حجم کے وزن کے ساتھ ہو۔

پس معلوم ہوا کہ کثافتِ اضافی ہمیشہ ایک عدد ہوگا۔  
سہولت کی خاطر عام طور پر ۴۰ سنتی گریڈ کے پانی کو معیاری شے قرار دیتے ہیں۔ چونکہ پارہ کے ایک مکعب فٹ کا وزن پانی کے ایک مکعب فٹ کے وزن کا ۱۳۱۵۹۶ گنا ہوتا ہے۔ اس لئے پارہ کی کثافتِ اضافی عدد ۱۳۱۵۹۶ ہے۔

جب ہم یہ کہتے ہیں کہ سونے کی کثافتِ اضافی ۱۹،۲۵ ہے تو معیاری شے سے پانی مراد ہوتا ہے، پس ایسا کہنے سے ہمارا یہ مطلب ہوتا ہے کہ سونے کے ایک مکعب فٹ کا وزن پانی کے ایک مکعب فٹ کے وزن کا ۱۹،۲۵ گنا ہے، یعنی سونے کے ایک مکعب فٹ کا وزن

$$= 19.25 \times \frac{1}{4} \text{ پونڈ تقریباً}$$

$$= 12.03 \text{ پونڈ وزن}$$

چونکہ جسموں کے وزن ان کی کمیتوں کے متناسب ہوتے ہیں اس لئے کثافتِ اضافی کی یہ تعریف بھی ہو سکتی ہے کہ کسی شے کی کثافتِ اضافی اس نسبت کو تعبیر کرتی ہے جو اس شے کے کسی حجم کی کمیت کو معیاری شے کے مساوی حجم کی کمیت کے

ساتھ ہو۔

بعض اوقات کسی شے کی کثافت اضافی کو اس کا "اضافی وزن" بھی کہتے ہیں۔

۲۰۔ گیسوں کی کثافت اضافی۔ چونکہ گیسیں پانی سے بہت ہلکی ہوتی ہیں اس لئے ان کی صورت میں پانی کو معیاری شے قرار نہیں دیتے، بلکہ ان کی اضافی کثافتیں دریافت کرنے میں ان کے کسی حجم کے وزن کا مقابلہ ہوا کے مساوی حجم کے وزن سے کرتے ہیں۔ جس کی پیش یہ سنتی گریڈ ہو جبکہ پارہ کے بارپیم (دفہ ۹۶) کی بندی ۷۰ ملی میٹر یعنی تقریباً ۳۰ انچ ہو۔ ان شرائط کے ماتحت ہوا کے ایک مکعب فٹ کی کمیت ۲۵ اونس ہوتی ہے۔

۲۱۔ ذیل کی جدول میں بعض مشہور اشیاء کی اضافی کثافتوں کی تقریبی قیمتیں مندرج ہیں۔

### ٹھوس اشیا

۲۱۵ سے ۲۱۶ تک	کلسی شیشہ	۲۱۵	پلاٹینم
۳۵۰ سے ۳۵۵ تک	سزنی شیشہ	۱۹۱۲۵	سونا
۱۵۹	ہاتھی دانت	۱۱۱۳	سیسہ
۱۰۰ سے ۱۰۱ تک	شاہ بلوت	۱۰۱۵	چاندی
۰۵۶	دیو دار	۸۵۹	تانبا
۰۱۴	چنار	۸۵۴	پتیل
۰۵۲۴	کاک	۷۵۸	لوہا

## یائعات : سنتی گریہ پر

پارہ ۱۳۵۹۶ ۵۵۵ ۱۱۰۳

گنڈک کا تیزاب ۱۵۸۵ الکحل ۵۸

گل سرین ۱۵۲۶ ایتھر ۵۳

۲۲۔ ایک جسم کی کثافت اضافی ض ہے، اس کے حجم ح کا وزن و ہے۔ اگر معیاری شے کے حجم کی اکائی کا وزن و ہو تو ثابت کر دکھ

$$و = ح \times ض \times و$$

جسم کے حجم کی ایک اکائی کا وزن

چونکہ ض =  $\frac{\text{معیاری شے کے حجم کی ایک اکائی کا وزن}}{\text{جسم کے حجم کی ایک اکائی کا وزن}}$

∴ جسم کے حجم کی ایک اکائی کا وزن = ض × و

∴ جسم کے حجم کی ح اکائیوں کا وزن = ح × ض × و

$$و = ح \times ض \times و$$

نتیجہ صریح۔ اگر س، گ، ث نظام کی اکائیاں استعمال کی جائیں تو

و = پانی کے ایک کعب سنتی میٹر کا وزن

= ایک گرام

∴ و = ح × ض گرام یعنی اگر س، گ، ث نظام کے موافق کسی جسم کا وزن گراموں میں دریافت کرنا ہو تو اس کی

کثافت اضافی کو اس کے حجم کے ساتھ جو مکعب سنتی میٹروں میں بیان کیا گیا ہو ضرب دینا چاہئے۔

مثال۔ اگر پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن  $\frac{1}{4}$  ۶۲ پونڈ ہو تو تانبے کے ۴ مکعب گزوں کا وزن دریافت کرو۔ تانبے کی کثافت اضافی ۸.۸ ہے اس صورت میں  $\frac{1}{4}$  ۶۲ پونڈ وزن  $\times$  ح = ۱۰.۸ مکعب فٹ اور ض = ۸.۸

$$\therefore = ۹ = ۱۰.۸ \times ۸.۸ \times \frac{1}{4} ۶۲ = ۵۹۴.۰۰ \text{ پونڈ وزن}$$

$$= \frac{۲۹}{۵۶} \text{ ٹن وزن}$$

۲۳۔ بعض اوقات جملہ "ذاتی وزن" کو استعمال کرتے ہیں ایک شے کے ذاتی وزن سے اس شے کے حجم کی ایک اکائی کا وزن مراد ہوتا ہے۔ پس جیسے دفعہ سابق میں بیان ہوا کسی جسم کا ذاتی وزن = ض  $\times$  د اور اس لئے  $\text{ح} \times \text{اُس شے کا ذاتی وزن}$ ۔

### امثلہ نمبری ۲

[ان تمام مثالوں میں یہ مان لیا جائے کہ پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن  $\frac{1}{4}$  ۶۲ پونڈ ہے]

۱۔ لوہے کے ایک مکعب فٹ کا وزن دریافت کرو [لوہے کی کثافت اضافی = ۹]

۲۔ پیتل کی کثافت اضافی ۸ ہے اس کی کثافت فی مکعب انچ اونسوں میں دریافت کرو، یہ معلوم ہے کہ پانی کی کثافت فی مکعب فٹ ۱۰.۸ ہے۔



۳۔ پانی کے ایک گیلن کا وزن ۱۰ پونڈ ہے اور پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۵۹۸ ہے، پارہ کے ایک گیلن کا وزن دریافت کرو۔

۴۔ معیاری پیش والے پارہ کے ایک لیٹر (ایک مکعب دسی میٹر یا ۱۰۰۰ مکعب سنتی میٹر) کا وزن دریافت کرو جبکہ اس کی کثافت اضافی ۱۳۵۶ ہو۔

۵۔ اگر ۱۳ مکعب انچ سونے کا وزن اتنا ہو جتنا کہ  $\frac{1}{16}$  ۹۶ مکعب انچ بلور کا اور سونے کی کثافت اضافی ۱۹۵۲۵ ہو تو بلور کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۶۔ اگر سونے کی کثافت اضافی ۱۹۵۲۵ ہو تو معلوم کرو کہ کتنے مکعب فٹ سونے کا وزن ایک ٹن ہوگا۔

۷۔ ڈھلے ہوئے تانبے کی کثافت اضافی ۸۵۸۸ ہے اور تانبے کے تار کی ۸۵۷۹، اگر ایک کلوگرام ڈھلے ہوئے تانبے کا تار کھینچا جائے تو معلوم کرو کہ اس کے حجم میں کیا تبدیلی واقع ہوگی۔

۸۔ ایک لوہے کا ٹل ایک فٹ لمبا ہے اس کا سوراخ قطر میں ۴ انچ ہے، دھات کی موٹائی  $\frac{1}{16}$  انچ اور ٹل کا وزن فی فٹ ۶۴۷ پونڈ ہے، لوہے کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۹۔ ایک سلاخ کا طول ۱۸ انچ ہے، وزن ۳ اونس اور کثافت اضافی ۸۵۸۸، اگر اس کی عمودی تراش یکساں ہو تو اس تراش کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۰۔ ایک کرہ کا نصف قطر ۲۵ سنتی میٹر ہے اور اس کا وزن ۲۲۷۹

کلوگرام ہے، اس کی کثافت معلوم کرو۔  $\left[ \frac{22}{7} = \pi \right]$   
۱۱۔ تانبے کی کثافت اضافی ۸۵۹ ہے، معلوم کرو کہ تانبے کے کتنے حجم کا

وزن ۶۲۵ - ۱۳۹۵ کلو گرام ہوگا۔

۱۲۔ کسی دھات کے ۹ کعب فٹ کی کیت ۴۹۰۰ پونڈ ہے، اسکی کثافت گراموں میں فی کعب سنتی میٹر دریافت کرو۔

۱۳۔ لکڑی کے ۴۵ کعب میٹر کی کیت ۳۶۰۰۰ کلو گرام ہے، اسکی کثافت پونڈوں میں فی کعب فٹ دریافت کرو۔

۱۴۔ ایک نامکمل طور پر ڈھلی ہوئی دھات کے ایک پترے کی کثافت اضافی ۶۵۲ ہے۔ اگر یہ معلوم ہو کہ پورے طور پر ڈھلی ہوئی دھات کی کثافت اضافی ۷۵۵ ہوئی ہے تو بتاؤ کہ اس پترے کے کتنے فیصد حجم میں دھات موجود نہیں ہے۔

۲۴۔ آمیزوں کی اضافی کثافتیں - ایک آمیزہ مختلف اشیا کو ملانے سے بنایا گیا ہے، اشیا کے حجم اور اضافی کثافتیں معلوم ہیں، آمیزہ کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

فرض کرو کہ مختلف اشیا کے حجم 'ح'، 'ح'، 'ح'، 'ح'، 'ح' ہیں اور اضافی کثافتیں 'ض'، 'ض'، 'ض'، 'ض'، 'ض' ہیں پس مختلف اشیا کے وزن دفعہ ۲۲ کی روت سے

ح ض د، ح ض د، ح ض د، ح ض د، ح ض د ..... ہوئے جہاں معیاری شے کے ایک اکائی حجم کا وزن د ہے۔

(۱) فرض کرو کہ اشیا کے ملانے سے حجم میں کمی واقع نہیں ہوتی پس آخری حجم ح + ح + ح + ح + ح ..... ہوگا۔

فرض کرو کہ نئی کثافت اضافی ض ہے، پس اشیا کے وزن کا مجموعہ

$$= (ح + ح + ح + ح + ح + \dots) \times ض$$

اب چونکہ وزنون کے مجموعہ میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہو سکتی اس لئے

$$[ح + ح + ح + \dots] ض \times د = ح ض + د + ح ض + د + ح ض + د + \dots$$

$$\frac{ح ض + ح ض + ح ض + \dots}{ح + ح + ح + \dots} = ض$$

(۲) اگر اشیاء کے لانے سے کل حجم میں کمی واقع ہو جیسا کہ بعض اوقات ہوتا ہے تو فرض کرو کہ آخری حجم ابتدائی حجموں کے مجموعہ کا ن گنا ہے جہاں ن کوئی کسر واجب ہے۔ اس صورت میں

$$ن [ح + ح + ح + \dots] ض = د + ح ض + د + ح ض + د + ح ض + د + \dots$$

$$\frac{ح ض + ح ض + ح ض + \dots}{ن [ح + ح + ح + \dots]} = \text{پس } ض$$

اگر اضافی کثافتوں کی بجائے کثافتیں دی ہوئی ہوں تو بھی اس قسم کے ضابطے صادق آئیں گے۔ صرف اضافی کثافتوں ض، ض، ... کی بجائے ک، ک، ... اور آخری کثافت اضافی ض کی بجائے آخری کثافت گ لکھ دینا کافی ہوگا

مثال۔ تین مائع کے حجم اعداد ۲، ۳ کے متناسب ہیں اور ان کی اضافی کثافتیں ۱، ۲، ۳ کے متناسب ہیں ان تینوں کو ملا دیا گیا



دفعہ ۲۲ کی رو سے

$$\left( \frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots \right) \text{ حصہ دینی}$$

$$\left( \frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots \right) \text{ حصہ ہوگا۔}$$

اب چونکہ وزنوں کا مجموعہ ہر صورت میں وہی رہتا ہے

$$\text{اس لئے } \left( \frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots \right) \text{ حصہ } = W + W + \dots$$

$$\text{یعنی } \frac{W + W + \dots}{\frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots}$$

اگر آئیزہ بنانے میں حجم کی کمی واقع ہو اور آخری حجم ابتدائی  
حجموں کے مجموعہ کا ن گنا ہو تو دفعہ آخر کے مطابق

$$\frac{W + W + \dots}{\left[ \frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots \right] n}$$

اسی طرح کے ضابطہ سے آخری کثافت، وزنوں اور ابتدائی کثافتوں  
کی رقوم میں حاصل ہو سکتی ہے۔

مشق۔ ایک مائع کی کثافت اضافی ۱.۲۵ ہے، اس کے ۱۰ پونڈ وزن  
کو ایک اور مائع کے ۶ پونڈ وزن کے ساتھ ملا دیا گیا ہے، دوسرے  
مائع کی کثافت اضافی ۱.۱۵ ہے۔ آئیزہ کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

اگر پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۱۶ ہو تو دونوں مائع کے جلاگانہ حجم دفعہ ۲۲ کی رو سے مفصلہ ذیل ہوں گے۔

$$\frac{10}{2 \times 15 \times 25} \text{ اور } \frac{6}{2 \times 15 \times 15} \text{ مکعب فٹ}$$

اگر مطلوبہ کثافت اضافی  $\bar{v}$  ہو تو

$$\bar{v} = \left( \frac{6}{2 \times 15 \times 15} + \frac{10}{2 \times 15 \times 25} \right) \times \bar{v} = \text{کل وزن} = 16$$

$$\bar{v} = \left[ \frac{120}{225} + 0 \right] = 16$$

$$\bar{v} = \frac{23 \times 16}{30.2} = \frac{23}{1.9} = 12.10$$

### مثله نمبری ۳

- ۱۔ ایک مائع کی کثافت اضافی بلحاظ پانی کے ۱۸ ہے، اس میں کس نسبت سے پانی ملایا جائے کہ نئے مائع کی کثافت اضافی ۸۵ ہو جائے۔
- ۲۔ ایک مائع کی کثافت اضافی ۱۱ ہے، اس کا ۱۲ پونڈ وزن ایک اور مائع کے ۲۰ پونڈ وزن کے ساتھ ملایا گیا ہے، دوسرے مائع کی کثافت اضافی ۹ ہے، آمیزہ کی کثافت اضافی دریافت کرو۔
- ۳۔ ایک مائع کی کثافت ۹ گرام فی مکعب سنتی میٹر ہے، اس کے ۳۹ مکعب سنتی میٹر حجم کو ایک اور مائع کے ۵۱ مکعب سنتی میٹر حجم کے ساتھ ملایا گیا ہے، اگر دوسرے مائع کی کثافت ۵ گرام فی مکعب



- ۹۔ کشید کئے ہوئے پانی اور الکحل کے مساوی حجموں کو باہم ملا کر دیکھا گیا ہے کہ جب آمیزہ اپنی سابق تیش پر آتا ہے تو اُس وقت اس کا حجم اصلی مائع کے حجموں کے مجموعہ سے ۴ فیصد کم ہو جاتا ہے آمیزہ کی اضافی کثافت دریافت کرو جبکہ الکحل کی کثافت اضافی ۸۶۰ ہو۔
- ۱۰۔ گندک کے تیزاب (اضافی کثافت = ۱۵۸۴۳) کے ۱ کعب سنتی میٹر حجم کو کشید کئے ہوئے پانی کے ۳ کعب سنتی میٹر کے ساتھ ملایا گیا ہے۔ ٹھنڈا ہونے پر آمیزہ کی کثافت اضافی ۱۵۶۱۵ ہوتی ہے۔ معلوم کرو کہ جنم میں کیا کمی واقع ہوئی ہے۔
- ۱۱۔ اگر ایک مائع ۱ کی ایک مقدار کو مائع ب کے ۲ پونڈ وزن کے ساتھ ملایا جائے تو آمیزہ کی اضافی کثافت ض ہوتی ہے، اگر ب کے ۲ پونڈ کے ساتھ ملایا جائے تو اضافی کثافت ض ہوتی ہے اگر ب کے ۳ پونڈ کے ساتھ ملایا جائے تو اضافی کثافت ض ہوتی ہے، ۱ اور ب کی اضافی کثافتیں ض اور ض معلوم کرنے کی مساواتیں دریافت کرو۔



## باب سوم

ساکن، متجانس الاجزائیال کے مختلف نقطوں پر دباؤ

۲۶۔ اگر ایک سیال کے مختلف حصوں سے مساوی حجم لئے جائیں اور ان جموں کی کمیتیں ہمیشہ مساوی ہوں خواہ یہ حجم کتنے ہی تکلیل ہوں تو ایسے سیال کو متجانس الاجزائیال کہتے ہیں۔

۲۷۔ ایک ذہنی، متجانس الاجزائیال کا دباؤ ایک ہی افقی سطح کے تمام نقطوں پر وہی ہوتا ہے۔

سیال کے اندر دو نقطے ن اور ق کو جو ایک ہی افقی سطح پر واقع ہوں۔

ن ق کو ملاؤ اور سیال کے ایک چھوٹے سے حصے ن ق پر غور کرو جس کی شکل ایک پتلے اسطوانہ کی ہے اور جس کا محور ن ق ہے۔



اس اسطوانہ پر محور  $N$  کی سمت میں عمل کرنے والی صرف دو قوتیں ہیں اور وہ  $N$  اور  $Q$  پر کے دباؤ ہیں جو اسطوانہ کے مستوی سروں پر عمل کرتے ہیں۔

[باقی سب قوتیں جو اسطوانہ پر عمل کرتی ہیں  $N$  کی برعمود وار ہیں] اس لئے  $N$  کی سمت میں ان کا اثر کچھ نہیں ہے] اسلئے توازن کی لازمی شرط یہ ہے کہ یہ دباؤ مساوی اور متقابل ہوں۔

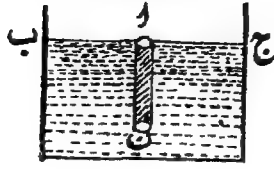
اب فرض کرو کہ اسطوانہ کے ان مستوی سروں کا رقبہ نہایت ہی کم کر دیا گیا ہے، اس صورت میں سروں پر کے دباؤ فی اکائی رقبہ مستقل خیال کئے جا سکتے ہیں اور ہم ان کو بالترتیب  $N$  اور  $Q$  پر کے دباؤ کے مساوی خیال کر سکتے ہیں۔

اس لئے  $N$  پر کا دباؤ  $N \times$  پر کے مستوی سرے کا رقبہ  $= Q$  پر کا دباؤ  $Q \times$  پر کے مستوی سرے کا رقبہ

اس لئے  $N$  پر کا دباؤ  $= Q$  پر کا دباؤ

۲۸۔ ایک وزنی متجانس مائع کی کسی مفروضہ گہرائی پر کا دباؤ دریافت کرو اور ایسا کرنے میں کرہ ہوائی کے دباؤ کو نظر انداز کرو۔ مائع کے اندر کوئی نقطہ  $N$  لو اور ایک انتصابی خط  $N$  ایسا کھینچو جو مائع کی سطح کو نقطہ  $A$  پر ملے۔

مائع کے ایک پتلے اسطوانہ پر غور کرو جس کا محور  $N$  ہے، یہ اسطوانہ ان قوتوں کے زیر عمل جو اس پر عمل کرتی ہیں متوازن ہے۔



اس اسطوانہ پر عمل کرنے والی انتصابی قوتیں صرف دو ہیں، ایک تو اس کا وزن، دوسرے وہ قوت یا دباؤ جو باقی ماندہ سیال، 'ن' پر کے مستوی سرے پر ڈالتا ہے۔

اگر مستوی سرے کا رقبہ 'ل' ہو اور گہرائی 'ن' = 'لا' تو مانع کے اس چھوٹے اسطوانے کا وزن 'د'  $\times$  'ل'  $\times$  'لا' ہوگا جہاں 'د' مانع کا ذاتی وزن ہے۔

نیز انتصابی قوت جو 'ن' پر کے مستوی سرے پر عمل کرتی ہے 'د'  $\times$  'ل' ہے جہاں 'د' نقطہ 'ن' پر کا دباؤ فی اکائی رقبہ ہے

$$\text{اس لئے } د \times ل = د \times ل \times لا$$

$$د = د \times لا$$

نتیجہ صریح۔ چونکہ ایک مانع کے کسی نقطہ پر کا دباؤ صرف اس نقطہ کی گہرائی پر منحصر ہے اس لئے معلوم ہوا کہ ایک حوض کی پشتہ بندی کو کافی طور پر مضبوط بنانے کے لئے ہمیں صرف پانی کی گہرائی کو ملحوظ رکھنا چاہئے نہ کہ سطح کی وسعت کو۔

۲۹۔ دفعہ گذشتہ میں کسی نقطہ پر کا دباؤ معلوم کرنے کے لئے

ایک جملہ دیا گیا ہے۔ اس کے اندر جو مقادیر شامل ہیں انکی اکائیوں کا خاص طور پر خیال رکھنا چاہئے، اگر انگریزی اکائیاں

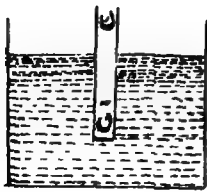
استعمال کی جائیں تو لا گہرائی ہے قوتوں میں، و وزن ہے مانع کے ایک مکعب فٹ کا اور د دباؤ ہے فی مربع فٹ پونڈوں کے وزن میں اگر س، گ، ٹ اکائیاں استعمال کی جائیں تو لا گہرائی ہوگی سنتی میٹروں میں، و وزن ہوگا مانع کے ایک مکعب سنتی میٹر کا، اور د دباؤ ہوگا فی مربع سنتی میٹر گراموں میں۔ پانی کی صورت میں یاد رہے کہ و ایک گرام کے وزن کے مساوی ہے۔

۳۔ مسئلہ دفعہ ۲۸ کی تصدیق بذریعہ تجربہ اس طرح ہو سکتی ہے ایک مجوف اسطوانہ ن ق ہے جس کا ایک سراق ایک پتلی، ہلکی، چپٹی تختی سے بند کیا گیا ہے جو اس سرے پر خوب پھنس کر آتی ہے اسطوانہ اور تختی کو پانی میں اس طرح دھکیل دیا جاتا ہے کہ اسطوانہ ہمیشہ انتصابی حالت میں رہتا ہے۔ ایسا کرنے سے تختی اسطوانہ سے الگ نہیں ہو جائے گی کیونکہ پانی کا دباؤ اسے تھامے ہوئے ہے۔

اب اسطوانہ کے اوپر کے سرے میں آہستہ سے پانی ڈالا جاتا ہے، تجربہ سے معلوم ہوگا کہ تختی اس وقت تک نہیں گرتی جب تک کہ اسطوانہ کے اندر کے پانی کی بلندی قریب قریب باہر کے پانی کی بلندی کے برابر نہ ہو جائے نیز جتنا تختی کا وزن کم ہوگا اتنا ہی ان بلندیوں کا

باہمی فرق کم ہوگا۔

فرض کرو کہ نقطہ ق کی گہرائی گ ہے اور اسطوانہ کے سرے کا



$$= 1256 \text{ م فی مربع فٹ}$$

$$= 1256 \times \frac{1}{4} \times 62 \text{ پونڈ وزن فی مربع فٹ}$$

$$= \frac{16000}{124} \text{ پونڈ وزن فی مربع انچ}$$

$$= \frac{1}{9} \text{ پونڈ وزن فی مربع انچ}$$

مشق ۲۔ پانی کے اندر ۱۰ میٹر کی گہرائی پر کا دباؤ دریافت کرہ جبکہ کرہ ہوائی کا دباؤ پارہ کے ۶۰ ملی میٹر ارتفاع کے مساوی ہے اور پارہ کی اضافی کثافت بلحاظ پانی کے ۱۳۶ ہے۔

یہاں ۲۲ = کرہ ہوائی کا دباؤ فی مربع سنتی میٹر

$$= ۶۰ \text{ سنتی میٹر اونچے ستون کا وزن}$$

$$= \text{پارہ کے ۶۰ مکعب سنتی میٹر کا وزن}$$

$$= ۶۰ \times ۱۳۶ \text{ گرام}$$

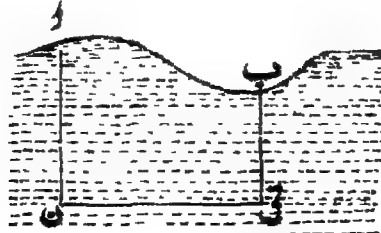
$$= ۲۲ + ۶۰ \times ۱۳۶ = ۱۰۰۰ + ۱۳۶ \times ۶۰ \text{ گرام فٹن}$$

فی مربع سنتی میٹر

اب چونکہ ۱ = پانی کے ایک مکعب سنتی میٹر کا وزن = ۱ گرام

$$= ۲۰۳۳۶ \text{ گرام فی مربع سنتی میٹر}$$

۳۲۔ حالت سکون میں ایک وزنی مائع کی سطح ہموار ہوتی ہے



۹۔ کشید کئے ہوئے پانی اور الکحل کے مساوی جھون کو باہم ملا کر دیکھا گیا ہے کہ جب آمیزہ اپنی سابق پیش پر آتا ہے تو اس وقت اس کا حجم اصلی مائعات کے جھون کے مجموعہ سے ۴ فیصد کم ہو جاتا ہے آمیزہ کی اضافی کثافت دریافت کرو جبکہ الکحل کی کثافت اضافی ۰.۸۶۸ ہو۔

۱۰۔ گندک کے تیزاب (اضافی کثافت = ۱.۸۴۳) کے ۱ کعب سنتی میٹر حجم کو کشید کئے ہوئے پانی کے ۲ کعب سنتی میٹر حجم کے ساتھ ملایا گیا ہے۔ ٹھنڈا ہونے پر آمیزہ کی کثافت اضافی ۱.۶۱۵ ہوتی ہے۔ معلوم کرو کہ حجم میں کیا کمی واقع ہوئی ہے۔

۱۱۔ اگر ایک ملٹ لٹری کسی ایک مقدر کو ملٹ ب کے ۱ پونڈ وزن کے ساتھ ملایا جائے تو آمیزہ کی اضافی کثافت ض ہوتی ہے، اگر ب کے ۲ پونڈ کے ساتھ ملایا جائے تو اضافی کثافت ض ہوتی ہے اگر ب کے ۳ پونڈ کے ساتھ ملایا جائے تو اضافی کثافت ض ہوتی ہے، اور ب کی اضافی کثافتیں ض اور ض معلوم کرنے کی مساواتیں دریافت کرو۔

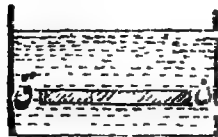
## باب سوم

ساکن، متجانس الاجزائیال کے مختلف نقطوں پر دباؤ

۲۶۔ اگر ایک سیال کے مختلف حصوں سے مساوی حجم لئے جائیں اور ان جموں کی کمیتیں ہمیشہ مساوی ہوں خواہ یہ حجم کتنے ہی قلیل ہوں تو ایسے سیال کو متجانس الاجزائیال کہتے ہیں۔  
۲۷۔ ایک وزنی، متجانس الاجزائیال کا دباؤ ایک ہی افقی سطح کے تمام نقطوں پر وہی ہوتا ہے۔

سیال کے اندر دو نقطے ن اور ق کو جو ایک ہی افقی سطح پر واقع ہوں۔

ن ق کو ملاؤ اور سیال کے ایک چھوٹے سے حصے ن ق پر غور کرو جس کی شکل ایک پتلے اسطوانہ کی ہے اور جس کا محور ن ق ہے۔



اس اسطوانہ پر محور  $N$  کی سمت میں عمل کرنے والی صرف دو قوتیں ہیں اور وہ  $N$  اور  $Q$  پر کے دباؤ ہیں جو اسطوانہ کے مستوی سروں پر عمل کرتے ہیں۔

[باقی سب قوتیں جو اسطوانہ پر عمل کرتی ہیں  $N$  کی پر عمود وار ہیں اس لئے  $N$  کی سمت میں ان کا اثر کچھ نہیں ہے۔] اسلئے توازن کی لازمی شرط یہ ہے کہ یہ دباؤ مساوی اور متقابل ہوں۔

اب فرض کرو کہ اسطوانہ کے ان مستوی سروں کا رقبہ نہایت ہی کم کر دیا گیا ہے، اس صورت میں سروں پر کے دباؤ فی اکائی رقبہ مستقل خیال کئے جا سکتے ہیں اور ہم ان کو بالترتیب  $N$  اور  $Q$  پر کے دباؤ کے مساوی خیال کر سکتے ہیں۔

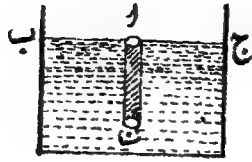
اس لئے  $N$  پر کا دباؤ  $N \times$  پر کے مستوی سرے کا رقبہ  
 $= Q$  پر کا دباؤ  $Q \times$  پر کے مستوی سرے کا رقبہ

اس لئے  $N$  پر کا دباؤ  $= Q$  پر کا دباؤ

۲۸۔ ایک وزنی متجانس مانع کی کسی مفروضہ گہرائی پر کا دباؤ دریافت کرو اور ایسا کرنے میں کرہ ہوائی کے دباؤ کو نظر انداز کرو۔ مانع کے اندر کوئی نقطہ  $N$  لو اور ایک انتصابی خط  $N$  ایسا کھینچو جو مانع کی سطح کو نقطہ  $A$  پر ملے۔

مانع کے ایک پتلے اسطوانہ پر غور کرو جس کا محور  $N$  ہے، یہ اسطوانہ ان قوتوں کے زیر عمل جو اس پر عمل کرتی ہیں متوازن ہے۔





اس اسطوانہ پر عمل کرنے والی انتصابی قوتیں صرف دو ہیں، ایک تو اس کا وزن، دوسرے وہ قوت یا دباؤ جو باقی ماندہ سیال 'ن' پر کے مستوی سرے پر ڈالتا ہے۔

اگر مستوی سرے کا رقبہ 'ل' ہو اور گہرائی 'ن' = 'لا' تو مائع کے اس چھوٹے اسطوانے کا وزن 'د'  $\times$  'ل'  $\times$  'لا' ہوگا جہاں 'د' مائع کا ذاتی وزن ہے۔

نیز انتصابی قوت جو 'ن' پر کے مستوی سرے پر عمل کرتی ہے 'د'  $\times$  'ل' ہے جہاں 'د' نقطہ 'ن' پر کا دباؤ فی اکائی رقبہ ہے

$$\text{اس لئے } د \times ل = د \times ل \times لا$$

$$د = د \times لا$$

نتیجہ صریح۔ چونکہ ایک مائع کے کسی نقطہ پر کا دباؤ صرف اس نقطہ کی گہرائی پر منحصر ہے اس لئے معلوم ہوا کہ ایک حوض کی پشتہ بندی کو کافی طور پر مضبوط بنانے کے لئے ہمیں صرف پانی کی گہرائی کو ملحوظ رکھنا چاہئے نہ کہ سطح کی وسعت۔ ۲۹۔ دفعہ گذشتہ میں کسی نقطہ پر کا دباؤ معلوم کرنے کے لئے ایک جملہ دیا گیا ہے۔ اس کے اندر جو مقادیر شامل ہیں انکی اکائیوں کا خاص طور پر خیال رکھنا چاہئے، اگر انگریزی اکائیاں

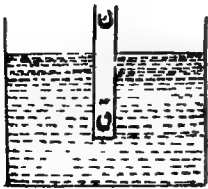
استعمال کی جائیں تو لا گہرائی ہے فٹوں میں، و وزن ہے مانع کے ایک مکعب فٹ کا اور دباؤ ہے فی مربع فٹ پونڈوں کے وزن کا اگر س، گ، ٹ اکائیاں استعمال کی جائیں تو لا گہرائی ہوگی سنتی میٹروں میں، و وزن ہوگا مانع کے ایک مکعب سنتی میٹر کا، اور دباؤ ہوگا فی مربع سنتی میٹر گراموں میں۔ پانی کی صورت میں یاد رہے کہ و ایک گرام کے وزن کے مساوی ہے۔

۳۰۔ مسئلہ دفعہ ۲۸ کی تصدیق بذریعہ تجربہ اس طرح ہو سکتی ہے ایک مجوف اسطوانہ ن ق ہے جس کا ایک سراق ایک پتلی، ہلکی، چبٹی تختی سے بند کیا گیا ہے جو اس سرے پر خوب پھنس کر آتی ہے اسطوانہ اور تختی کو پانی میں اس طرح دھکیل دیا جاتا ہے کہ اسطوانہ ہمیشہ انتصابی حالت میں رہتا ہے۔ ایسا کرنے سے تختی اسطوانہ سے الگ نہیں ہو جائے گی کیونکہ پانی کا دباؤ اسے تھامے ہوئے ہے۔

اب اسطوانہ کے اوپر کے سرے میں آہستہ سے پانی ڈالا جاتا ہے، تجربہ سے معلوم ہوگا کہ تختی اس وقت تک نہیں گرتی جب تک کہ اسطوانہ کے اندر کے پانی کی بلندی قریب قریب باہر کے پانی کی بلندی کے برابر نہ ہو جائے نیز جتنا تختی کا وزن کم ہوگا اتنا ہی ان بلندیوں کا

باہمی فرق کم ہوگا۔

فرض کرو کہ نقطہ ق کی گہرائی گ ہے اور اسطوانہ کے سرے کا



رقبہ  $\Delta$  ہے، اب چونکہ بیرونی سیال کا دباؤ  $Q$  پر  $\Delta$  اندرون  
سیال کے وزن کے ساتھ متوازن ہے اور یہ وزن  $\Delta \times \rho$  گ  
یعنی  $\Delta \times \rho$  گ ہے اس لئے معلوم ہوا کہ  $Q$  پر  $\Delta$  کا بیرونی  
دباؤ  $Q$  کا رقبہ  $\Delta \times \rho$  گ ہے۔

۳۱۔ دفعہ ۲۸ میں ہم نے کرہ ہوائی کے دباؤ کو نقشہ انداز  
کیا ہے یعنی  $\Delta$  پر  $\Delta$  کے دباؤ کو صفر مان لیا ہے۔ اگر اس  
دباؤ کو بھی ملحوظ رکھا جائے تو اس صورت میں جبکہ یہ دباؤ  
 $\Delta \times \rho$  ہو دفعہ مذکورہ کی مساوات یہ ہو جائے گی

$$\Delta \times \rho = \Delta \times \rho + \Delta \times \rho + \Delta \times \rho$$

$$\Delta \times \rho = \Delta \times \rho + \Delta \times \rho$$

کرہ ہوائی کا دباؤ تقریباً ۱۵ پونڈ وزن فی مربع انچ کے برابر ہے  
[اس دباؤ کو "۱۵ پونڈ فی مربع انچ" کہتے ہیں]  
کرہ ہوائی کے دباؤ کو اس طرح بیان کرنے کے بجائے کہ "یہ اتنے پونڈ  
وزن فی مربع انچ ہے" اکثر اوقات اس طرح بیان کرتے ہیں  
کہ دباؤ مذکور پانی یا پارہ کے ایک خاص بلندی والے ستون  
کے دباؤ کے برابر ہے۔

اس کا مطلب یہی ہے (جیسا ہمیں باب ہفتم سے معلوم  
ہو گا) کہ مانع مذکور کے بار پیماس کا ارتفاع دیا ہوا ہے۔ مثلاً  
اگر ہمیں معلوم ہو کہ آبی بار پیماس کا ارتفاع ۴۴ فٹ ہے تو  
اس سے ہمیں یہ معلوم ہوتا ہے کہ کرہ ہوائی کا دباؤ  $\Delta \times \rho$  فی مربع

= پانی کے ایک ستون کا وزن جس کا قاعدہ ایک مربع فٹ ہے

اور جس کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہے

$$= ۳۴ \text{ مکعب فٹ پانی کا وزن}$$

$$= ۳۴ \times \frac{۱}{۲} \times ۶۲ \text{ پونڈ وزن}$$

اس لئے کرہ ہوائی کا دباؤ فی مربع انچ

$$= \frac{۳۴ \times \frac{۱}{۲} \times ۶۲}{۱۲} \text{ پونڈ وزن}$$

$$= \frac{۱۰۹}{۱۲۴} \text{ پونڈ وزن}$$

اسی بات کو بعض اوقات اس طرح بیان کرتے ہیں کہ دباؤ مذکور پانی کے ۳۴ فٹ اونچے سر یا ۳۴ فٹ ارتفاع کی وجہ سے پیدا ہوا ہے۔

ایک فرضی افقی سطح کو جس کا ارتفاع ہموار سطح ب ج (شکل دفعہ ۲۸) سے آبی بار پیمیا کے ارتفاع کے مساوی ہو مؤثر سطح کہتے ہیں، پانی کے کسی نقطہ پر کا دباؤ اس صورت میں نقطہ کی اس گہرائی کے متناسب ہوگا جو مؤثر سطح سے نیچے گئی ہو۔

مشق ۱۔ اگر آبی بار پیمیا کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو تو پانی کے اندر ۲۲۲ فٹ کی گہرائی پر کا دباؤ دریافت کرو۔

اگر ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۱ ہو تو

$$= ۱ \times ۳۴ \text{ پونڈ وزن}$$

$$= ۲۲۲ \times ۱ + ۳۴ \times ۱ = ۲۵۶ \text{ گ}$$

$$= 252 \times 3 \text{ فی مربع فٹ}$$

$$= 252 \times \frac{1}{4} \times 92 \text{ پونڈ وزن فی مربع فٹ}$$

$$= \frac{14000}{134} \text{ پونڈ وزن فی مربع انچ}$$

$$= \frac{1}{4} \times 11 \text{ پونڈ وزن فی مربع انچ}$$

مشق ۲۔ پانی کے اندر ۱۰ میٹر کی گہرائی پر کا دباؤ دریافت کرو جبکہ  
 کرد ہوئی کا دباؤ پارہ کے ۶۰، ملی میٹر ارتفاع کے مساوی ہے  
 اور پارہ کی اضافی کثافت بلحاظ پانی کے ۱۳۶ ہے۔

یہاں  $\Pi =$  کرد ہوئی کا دباؤ فی مربع سنتی میٹر

$$= ۶۰ \text{ سنتی میٹر اونچے ستون کا وزن}$$

$$= \text{پارہ کے ۶۰ کعب سنتی میٹر کا وزن}$$

$$= ۶۰ \times ۱۳۶ \text{ گرام}$$

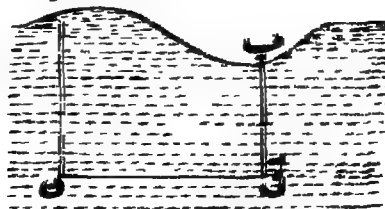
$$= \Pi + 3 \times 10000 = 10000 + 60 \times 136 \text{ گرام وزن}$$

فی مربع سنتی میٹر

اب چونکہ  $3 =$  پانی کے ایک کعب سنتی میٹر کا وزن = اگر

$$= 20336 \text{ گرام فی مربع سنتی میٹر}$$

۳۲۔ حالت سکون میں ایک وزنی مائع کی سطح ہوا ہوتی ہے



مانع کے اندر کوئی دو نقطے ن اور ق لو جو ایک ہی افقی سطح پر واقع ہوں، امتصالی خط ن اور ق ب کہیں جو مانع کی سطح سے اور سب پر ملیں۔

تب بموجب دفعہ ۲۷، ن پر کا دباؤ = ق پر کا دباؤ  
اسلئے دفعہ ۳۱ کی رُو سے  $\Pi + \rho \times \text{ن} = \Pi + \rho \times \text{ق} + \rho \times \text{ب}$   
 $\text{ن} = \text{ق} + \text{ب}$

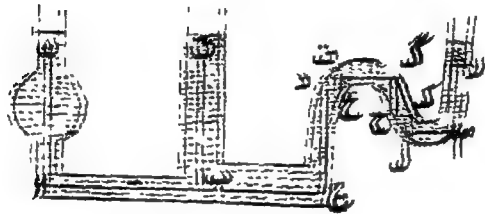
اب چونکہ ن ق متوازی الافق ہے اسلئے اب لازماً افق کے متوازی ہوگا۔

چونکہ ن اور ق کوئی دو نقطے ہیں جو ایک افقی خط پر واقع ہیں، اسلئے معلوم ہوا کہ اگر کوئی خط اب مانع کی سطح میں کھینچا جائے تو وہ بھی متوازی الافق ہوگا۔  
اسلئے سطح مذکور متوازی الافق ہے۔

۳۳۔ اوپر کے ثبوتوں میں ہم نے فرض کر لیا ہے کہ سیالوں کے مختلف حصوں کے وزن شاقولی سمت میں نیچے کی طرف عمل کرتے ہیں اور ان کے خطوط عمل متوازی ہوتے ہیں، علم سکون دفعہ ۹۶ میں بھی اس کا ذکر کیا گیا ہے کہ یہ مفروضہ صرف اُسی صورت میں صحیح ہو سکتا ہے جبکہ جسم زیر بحث زمین کے مقابلہ میں نہایت ہی چھوٹا ہو۔

اگر جسم کے حجم کو زمین کے مقابلہ میں نظر انداز نہ کر سکیں تو اس صورت میں یہ کہنا زیادہ صحیح ہوگا کہ جسم کے مختلف حصوں کے وزن متوازی سمتوں میں عمل نہیں کرتے بلکہ وہ زمین کے مرکز کی

سمت میں عمل کرتے ہیں۔  
اسلئے دفعہ گذشتہ کا مسئلہ سمندر کی سطح کے لئے صحیح ہوگا  
خواہ سمندر یا کھلی حالت سکون میں ہو۔  
۳۳۔ مسئلہ دفعہ ۷۷ اس صورت میں بھی ثابت ہو سکتا  
ہے جبکہ دو نقطوں کو ایک ایسے اچھی خط سے ملانا ناممکن ہو  
جو یا تمام سیال کے اندر واقع ہو



کیونکہ نقطے ن اور ق متصل ہیں اور اچھی خطوط ن و ز اب بقیات  
کے ذریعہ وصل کر دئے جاسکتے ہیں ملاحظہ ہو شکل  
اب لا پیر کا دیاؤ = ب پیر کا دیاؤ  
لیکن لا پیر کا دیاؤ = ن پیر کا دیاؤ + و پیر کا دیاؤ  
اور ب پیر کا دیاؤ = ق پیر کا دیاؤ + و پیر کا دیاؤ  
لیکن ن اور ق ایک ہی اچھی سطح میں واقع ہیں  
یعنی ن و ق = ب و ق  
اسلئے ن پیر کا دیاؤ = ق پیر کا دیاؤ

اسی طرح سے مسئلہ کسی اور دو نقطوں کے لئے بھی صحیح ہوگا  
جو ایک ہی ہموار سطح پر واقع ہوں۔  
لیکن اگر ن اور ق ایک ہی ہموار سطح پر واقع ہوں تو انکو

اتصالی اور افقی خطوں کے ذریعہ وصل کیا جاسکتا ہے ملاحظہ ہو شکل۔

پس نقطہ ل پر کا دباؤ

$$= \text{ن پر کا دباؤ} + \text{ن} \times \text{ل} - \text{د} \times \text{ج} - \text{د} \times \text{ع} + \text{ف} \\ + \text{د} \times \text{گ} + \text{ح} + \text{د} \times \text{ک} - \text{د} \times \text{م} - \text{ل}$$

= ن پر کا دباؤ

کیونکہ ج د + ع ف + م ل = ل ن + ح گ + ل ک  
اسلئے اگر سیال ساکن ہو تو اس کی سطح کا ارتفاع ہر مقام پر وہی ہوتا ہے۔  
مثان کے طور پر ہم دیکھ سکتے ہیں کہ چائے دانی اور اس کی ٹونٹی کے  
اندر چائے کی ہمواری (لیول) وہی ہوتی ہے۔

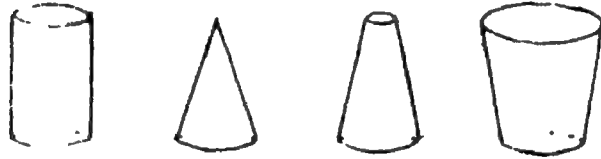
۳۵۔ مائنات کی اس خاصیت کو کہ اگر وہ حالت سکون میں  
ہوں تو ان کی سطح متوازی الافق ہوتی ہے اس طرح بھی  
بیان کرتے ہیں کہ ”پانی اپنی ہمواری خود ڈھونڈ لیتا ہے۔“

مائنات کی یہی خاصیت ہے جس کی وجہ سے ایک  
شہر کے مختلف مقامات کو پانی بہم پہنچایا جاسکتا ہے، کسی  
خاص مقام پر ایک حوض بنایا جاتا ہے جو اس شہر اور  
اس کی اطراف سے جنہیں پانی پہنچانا منظور ہوتا ہے زیادہ بلندی  
پر واقع ہوتا ہے، بڑے بڑے تلوں کو جو حوض سے نکلے  
ہیں بڑی سڑکوں پر لگا دیا جاتا ہے، اور چھوٹی نلیاں جو  
بڑے تلوں سے نکلتی ہیں پانی کو مختلف سمتوں میں گھروں تک  
لے جاتی ہیں، اگر حوض اور نلیوں کے اندر پانی ساکن ہو



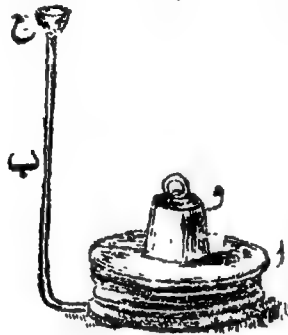
اس کی ہمواری حوض اور تلیوں میں ایک ہی ہوگی بشرطیکہ یہ ممکن ہو۔ ہم ان نلوں اور نلیوں کو اپنی ضرورت کے موافق جس بلندی یا پستی پر لے جانا چاہیں لے جا سکتے ہیں مگر ایسا کرنے میں اس بات کا ضرور خیال رکھنا چاہئے کہ نلوں اور نلیوں کے کسی حد سے اترتے ہوئے پانی کی سطح کے ارتفاع سے بڑھنے نہ پائے۔

۳۶۔ دفعہ گذشتہ سے ظاہر ہے کہ اگر کسی ظرف کے اندر پانی ہو تو اسکے قاعدہ کے کسی نقطہ پر کا دباؤ ظرف کی شکل پر منحصر نہیں ہوتا بلکہ اس نقطہ کی گہرائی پر منحصر ہوتا ہے۔  
ذیل کی شکل میں چار برتن ہیں جن کی شکلیں مختلف ہیں مگر ارتفاع ایک ہی ہیں۔  
فرض کرو کہ ان سب کو پانی سے بھر دیا گیا ہے۔



دفعہ ۲۷ کی رو سے قاعدہ کے کسی نقطہ پر کا دباؤ اس کے مرکز پر کے دباؤ کے برابر ہے اور مرکز پر کا دباؤ سیال کی سطح کے امتصائی ارتفاع کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے۔  
آبی دھونکنی اس اصول کی بنا پر بنائی جاتی ہے کہ مائعات کے اندر کسی نقطہ پر کا دباؤ اس کی گہرائی کے متناسب ہوتا ہے۔ ایک چمڑے کی دھونکنی کے ساتھ ایک نلی

ب ج لگا دیا جاتی ہے اور دھونکنی کے اوپر کے تختہ پر ایک وزن و رکھ دیا جاتا ہے، جب سرے ج میں سے نلی کے اندر پانی ڈالا جاتا ہے تو وزن و اوپر اٹھ جاتا ہے فرض کرو کہ دھونکنی کے اوپر کے تختہ کے اس حصہ کا رقبہ جو پانی سے مس کرتا ہے لا ہے۔



اگر نلی میں پانی کی چوٹی کا ارتفاع دھونکنی سے لا ہو تو رقبہ لا کی ہر اکائی پر دباؤ لا  $\times$  و عمل کرتا ہے [دفعہ ۲۸] پس کل قوت جو دھونکنی کی اوپر کی سطح پر عمل کرتی ہے لا لا و ہے اگر یہ قوت وزن و سے زیادہ ہو تو وزن و اوپر اٹھ جائے گا اور اس طرح سے نلی کے اندر پانی کا ارتفاع اتنا کم ہو جائے گا کہ مقدار لا لا و اور وزن و باہم مساوی اور متوازن ہو جائیں گے۔

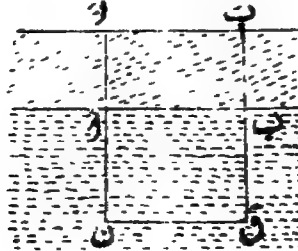
اس تجربہ کو بعض اوقات سکون سیالات کا مسئلہ غریبہ کہتے ہیں ۳۔ دو متجانس الاجزا، ذرنی مائعات باہم مل نہیں سکتے، ان میں سے ایک مائع دوسرے پر ساکن ہے، پچھلے مائع کی سی گہرائی پر دباؤ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ نچلے اور اوپر کے مائع کے اوزان فی اکائی حجم بالترتیب  $\rho$  اور  $\rho'$  ہیں مائیز فرض کرو کہ نچلے مائع کے اندر کوئی نقطہ  $N$  ہے [شکل دفعہ ۳۸] اس نقطہ میں سے ایک انتصابی خط کھینچو جو مائع کی سطح مشترک سے  $L$  پر اور اوپر کے مائع کے اوپر کی سطح سے  $L'$  پر ملے۔

حسب دفعہ ۲۸ ایک پتلے اسطوانہ پر غور کرو جس کا محور  $N$   $L$  پر ہے اور جسکی عمودی تراش  $عم$  ہے، اگر  $N$  پر کا دباؤ فی اکائی رقبہ  $د$  ہو تو

$$\begin{aligned} د \times عم &= \rho \times عم \times N + \rho' \times L \times عم \\ &= \rho \times عم \times N + \rho' \times L \times عم \\ \therefore د &= \rho \times N + \rho' \times L = \rho \times N + \rho' \times L \times \frac{عم}{عم} \\ \text{جہاں } \frac{عم}{عم} &\text{ اوپر کے مائع کا ارتفاع ہے اور } \frac{عم}{عم} \text{ نقطہ } N \\ &\text{کی گہرائی ہے مائع کی سطح مشترک سے۔} \end{aligned}$$

۳۸۔ دو متجانس الاجزا، وزنی مائع باہم مل نہیں سکتے، ثابت کرو کہ ان کی سطح مشترک متوازی الافق ہے۔  
فرض کرو کہ نچلے مائع میں  $N$  اور  $Q$  دو نقطے ہیں اور ان کے لانے والا خط  $NQ$  متوازی الافق ہے۔



نیز فرض کرو کہ  $\bar{d}$  اور  $\bar{d}'$  کے وہی معنی ہیں جو دفعہ گذشتہ میں بیان ہوئے، انتصابی خط  $\bar{d}$  اور  $\bar{d}'$ ،  $Q$   $B$   $B'$  کھینچو جو مشترک سطح سے  $\bar{d}$  اور  $B$  پر اور اوپر کے مائع کی سطح سے  $\bar{d}'$  اور  $B'$  پر ملیں۔

چونکہ  $N$   $Q$   $Q'$  افق کے متوازی ہے

اسلئے  $N$  پر کا دباؤ =  $Q$  پر کا دباؤ [دفعہ ۲،

$$\therefore \bar{d} \times N + \bar{d}' \times \bar{d} = \bar{d} \times Q + \bar{d}' \times B + \bar{d}' \times B' \quad [دفعہ ۳]$$

$$= \bar{d} (N + \bar{d}) + \bar{d}' \times \bar{d} = \bar{d} \times Q + \bar{d}' \times (B + B')$$

..... (۱)

لیکن  $N$   $Q$   $Q'$  افق کے متوازی ہے اور  $\bar{d}$   $B$   $B'$  بموجب دفعہ ۳ متوازی الافق ہے

اسلئے  $N$  اور  $Q$  =  $Q'$

$$\text{اسلئے (۱)، ہو جائے گی } (\bar{d} - \bar{d}') \times \bar{d} = (\bar{d} - \bar{d}') \times B + \bar{d}' \times B'$$

$$\therefore \bar{d} = B + B'$$

اس لئے  $\bar{d}$   $B$   $B'$  کے متوازی ہے اور اس لئے متوازی الافق ہے۔

اس سے معلوم ہوا کہ سطح مشترک پر کے کسی دو نقطوں کو ملانے والا خط افق کے متوازی ہوتا ہے یعنی سطح مشترک افق کے متوازی ہوتی ہے۔

امثلہ نمبری ۴

۱۔ پانی کے ایک کعب فٹ کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہے، پانی کی سطح سے

- بچے ایک میل کی گہرائی پر دباؤ فی مربع انچ دریافت کرو۔
- ۲۔ اگر کرہ ہوائی کا دباؤ ۱۵ پونڈ وزن فی مربع انچ ہو تو پانی کے اندر وہ گہرائی دریافت کرو جس پر دباؤ ۱۰۰ پونڈ وزن فی مربع انچ ہو
- ۳۔ ایک سیال کی کثافت اضافی ۵۶ ہے، اور سیال کے اندر کسی نقطہ پر کا دباؤ ۱۲۰۹۰ اونس وزن کے برابر ہے، اگر حیل کی اکائی ایک فٹ ہو تو اس نقطہ کی گہرائی دریافت کرو۔
- ۴۔ ایک مکان کے پیلے فرش کی ہمواری پر ایک پانی کی تلی کے اندر دباؤ ۳۴ پونڈ وزن فی مربع انچ ہے اور تیسرے فرش کی ہوائی پر دباؤ تلی کے اندر ۱۸ پونڈ وزن فی مربع انچ ہے، تیسرے فرش کی اونچائی پہلے فرش سے دریافت کرو۔
- ۵۔ اگر کرہ ہوائی کا دباؤ ۱۴ پونڈ وزن فی مربع انچ ہو اور ہوا کی کثافت اضافی ۱۲۵۔۰۰ ہو تو ہوا کے ایک ستون کا ارتفاع دریافت کرو جس کی کثافت یکساں ہو اور جس کا دباؤ وہی ہو جو اصلی کرہ ہوائی کا ہے۔
- ۶۔ ایک سطح ستوی پر کرہ ہوائی کا دباؤ اتنا ہے جتنا کہ پانی کے ۳۴ فٹ اونچے ستون کا جو اس سطح پر قائم ہو۔ اگر ایک کھڑکی کا آئینہ ۱۶ انچ اونچا اور ایک فٹ چوڑا ہو تو کرہ ہوائی اس کی ایک جانب جو قوت لگاتا ہے اس کی مقدار دریافت کرو۔
- ۷۔ ایک کنوئیں کی تہ پر کا دباؤ اس دباؤ کا چار گنا ہے جو پانی کی سطح سے ۲ فٹ کی گہرائی پر ہو، اگر کرہ ہوائی کا دباؤ ۳۰ فٹ اونچے پانی کے دباؤ کے مساوی ہو تو کنوئیں کی گہرائی دریافت کرو۔

۸۔ اگر آبی بار پیم کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو تو پانی کی سطح کے نیچے ایک ایسے نقطہ کی گہرائی دریافت کرو جس پر کا دباؤ ۱۰ فٹ کی گہرائی پر کے دباؤ کا دو چند ہو۔

۹۔ ایک جھیل کی سطح کے نیچے ایک نقطہ کی گہرائی ۵ فٹ ہے اور اس پر کا دباؤ ایک ایسے نقطہ پر کے دباؤ کا نصف ہے جسکی گہرائی ۴۴ فٹ ہے اگر وہ ہوائی کا دباؤ پونڈوں میں فی مربع انچ دیا گیا ہو۔

۱۰۔ اگر سمندر کے پانی کی کثافت اضافی ۱۶۰۲۶ ہو اور ۳ تازہ پانی کا وزن  $\frac{1}{4}$  پونڈ فی مکعب فٹ ہو تو سمندر کی سطح کے نیچے ۱۰ فیم کی گہرائی پر جو دباؤ ہے اس کو فی مربع گز ٹنوں میں دریافت کرو۔

۱۱۔ اگر پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۱۵۹۶ ہو تو معلوم کرو کہ پانی کے اندر ۵۰۰ میٹر کی گہرائی پر جتنا دباؤ ہے اتنا ہی دباؤ پارہ کے اندر کس گہرائی پر ہو گا ؟

۱۲۔ پارہ (کثافت اضافی = ۱۳۱۵۹۶) کی کس گہرائی پر دباؤ فی مربع سنتی میٹر ایک کلو گرام وزن کے مساوی ہو گا۔

۱۳۔ ایک سیلابی بار پیم کا ارتفاع ۷۵۰ ملی میٹر ہے اور پارہ کے ایک مکعب سنتی میٹر کا وزن ۱۳۱۶ گرام ہے، ایک مربع کھلمدن جسکا ہر ضلع ایک دسی میٹر ہے ایک قابلہ کو بند کئے ہوئے ہے جس کی ہوا خارج کردی گئی ہے، اگر امون کے وزن میں اس وقت کی تقریبی قیمت معلوم کرو جو کھلمدن کے مرکز پر لگائی جائے اور اس کو کھولنے کیلئے

عین کافی ہو۔

۱۴۔ اگر کرہ ہوائی کا دباؤ ۱۵ پونڈ وزن فی مربع انچ کے برابر ہو اور پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن  $\frac{1}{4}$  پونڈ ہو تو پانی کی سطح کے نیچے ذیل کی گہرائیوں پر دباؤ فی مربع انچ دریافت کرو۔

(۱) ۱۰ فٹ کی گہرائی پر (۲) ایک میل کی گہرائی پر۔

۱۵۔ ایک برتن کا پیندا متوازی الافق ہے اور اس کے اندر ۱۲ انچ کی اونچائی تک پارہ ڈالا گیا ہے، اگر پارہ کے اوپر ۲۴ انچ کی اونچائی تک پانی ڈالا جائے تو پیندے کے کسی نقطہ پر کا دباؤ فی مربع انچ پونڈوں کے وزن میں دریافت کرو۔ (پارہ کی اضافی کثافت ۱۳۶۶ ہے)

۱۶۔ ایک ظرف کا کچھ حصہ پانی سے بھر دیا گیا ہے اور پانی کے اوپر تیل ڈالا گیا ہے، تیل کی اونچائی چھ انچ ہے۔ اگر تیل کی اضافی کثافت ۹۲ ہو اور پانی کے ایک مکعب انچ کا وزن ۲۵۲ گرین ہو تو ایک ایسے نقطہ پر کا دباؤ فی مربع انچ معلوم کرو جسکی گہرائی تیل کی اوپر کی سطح سے ۸۶۵ انچ ہے۔

۱۷۔ ایک ظرف کے اندر کچھ پانی ہے اور کچھ پارہ، پانی کی گہرائی ۲ فٹ ہے، اگر پارہ کی اضافی کثافت ۵۶۸ و ۱۳۵ ہو اور پانی کے ایک مکعب فٹ کی کثیت ۱۰۰۰ اونس ہو تو ایک ایسے نقطہ پر کا دباؤ فی مربع انچ پونڈوں کے وزن میں دریافت کرو جو سطح مشترک سے ۲ انچ کی گہرائی پر واقع ہو۔

۱۸۔ ایک لائلی کی ایک شاخ کی عمودی تراش ۱ مربع انچ ہے

اور دوسری شاخ کی اورج نیچے ، نلی میں پارہ بھرا گیا ہے جسکی کثافت اضافی ۵۹۶ و ۱۳ ہے ، بتاؤ کہ بڑی نلی میں کتنا پانی ڈالا جائے کہ چھوٹی نلی میں پارہ ایک نیچے اور اوپر چڑھ جائے ۔

۱۹۔ دائرہ شکل کی ایک چھوٹی یکساں نلی انتصابی سطح میں واقع ہے ، دو سیالوں کی مساوی مقداروں سے آدھی نلی بھرا گیا ہے اگر سیالوں کی کثافتیں کپ اور کم ہوں تو ثابت کرو کہ سیالوں کی سطح مشترک میں سے گزرنے والا نصف قطر انتصابی خط سے زاویہ

مس =  $\frac{ک - کم}{ک + کم}$  بناتا ہے ۔

فرض کرو کہ مانع کا سب سے اونچا نقطہ ل ہے اور سب سے نیچا ب ، اس طرح سے ل ب مرکز میں سے گزرے گا ۔ اس لئے مانع کا مشترک نقطہ ج ایسا ہے کہ  $ل ج = ب ج = ۹۰^\circ$  اگر نلی کے انتصابی قطر کا سب سے نیچا نقطہ د ہو اور اس قطر پر عمود ا ل ، ب م ، اور ج ن نکالے جائیں تو دفعہ ۲۸ کی رو سے د پر کا دباؤ = ک ب  $\times$  د  $\times$  د م [کیونکہ دباؤ سیال ب د کی وجہ سے ہے]

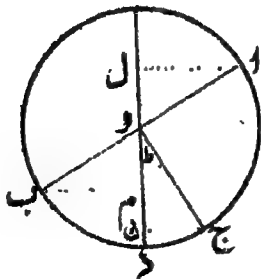
نیز اگر سیال د ج ل کا دباؤ نقطہ د پر محسوب کیا جائے تو یہ

$$ک ب \times د \times د ن + ج پر کا دباؤ$$

$$= ک ب \times د \times د ن + ک ب \times د \times ن ل$$

$$= ک ب \times د م = ک ب \times د ن + ک ب \times ن ل$$

$$\text{یعنی ک ب} \times ن م = ک ب \times ن ل$$





یعنی ک [جم ط - جم (۹۰ - ط)] = ک [جم ط + جم (۹۰ - ط)]

یعنی ک (جم ط - جب ط) = ک (جم ط + جب ط)  
یا جم ط پر تقسیم کرنے سے

ک (۱ - مس ط) = ک (۱ + مس ط)  
یا مس ط (ک + ک) = ک - ک

اس لئے مس ط =  $\frac{ک - ک}{ک + ک}$

۲۔ دائرہ کی شکل کی ایک پتلی، یکساں انتصابی نلی میں، مائع ڈالے گئے ہیں جن کی کثافتیں بالترتیب ک اور ک ہیں، دائرہ کی جس قوس کے اندر اول الذکر مائع ہے اس کے محاذی دائرہ کے مرکز پر زاویہ قائمہ بنتا ہے اور دوسرے مائع کی قوس کے محاذی مرکز پر زاویہ عم بنتا ہے، ثابت کرو کہ مائع کی سطح مشترک میں سے گزرنیوالا نصف قطر خط انتصابی سے زاویہ مس =  $\frac{ک - ک + ک جم عم}{ک + ک جب ط}$  بنا رہے۔

۲۱۔ دائرہ کی شکل کی ایک پتلی یکساں نلی ہے، اس کے نچلے نصف دائرہ کا آدھا حصہ ایک مائع سے بھر دیا گیا ہے جس کی کثافت ۲ ک ہے اور باقی کے آدھے حصے میں دو مائع ڈالے گئے ہیں جو ایک دوسرے سے نہیں ملتے اور جن کی کثافتیں ۳ ک اور ک ہیں، ثابت کرو کہ ان آخری دو مائع میں سے نچلے کا حجم دوسرے کے حجم کا دو چندان ہے۔

۲۲- دائرہ کی شکل کی ایک پتلی یکسان تلی چار ایسے سیالوں کی مساوی جموں سے آدھی بھری گئی ہے جو آپس میں نہیں ملتے اور جن کی اضافی کثافتوں کی باہمی نسبتیں ۱:۴:۸:۱۶ ہیں، اگر تلی انتصابی سطح میں واقع ہو تو ثابت کرو کہ آزاد سطحوں کو ملانے والا قطر انتصابی خط کے ساتھ زاویہ مس<sup>۱</sup> ۲ بناتا ہے۔

۲۳- ن مائعات جنکی کثافتیں اوپر کے مانع سے شروع ہو کر بالترتیب ک، ۲ک، ۳ک، ...، ن ک ہیں ایک دوسرے کے اوپر ترتیب دئے گئے ہیں۔ اگر ہر ایک مانع کی موٹائی ص ہو تو سب سے نچلے مانع کے سب سے نیچے کے نقطے پر کا دباؤ معلوم کرو۔

۲۴- ایک غیر متجانس الاجزا سیال کے اندر گہرائی ی پر کثافت

ک<sub>ی</sub> ہے، ثابت کرو کہ اس گہرائی پر کا دباؤ

$$\frac{1}{12} + \frac{7}{12} \frac{J k_y}{1} -$$

۳۹- کل دباؤ۔ تعریف۔ اگر کسی جسم کی سطح پانی کے اندر ڈوبی ہوئی ہو اور اس کے رقبہ کے ہر ایک چھوٹے جزو پر کا دباؤ معلوم کیا جائے جو اس جزو پر عموداً عمل کرتا ہے تو ان دباؤں کا مجموعہ سطح پر کا کل دباؤ کہلاتا ہے۔ اگر یہ سطح مستوی ہو تو صاف ظاہر ہے کہ اس قسم کا کل دباؤ ان سب دباؤں کے حاصل (یعنی مجموعی دباؤ) کے



لیکن اگر رقبہ مفروضہ کے مرکز ثقل کی گہرائی سی ہو تو بموجب  
دفعہ ۱۱۱ علم سکون

$$\frac{\text{عم ی} + \text{عم ی} + \text{عم ی} + \dots}{\text{عم} + \text{عم} + \dots} = \text{سی}$$

۱۱۔ عم ی + عم ی + عم ی + ..... = سی (عم + عم + ..... = سی) سی  
اس لئے حاصل مجموعی دباؤ = سی س = سطح کا رقبہ  $\times$  مرکز  
ثقل پر کا دباؤ

یعنی حاصل مجموعی دباؤ مائع کے ایک ایسے اسطوانہ کے وزن  
کے مساوی ہے جس کا قاعدہ مفروضہ مستوی سطح کے رقبہ  
کے برابر ہے اور جس کا ارتفاع سطح مذکورہ بالا کے مرکز ثقل  
کی گہرائی کے برابر ہے۔

۱۲۰۔ اگر ہوا کے دباؤ کو نظر انداز نہ کیا جائے تو سی  
موثر سطح کے نیچے مرکز ثقل کی گہرائی کو تعبیر کریگا۔ (موثر  
سطح وہ ہے جس کا ارتفاع مائع کی سطح کے اوپر ف ہو جہاں  
ف اسی سیال کے بار پیمائی کی اونچائی ہے) اگر یہ معلوم  
ہو کہ کرہ ہوائی کا دباؤ رقبہ کی ایک اکائی پر  $\Pi$  ہے۔ تو  
سطح پر کے مجموعی دباؤ کا وہ حصہ جو کرہ ہوائی کی وجہ سے  
پیدا ہوتا ہے  $\Pi$  س ہو گا۔

۱۲۱۔ اگر سطح زیر بحث منحنی ہو تو کل دباؤ اس حالت میں  
بھی دفعہ ۱۱۹ کے ضابطہ سے معلوم ہو سکے گا اور اس کا  
ثبوت اسی دفعہ کے موافق ہو گا لیکن ایک منحنی سطح کی

صورت میں کل دباؤ کوئی طبعی معنی نہیں رکھتا۔ اور اس لئے اس کے معلوم کرنے سے کوئی خاص فائدہ حاصل نہیں ہوتا۔ یاد رہے کہ منحنی سطح کی صورت میں کل دباؤ اور حاصل مجموعی دباؤ دونوں ایک ہی چیز نہیں ہیں۔ حاصل مجموعی دباؤ معلوم کرنے کے طریقہ پر ہم اگلے باب میں بحث کریں گے۔

۴۲۔ مشق ۱۔ ایک مرنے والی تختی جس کا کنارہ ۸ انچ ہے سمندر کے پانی میں غرق کی گئی ہے۔ اس کے اوپر کا کنارہ متوازی الاضلاع ہے اور پانی کی سطح سے ۱۲ انچ کی گہرائی پر ہے، اگر تختی افق کے ساتھ ۴۵° کا زاویہ بنائے تو اس کی سطح پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو (فرض کرو کہ سمندر کے پانی کے ایک مکعب فٹ کی کمیت ۶۴ پونڈ ہے) تختی کے مرکز ثقل کی گہرائی = ۱۲ + ۴ = ۱۶ جم ۴۵ = (۱۲ + ۱۶) (۲۷ + ۶) انچ

$$= \frac{27+6}{4} \text{ فٹ}$$

نیز تختی کا رقبہ =  $\left(\frac{2}{3}\right)^2$  مربع فٹ

اس لئے مجموعی دباؤ =  $\frac{2}{3} \times \frac{27+6}{4} \times 64$  پونڈ وزن

$$= 351.149 \text{ پونڈ وزن تقریباً}$$

مشق ۲۔ ایک موج مخروط افقی میز پر قاعدہ کے بل پڑا ہے، قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے۔ اور مخروط کا ارتفاع ۶۴ × ۸ انچ ہے۔ اگر اس مخروط کو پانی سے بھر دیا جائے تو مخروط کے قاعدے پر کا دباؤ معلوم کرو اور نیز اس دباؤ کی نسبت اس پانی کے وزن کے ساتھ معلوم کرو جو مخروط کے اندر ہے۔

مجموعی دباؤ =  $100 \times 8.62$  مکعب انچ پانی کا وزن

$$= \frac{8.62}{14.7} \times 1000 \text{ اونس وزن} = 500 \text{ اونس وزن}$$

$$= 31.25 \text{ پونڈ وزن}$$

چونکہ مخروط کا حجم قاعدہ کے رقبہ اور ارتفاع کے حاصل ضرب کی ایک تہائی کے برابر ہوتا ہے اس لئے اندر کے پانی کا وزن

$$= \frac{1}{3} \times 100 \times 8.62 \text{ مکعب انچ پانی کا وزن}$$

$$= \frac{1}{3} \times 31.25 \text{ پونڈ وزن}$$

اس لئے مخروط کے قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ = مخروط کے پانی کے وزن کا تین گنا۔

یہ جواب بادی النظر میں ناممکن معلوم ہوتا ہے لیکن اس کی صحت اس سے واضح ہوتی ہے کہ سمت رأس میں قاعدہ کا جو مجموعی دباؤ سیال پر ہے وہ دو بیسزوں کا موازنہ کرتا ہے اولاً مانع کے وزن کا اور ثانیاً اس مجموعی دباؤ کے شاذ قوی جزو ترکیبی کا جو سطح منحنی اندر کے مانع پر ڈالتی ہے۔ اگلے باب سے یہ ثابت ہو سکے گا کہ یہ جزو ترکیبی سیال کے وزن کا دو چند ہے۔

مشق ۳۔ ایک سیال کے اکائی حجم کا وزن  $W$  ہے، اس پر ایک دوسرا سیال جو پہلے سیال سے نہیں ملتا ساکن ہے، اس سیال کے اکائی حجم کا وزن  $W'$  ہے اور اس کا ارتفاع  $h$  ہے۔ ایک مربع جس کا ایک ضلع  $b$  ( $< 1$ ) دونو سیالوں میں

انتصاباً دباؤ لیا گیا ہے اگر مربع کے اوپر کا کنارہ اوپر کے سیال کی بالاترین سطح میں واقع ہو تو مربع پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔  
اس مربع پر سیالوں کا دباؤ دو سیالوں کے مجموعی دباؤں کے برابر خیال کیا جاسکتا ہے۔ ایک تو ایسا سیال جس کا ذاتی وزن و ہے اور جو سب مربع کی سطح کو مس کرتا ہے۔ اور دوسرا ایسا سیال جس کا ذاتی وزن و - و ہے اور جو مربع کے منہ نیچے حصہ کو مس کرتا ہے ان دو مائعات کی وجہ سے جو مجموعی دباؤ مربع پر عمل کرتے ہیں ان کا حاصل جمع، مطلوبہ مجموعی دباؤ کے مساوی ہوگا۔

پہلے مائع کی وجہ سے جو مجموعی دباؤ پیدا ہوتا ہے وہ بموجب ذیل ہے

$$= و \times ب \times \frac{پ}{۲}$$

اور جو دباؤ دوسرے مائع کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے

$$= (و - و) \times ب \times (ب - ا) \times \frac{پ - ا}{۲}$$

۲۔ مطلوبہ مجموعی دباؤ

$$= و \times \frac{پ}{۲} + (و - و) \times \frac{پ - ا}{۲} \times (ب - ا)$$

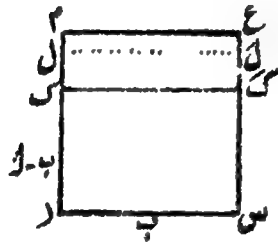
$$= \frac{۱}{۲} و ب (ب - ا) + \frac{۱}{۲} و ب [ب - (ب - ا)]$$

$$= \frac{۱}{۲} و ب (ب - ا) + \frac{۱}{۲} و ب (ا) = \frac{۱}{۲} و ب (ب)$$

**متبادل ثبوت** - یہ مجموعی دباؤ اس طرح سے بھی محسوب کیا جاسکتا ہے -

مرج کے اس حصہ پر کا دباؤ جو اوپر کے مانع میں ہے

$$= \text{و} \times \text{ب} \times \text{ل} \times \frac{\text{ل}}{\text{پ}}$$



نیچے حصہ ک دس ک پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرنے کے لئے فرض کرو کہ مانع م ک ک ع کو جس کا وزن و ہے ہٹا کر اس کی جگہ مانع ل ک ک ل رکھا گیا ہے جس کا ذاتی وزن و ہے، اس آخرا ل ذکر مانع سے ہوا ری ک ک پر دہی دباؤ پیدا ہوتا ہے جو اصلی سیال سے ہوتا ہے -

اس لئے  $\text{ک ل} \times \text{و} = \text{ک م} \times \text{و} = \text{ل} \times \text{و}$

∴ ک دس ک پر کا مجموعی دباؤ

= اس کا رقبہ  $\times \text{و} \times (\text{ک ل} + \frac{\text{ب} - \text{ل}}{\text{پ}})$  (دفعہ ۳۹)

=  $\text{ب} (\text{ب} - \text{ل}) \times \text{و} \times [\frac{\text{ل} - \text{و}}{\text{و}} + \frac{\text{ب} - \text{ل}}{\text{پ}}]$

=  $\text{ب} (\text{ب} - \text{ل}) \times \text{و} \times [\frac{\text{ل}}{\text{و}} + (\text{ب} - \text{ل}) \frac{1}{\text{پ}}]$

∴ مطلوبہ حاصل مجموعی دباؤ



$$\frac{1}{4} \times \text{ب} \div \text{ا} + \text{ب} (\text{ب} - \text{ا}) [\text{ا} \div \text{و} + \frac{1}{4} (\text{ب} - \text{ا})] \text{و}$$

$$\frac{1}{4} \text{ب} (\text{ب} - \text{ا}) \div \text{ا} + \text{ب} \div [\frac{1}{4} + \text{ب} - \text{ا}]$$

$$\frac{1}{4} \text{ب} (\text{ب} - \text{ا}) \div \text{و} + \frac{1}{4} \text{ا} \text{ب} (\text{ب} - \text{ا}) \div \text{و} \text{بوجب سانی}$$

### امثلہ نمبری ۵

۱۔ ایک برتن میں چار فٹ کی گہرائی تک پانی بھرا ہوا ہے اور اس کے پینڈے میں ایک مکعب جس کا ہر ایک کنارہ ۲ فٹ ہے اپنے ایک رخ کے بل پڑا ہے۔ مکعب کے کسی انتصابی رخ پر پانی کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۲۔ ایک حوض سطح سمندر سے ۴۰۰ فٹ اونچا ہے، اس میں سے ایک نل کے ذریعہ ایک مکان میں پانی لایا جاتا ہے۔ اگر نل کی ٹوٹی سطح سمندر سے ۱۵۰ فٹ اونچی ہو اور اس کی عمودی تراش کا رقبہ  $\frac{1}{4}$  مربع انچ ہو تو ٹوٹی پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۳۔ ایک مکعب پانی کے اندر معلق ہے، اس کے اوپر کا رخ متوازی الافق ہے اور پانی کی سطح سے ۷۵ سنتی میٹر کی گہرائی پر ہے۔ اگر مکعب کا ایک کنارہ ۳۰ سنتی میٹر ہو تو مکعب کے ہر ایک رخ پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۴۔ ایک جہاز کے پینڈے میں آبی خط کے نیچے ۲ فٹ کی گہرائی پر ایک سوراخ ہو گیا ہے جس کا رقبہ ۶ مربع انچ ہے۔ اگر

سمندر کے پانی کا وزن ۶۴ پونڈ فی مکعب فٹ ہو تو دریافت کرو کہ ایک لکڑی کے ٹکڑے سے سوراخ کو بند رکھنے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی۔

۵۔ ایک انتصابی دیوار پانی میں تعمیر کی گئی ہے اور اس کے اوپر کا کنارہ پانی کی سطح میں ہے، دیوار کی اونچائی ۱۲ فٹ ہے اور چوڑائی ۸ فٹ۔ اگر آبی بار پچا کا ارتطاع ۳۳ فٹ ہو تو دیوار کے کسی ایک پہلو پر پانی کا مجموعی دباؤ دریافت کرو۔

۶۔ ایک ظرف کو جس کے پیندے کا رقبہ ۱۵ سنتی میٹر مربع ہے اور جس کی اونچائی ۱۵ سنتی میٹر ہے پانی سے بھرا گیا ہے، اس ظرف کی ایک گردن ہے جس کا طول ۵، ۷ سنتی میٹر ہے اور جس کی عمودی تراش ۱۰ مربع سنتی میٹر ہے، ظرف کے پیندے پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۷۔ اگر آبی بار پچا کی اونچائی ۱۰.۳۳ سنتی میٹر ہو تو ایک ایسی گول تختی پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو جس کی گہرائی پانی کے اندر ۵۰ میٹر ہے اور جس کا نصف قطر ۷ سنتی میٹر ہے۔

۸۔ ایک تالاب کا بند ۲۰۰ گز لمبا ہے اور اس کا جو رخ پانی سے مس کرتا ہے وہ شکل میں مستطیل ہے اور افق کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے۔ اگر پانی کی گہرائی ۳۰ فٹ ہو تو بند پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

یہ بھی معلوم کرو کہ تالاب کے اندر جو پانی ہے اسکی سطح کی وسعت کا کوئی اثر مجموعی دباؤ پر پڑے گا یا نہیں۔

۹۔ مخروط ناقص کی شکل کا ایک ظرف پانی سے بھرا گیا ہے، اس کی چوٹی کا قطر ۱۰ انچ ہے اور پینڈے کا ۸ انچ، اور اس کی اونچائی ۱۲ انچ ہے۔ قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ اور قاعدہ کے مرکز پر کا دباؤ فی مربع انچ پونڈوں کے وزن میں معلوم کرو۔

۱۰۔ ایک مربع کو ایک مانع کے اندر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اسکا ایک کنارہ مانع کی سطح میں ہے، مربع پر ایک افقی خط کھینچنے کا عمل دریافت کرو جو مربع کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرے جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں۔

۱۱۔ کعب کی شکل کا ایک برتن ایک تہائی پارہ سے بھرا گیا ہے جس کی کثافت اضافی ۱۳۶ ہے اور باقی دو تہائی پانی سے۔ اگر کعب کا ہر ایک ضلع ایک دسی میٹر ہو تو اس کے ایک رخ پر کا مجموعی دباؤ کلوگراموں کے وزن میں معلوم کرو۔

۱۲۔ ایک برتن کی اونچائی ایک فٹ ہے اور اس کے ایک پہلو کا طول ۱۰ انچ ہے۔ اس میں ۸ انچ تک پارہ بھرا ہوا ہے اور باقی پانی۔ پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۵۹۶ ہے اور کروہوائی کا دباؤ فی مربع انچ ۱۵ پونڈ وزن کے برابر ہے، برتن کے ایک رخ پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۱۳۔ ایک مستطیل شکل کے برتن کا ایک رخ ۲ فٹ اونچا ہے اور ایک فٹ چوڑا، اس کو آدھا پارہ سے اور آدھا پانی سے بھرا گیا ہے، اگر پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۵ ہو تو اس رخ پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۱۴۔ ایک حوض میں پانی بھرا ہوا ہے، اس کے ایک رخ پر پانی کے اندر مختلف گہرائیوں پر مساوی چھوٹے رقبے ۱ اور ۲ ہیں۔ ۱ پر کا مجموعی دباؤ ۲ پر کے مجموعی دباؤ کا چار گنا ہے، لیکن جب حوض میں سے اتنا پانی نکال لیا جائے کہ پانی کی سطح ایک فٹ نیچی ہو جائے تو ۱ پر کا مجموعی دباؤ ۲ پر کے مجموعی دباؤ کا ۹ گنا ہو جاتا ہے۔ پانی کی سطح کے نیچے ۱ اور ۲ کی سابق گہرائیاں دریافت کرو۔

۱۵۔ کعب کی شکل کے ایک صندوق کا ایک کنارہ ایک فٹ ہے اس میں ایک نلی لگی ہوئی ہے جس کے دوسرے سرے کا انتصابی ارتفاع صندوق کے ڈھلنے سے ۱۶ فٹ ہے، صندوق میں نلی کے اوپر کے سرے تک پانی بھرا ہوا ہے۔ ڈھلنے پر کا مجموعی دباؤ سمت رأس میں اور قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ سمت شاقولی میں دریافت کرو اور ثابت کرو کہ ان کا فرق اس پانی کے وزن کے برابر ہے جو صندوق کے اندر ہے۔

اس امر کی تشریح کرو کہ قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ صندوق کے پانی کے وزن سے کیوں زیادہ ہے۔

۱۶۔ ایک مصنوعی جھیل  $\frac{1}{4}$  میل لمبی اور ۱۰۰ اگزیچوڑی ہے، اس کی تہ ایک سطح مائل ہے جس کی گہرائی عرض کے ایک کنارے پر صفر ہے اور بتدریج بڑھتے بڑھتے عرض کے دوسرے کنارے پر ۸۸ فٹ ہو جاتی ہے، عرض کے اس کنارے پر ایک بکی دیوار بنائی گئی ہے، اگر پانی کے ایک کعب گز کا وزن

۳۔ ٹن ہو تو ثابت کرو کہ کل دیوار پر کا مجموعی دباؤ  $\frac{3}{2} \times 22 \times 22$  ٹن ہوگا اور کل پانی کا وزن ... ۴۸۴ ٹن ہوگا۔

۱۷۔ ایک حوض کی دیواریں انتصابی ہیں اور اس کا قاعدہ ایک افقی منظم سدس ہے جس کا ہر ضلع  $\frac{1}{3}$  فٹ ہے، حوض کو پانی سے بھر دیا گیا ہے، اگر حوض کی ہر ایک دیوار پر کا مجموعی دباؤ قاعدہ پر کے مجموعی دباؤ کے مساوی ہو تو حوض کی گہرائی دریافت کرو۔

۱۸۔ ایک منظم ذواربعتہ السطوح کا ہر ایک کنارہ  $\frac{1}{2}$  ہے، اس جسم کو پانی میں اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اسکی ایک سطح متوازی الافق ہے اور اس سطح کے مقابل کا نقطہ رأس نیچے کی طرف ہے۔ اگر افقی سطح کی گہرائی گ ہو تو ہر ایک رخ پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو اور اس کی مدد سے ذواربعتہ السطوح پر کا حاصل جموی دباؤ دریافت کرو۔

۱۹۔ مستطیل شکل کا ایک انتصابی دروازہ ہے جس کی چوڑائی ۵۰ فٹ ہے، اس کی ایک جانب عمیق پانی (کثافت اضافی ۱۵.۲۶) ۲۵ فٹ کی گہرائی تک بھرا ہوا ہے اور دوسری جانب تازہ پانی ہے، اگر دروازہ کے دونوں طرف کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں تو تازہ پانی کی گہرائی دریافت کرو۔

۲۰۔ ایک مجوف مخروط کو جس کا قاعدہ نیچے کی طرف ہے اور جس کا محور انتصابی ہے دو مائعات کے مساوی جھوں سے بھرا گیا ہے۔ ان مائعات کی کثافتوں کی باہمی نسبت ۳ : ۱ ہے۔

ثابت کرو کہ مخروط کے قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ اس دباؤ کا (۳-۴) گنا ہے جو سارے مخروط کو ہلکے سیال سے بھرنے سے حاصل ہوتا ہے۔  
 ۲۱- ایک مستطیل کے اضلاع ۱ اور ۲ ہیں، ضلع ۱ متوازی الاضلاع ہے اور اس کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے ج ہے، اگر مستطیل کی سطح انتصابی خط کے ساتھ زاویہ طہ بنائے تو مستطیل پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۲۲- ایک مستدیر اسطوانہ کا ارتفاع ف اور نصف قطر ۱ ہے، اگر اسطوانہ کے وسطی نقطہ کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے ج ہو اور اس کا محور خط انتصابی سے زاویہ طہ بنائے تو اس کے دونوں مستوی سروں پر کے مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۲۳- ایک پانی سے بھرا ہوا مخروط اپنے مائل ارتفاع کے بل ایک افقی مینر پر پڑا ہے، اگر مخروط کا زاویہ رأس ۲ عہ ہو تو ثابت کرو کہ اس کے قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ پانی کے وزن کا ۳ جب عہ گنا ہے۔

۲۴- ایک مخروط بے وزن مخروط کا زاویہ رأس ۲ عہ ہے، اس کو پانی سے بھرا گیا ہے، اگر مخروط کو محیط قاعدہ کے کسی نقطہ سے بلا تکلف لٹکایا جائے تو ثابت کرو کہ قاعدہ پر کے مجموعی دباؤ کو مخروط کے پانی کے وزن کے ساتھ نسبت

۱۲ جب عہ : ۱۱ جب عہ ۱۵ + ۱۱ جب عہ ہے۔

۲۵- ایک مخروط بے وزن کرہ قاعدہ کے محیط پر کے ایک نقطہ سے بلا تکلف لٹکایا گیا ہے، اگر اس کو پانی سے بھرا جائے تو

ثابت کرو کہ سطح مستوی پر کے مجموعی دباؤ کو پانی کے وزن سے نسبت  $12:137$  ہے۔

۲۶۔ ایک متوازی الاضلاع کو پانی کے اندر اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کا ایک ضلع پانی کی سطح میں ہے، اس کی سطح پر افقی خط کھینچنے سے اس کو ایسے ن حصوں میں تقسیم کرو جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں، ثابت کرو کہ ان خطوں کی گہرائیوں کو آپس میں وہی نسبت ہے جو طبعی اعداد کے جذدن کو آپس میں ہے۔

۲۷۔ ایک مربع شکل کا پترا ۱ ب ج د پانی میں اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کا کنارہ ۱ ب پانی کی سطح میں ہے، نقطہ ۱ میں سے ایک خط مستقیم کھینچو جو پترے کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرے جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں۔

۲۸۔ ایک مربع ایک سیال میں ڈبویا گیا ہے، اگر مربع کا ایک کنارہ پانی کی سطح میں ہو اور مربع کی سطح انتصابی ہو تو مربع پر قطر کے متوازی ایک خط کھینچنے سے اس کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں۔

۲۹۔ نصف دائرہ کی شکل کا ایک پترا پانی میں ڈبویا گیا ہے، اگر اس کا قطر پانی کی سطح میں ہو اور اس کی سطح انتصابی ہو تو اس کو ایسے ن قطاعوں میں تقسیم کرو جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں۔

۳۰۔ ایک مثلث پانی میں پورا ڈوبا ہوا ہے اور اس کا نقطہ رأس ج پانی کی سطح میں ہے، نقطہ ۱ میں سے ایک خط





ایک میخ کے اس حصہ پر کے مجموعی دباؤ کا  $(ن + ۱)$  گنا ہے جو حصہ سب سے نچلے سیال کو مس کرتا ہے۔

۳۴۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک گلاس آدھا ایک سیال سے بھرا گیا ہے اور باقی آدھا دوسرے سیال سے، پہلے سیال کی کثافت کم ہے اور دوسرے کی کم، یہ سیال ایک دوسرے سے نہیں ملتے، اگر گلاس کا ارتقاء ف ہو اور اس کے قاعدے کا نصف قطر  $r$  تو ثابت کرو کہ گلاس کے قاعدہ پر کے مجموعی دباؤ کو سطح منحنی پر کے کل دباؤ کے ساتھ نسبت

$$۲ : (ک + ک) : (ک + ۳ک) \text{ ہے۔}$$

۳۵۔ ایک بند محور مخروط کا نقطہ رأس اوپر کی طرف ہے اور اس کا محور امتصالی ہے، مخروط کو پانی سے بھرا گیا ہے، اس کی منحنی سطح کو ایک افقی سطح کے ذریعہ ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو جن پر کے کل دباؤ باہم مساوی ہوں۔

مخروط کو ایسے ہی دو حصوں میں تقسیم کرو جبکہ نقطہ رأس نیچے کی جانب ہو۔

۳۶۔ ایک اسطوانہ  $n$  مختلف سیالوں کے مساوی جموں سے بھرا گیا ہے، یہ سیال آپس میں نہیں ملتے اور اوپر سے نیچے کی طرف ان سیالوں کی کثافتیں بالترتیب  $ک_۱، ک_۲، ک_۳، \dots، ک_n$  ہیں، ثابت کرو کہ منحنی سطح کے مختلف حصوں پر کے کل دباؤ باہم یہ نسبت رکھتے ہیں  $۱ : ۲ : \dots : n$

۴۳۔ ایک مستوی رقبہ پر کے دباؤ کا مرکز۔ اگر ایک مستوی

رقبہ کو ایک سیال کے اندر ڈلوایا جائے تو اس کے کسی نقطہ کا دباؤ مستوی رقبہ پر عمود وارہ ہوگا اور اس نقطہ کی گہرائی کے متناسب ہوگا۔

ظاہر ہے کہ سطح مذکورہ کی ایک جانب کے سب نقطوں پر کے دباؤ متوازی قوتوں کا ایک نظام بناتے ہیں اور ان کی مقداریں بھی معلوم ہیں۔

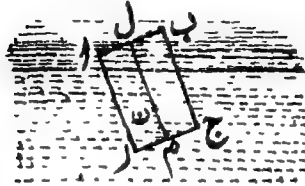
علم سکون دفعہ ۳۵ کی رو سے تمام متوازی قوتیں ایک قوت واحد میں ترکیب دی جاسکتی ہیں اور یہ قوت مستوی رقبہ کے ایک خاص نقطے پر عمل کرتی ہے۔

اس قوت واحد کو حاصل سیالی دباؤ کہتے ہیں اور مستوی رقبہ کی صورت میں یہ وہی چیز ہے جو کہ کل دباؤ ہے، اور رقبہ کا وہ نقطہ جس پر یہ عمل کرتی ہے اس رقبہ پر کے دباؤ کا مرکز (مرکز دباؤ) کہلاتا ہے۔

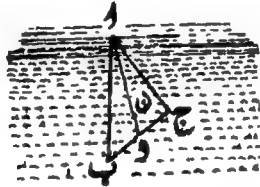
کسی دی ہوئی صورت میں دباؤ کے مرکز کا مقام معلوم کرنا ایک وقت طلب امر ہے، ہم باب ۹ میں اس پر مفصل بحث کریں گے، یہاں صرف ایک یا دو آسان صورتوں میں دباؤ کے مرکز کا مقام بتا دیا جائے گا۔

(۱) ایک مستطیل  $AB$  جہاں پانی میں ڈلوایا گیا ہے، اس کا ایک ضلع  $AB$  پانی کی سطح میں ہے، اگر  $AB$  اور

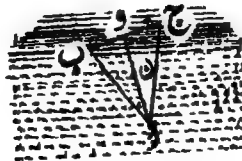
ج ر کے وسطی نقطے بالترتیب ل اور م ہوں تو دباؤ کا مرکز  
ن پر ہوگا جہاں  $ل ن = پ ل م$



(۲) ایک مثلث 'ا ب ج' پانی کے اندر ڈبویا گیا ہے، اس  
کا نقطہ 'راس' 'ا' پانی کی سطح کے اندر ہے اور قاعدہ 'ب ج'  
متوازی الافق ہے، اگر 'ب ج' کا وسطی نقطہ 'و' ہو تو دباؤ کا  
مرکز 'ن' 'ا و' پر ایک ایسا نقطہ ہوگا کہ  $ل ن = پ ل م$  'ا و'



(۳) ایک مثلث 'ا ب ج' پانی کے اندر ڈبویا گیا ہے، اسکا  
قاعدہ 'ب ج' پانی کی سطح میں ہے، اگر قاعدہ کا وسطی نقطہ  
و ہو تو دباؤ کا مرکز 'ن' 'ا و' کا نقطہ 'تضعیف' ہوگا۔



مشق ۱۔ ایک حوض کے ایک پہلو میں مستطیل شکل کا ایک سوراخ  
۱۰ ب ج د ہے، اس سوراخ کے نیچے کا ضلع ج د متوازی الاضلاع  
ہے، ۱۰ ب اور ۱۰ د کے طول بالترتیب ۱۰ فٹ اور ۱۲ فٹ ہیں،  
اگر اس سوراخ کو ایک ایسے انتصابی دروازے سے بند کیا جائے  
۱۰ ب کے گرد گھوم سکتا ہو اور حوض میں پانی کی سطح ۱۰ ب  
پر ہو تو بتاؤ کہ دروازے کو بند رکھنے کے لئے ج د کے وسطی  
نقطہ پر کتنی قوت لگانے کی ضرورت ہوگی۔

اگر قوت مطلوبہ ق ہو تو ۱۰ ب کے گرد اس کا جو معیار اثر ہوگا  
وہ ۱۰ ب کے گرد پانی کے دباؤ کے معیار اثر کے مساوی ہوگا۔  
دفعہ ۳۹ کی رو سے پانی کا مجموعی دباؤ

$$= 1000 \times 62.4 \times 12 \times 10 = 744000 \text{ پونڈ وزن}$$

نیز صورت اہل کی رو سے یہ اُس نقطہ پر عمل کرتا ہے جس کا  
فاصلہ ۱۰ ب سے

$$= \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ فٹ}$$

اس لئے ۱۰ ب کے گرد معیار اثر محسوب کرنے سے

$$= 744000 \times 5 = 3720000$$

$$= 3720000 \text{ پونڈ وزن}$$

### ۶۔ مثلہ نمبری

۱۔ پانی سے بھرے ہوئے ایک مکعب صندوق کا ڈھکنا ایک

مربع شکل کی تختی ارب ج ۵ ہے جس کا وزن صندوق کے پانی کے وزن کا دو تہائی ہے، ڈھکنا ارب کے گرد گھوم سکتا ہے اور صندوق کو اس طرح رکھا گیا ہے کہ ڈھکنے کی سطح افق سے ۴۵° کا زاویہ بناتی ہے، اگر ارب متوازی الافق ہو اور ج ۵ سے اوپر ہو تو ثابت کرو کہ ڈھکنا کھلنے کے عین قریب

۲۔ ایک مکعب شکل کے صندوق کا ایک انتصابی پہلو اپنے اوپر کے کنارے کے گرد گھوم سکتا ہے، اس پہلو میں اس کے اوپر کے کنارے پر ایک سلاح لگی ہے جو پہلو پر عمود دار ہے اور جس کی لمبائی مکعب کے ایک کنارے کے برابر ہے، اگر سلاح کا وزن ۵ پونڈ ہو اور اس پانی کا وزن جس سے صندوق بھر جائے ۲۴ پونڈ ہو تو بتاؤ کہ صندوق کے اندر کتنا پانی ڈالا جائے کہ اس کا یہ پہلو عین کھلنا شروع ہو جائے۔

۳۔ ایک متوازی الافق نلی کے اندر پانی ہے، اس کو ایک ایسے مربع ڈھکنے سے بند کیا گیا ہے جو افق کے ساتھ ۵۵° کا زاویہ بناتا ہے، اور جس کے دو کنارے متوازی الافق ہیں، ڈھکنے کا ہر ایک کنارہ ایک فٹ ہے اور وہ اپنے نیچے کے کنارے کے گرد گھوم سکتا ہے۔ اگر ڈھکنے اس وقت کھلنے کے عین قریب ہو جبکہ اس کے اوپر کا کنارہ پانی کی سطح میں ہو تو ڈھکنے کا وزن معلوم کرو۔

## باب چہارم

### کسی سطح پر کا حاصل مجموعی دباؤ

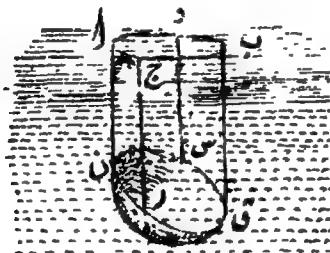
۴۴۔ اگر کسی منحنی سطح کا ایک حصہ ایک وزنی مائع کے اندر ڈبوایا جائے جیسا اگلی دفعہ کی شکل میں ہے تو اس سطح پر مائع کے دباؤ کا مجموعی اثر معلوم کرنا یا بانفاظ دیگر سیال کا حاصل مجموعی دباؤ معلوم کرنا ایک وقت طلب امر ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ مختلف نقطوں پر کے دباؤ مختلف سمتوں اور مختلف سطحوں میں عمل کرتے ہیں۔ لیکن اگر ہم سطح کے ہر ایک جزو پر کے دباؤ کو انتصابی اور افقی اجزائے ترکیبی میں تحلیل کریں تو ہم ایسی قوتیں معلوم کر سکتے ہیں جو حاصل مجموعی دباؤ کے مساوی ہوں۔ سب سے پہلے ہم اس سطح پر مائع کی انتصابی قوت کی پوری مقدار معلوم کریں گے۔ اس قوت کو حاصل انتصابی دباؤ کہتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ سطح مفروضہ کے مختلف نقاط پر جو دباؤ عمل کرتے ہیں ان کے انتصابی اجزائے ترکیبی کا حاصل، اس حاصل دباؤ کے برابر ہے کیونکہ یہ انتصابی

اجزاء ترکیبی متوازی قوتیں ہیں اور اس لئے وہ ایک انتصابی قوت واحد میں ترکیب دی جاسکتی ہیں۔  
انہی دفعہ میں یہ بیان ہو گا کہ کس طرح سے یہ انتصابی حاصل دباؤ معلوم ہو سکتا ہے۔

۴۵۔ ایک سطح وزنی مائع کے اندر غرق کی گئی ہے اس پر حاصل انتصابی دباؤ دریافت کرو۔

ایک سطح پانی کے اندر غرق کی گئی ہے ، اس کے ایک حصہ ن ر ق س پر غور کرو۔

فرض کرو کہ اس کے احاطہ کرنے والے کنارے کے ہر ایک نقطہ میں سے ایک ایک انتصابی خط کھینچا گیا ہے اور یہ انتصابی خط پانی کی سطح سے ایسے نقطوں پر ملتے ہیں جن سے منحنی ا ج ب د بنتا ہے۔



اب مائع کے اُس حصہ کے توازن پر غور کرو جو ان انتصابی خطوط ، سطح ن ر ق س ، اور مستوی سطح ا ج ب د کے اندر گھرا ہوا ہے۔

دفعہ ۲۸ کے موافق سطح ن ر ق س کے ہر ایک جزو کا

مجموعی دباؤ راسی سمت میں مانع کے اس پتلے اسطوانہ کے وزن کا موازنہ کرتا ہے جو اس جزو کے اوپر قائم ہے، پس اس قسم کے جتنے جزوی مجموعی دباؤ سمت راس میں عمل کرتے ہیں ان کا حاصل یعنی سطح کا حاصل راسی دباؤ سیال پر ان چھوٹے اسطوانوں کے اوزان کے حاصل کے متساوی اور متقابل ہوگا۔ اور ان دونوں حاصلوں کا خطِ عمل بھی ایک ہی ہوگا۔ لیکن مانع کے اسطوانوں کے وزنوں کا حاصل، مانع نرقس دارج ب کا وزن ہے اور اس کے مرکز ثقل میں سے عمل کرتا ہے۔ نیز سطح کا جو مجموعی دباؤ مانع پر ہے وہ اس مجموعی دباؤ کے متساوی و متقابل ہے جو مانع کا سطح مذکور پر ہے۔

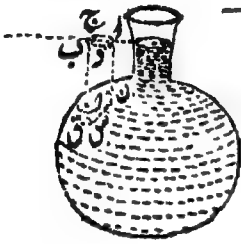
اس لئے معلوم ہوا کہ اگر کوئی سطح وزنی مانع میں غرق کی جائے تو اس پر حاصل انتظامی دباؤ اس مانع کے وزن کے مساوی رہتا ہے جو اس پر قائم ہو اور اس قائم غلبہ مانع کے مرکز ثقل میں سے عمل کرتا ہے۔ ۴۶۔ اگر سطح کو نیچے کی طرف دبائے کی بجائے مانع اس کو اوپر کی طرف دبائے جیسا کہ ذیل کی شکل میں ہے تو بھی وہی عمل کرنا چاہئے جو دفعہ گذشتہ میں کیا گیا ہے۔

سطح نرقس کے کسی نقطہ پر کا دباؤ مانع کی سطح کے نیچے اس نقطہ کی محض گہرائی پر موقوف ہے، اس لئے اس سطح کے کسی نقطہ پر کا دباؤ دونوں صورتوں میں خواہ مانع برتن کے اندر ہو یا باہر مقدار میں ایک ہی ہوگا (بشرطیکہ مانع



کے باہر ہونے کی صورت میں اس کی آزاد سطح اب فرض کی جائے گی مائع کے باہر ہونے کی صورت میں یہ نیچے کی طرف عمل کرے گا اور اندر ہونے کی صورت میں اوپر کی طرف ظاہر ہے کہ موجود صورت میں یہ اوپر کی طرف عمل کرتا ہے۔

پس سطح ن رقیں پر کا حاصل انتصابی دباؤ، مائع ن ق اب کے وزن کے برابر ہے۔

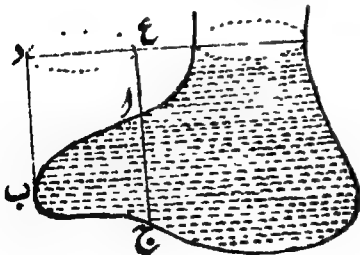


لہذا سطح مذکور کے حصہ مفروضہ پر کا حاصل انتصابی دباؤ اس مائع کے وزن کے برابر ہے جو اس حصہ پر اصلی مائع کی

سطح تک قائم ہو سکے اور یہ دباؤ مائع کے مرکز ثقل میں سے اُسی سمت میں عمل کرتا ہے۔

۷۴۔ اگر سطح اس طرح کی ہو جیسے ذیل کی شکل میں دکھائی گئی ہے تو حصہ اب پر کا حاصل انتصابی دباؤ سمت اُس میں عمل کرتا ہے اور اُس مائع کے وزن کے برابر ہے جو ب د ع د میں بھرا جاسکتا ہے۔

ب ج پر کا حاصل انتصابی دباؤ نیچے کی طرف ہے اور اُس مائع کے وزن کے برابر ہے



جو ج ب د ع د میں بھرا جاسکتا ہے اور سطح اب ج پر کا حاصل

انتصابی دباؤ ان کے فرق کے برابر ہے اور اس لئے مائع ج ب ا کے وزن کے مساوی ہے اور نیچے کی طرف غل کرتا ہے۔

۴۸۔ دفعہ ۴۶ میں اگر مائع متجانس الاجزا نہ ہو تو جو مائع ن ق ا ب کے اندر بھرا جائے گا اس کی کثافت کسی نقطہ پر وہی فرض کی جائے گی جو اس نقطہ کی گہرائی پر برتن کے اندر اصلی مائع کی ہے، لیکن اس کتاب میں بہت کم مثالیں ایسی ہیں جن میں کہ مائع متجانس الاجزا نہ ہو۔

۴۹۔ ایک جسم کھایا جز پانی میں ڈوبا گیا ہے، ثابت کر دو کہ اس پر کا

حاصل مجموعی دباؤ ہٹائے ہوئے پانی کے وزن کے برابر ہوتا ہے [مبادل ثبوت کے لئے دیکھو نوٹ دفعہ ۵۶]

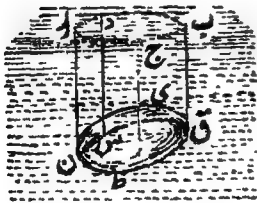
ایک جسم ن ط ق ی پورا پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے۔ فرض کر دو کہ ایک انتصابی خط جسم مذکور کی سطح کے گردا گرد اس

کو منحنی ن ر ق س پر

مس کرتا ہے اور مائع کی

سطح کو منحنی ا ج ب د

پر ملتا ہے۔



سطح (ط، ن ر ق س)

پر کا حاصل انتصابی دباؤ اس

مائع کے وزن کے برابر ہے جو ن ط ق ب ا میں بھرا جاسکتا ہے

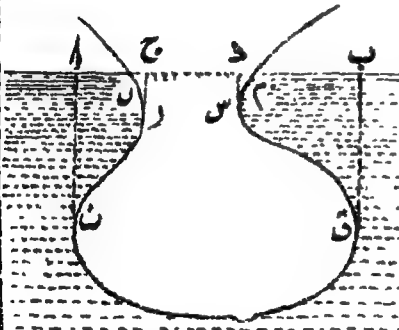
اور اس کے مرکز ثقل میں سے سمت رأس میں عمل کرتا ہے۔ اور سطح (ی، ن، ر، ق، س) پر کا حاصل انتصابی دباؤ اس مائع کے وزن کے برابر ہے جو ن، ی، ق، ب، ا میں بھرا جا سکتا ہے اور اس کے مرکز ثقل میں سے مساوی قوت میں عمل کرتا ہے۔

یہ دو مجموعی دباؤ ہیں جن کا حاصل سارے جسم پر کے حاصل انتصابی دباؤ کے مساوی ہے اور اس لئے یہ حاصل انتصابی دباؤ اس مائع کے وزن کے مساوی ہے جو جگہ ن ط ق ی کو بھر سکتا ہے اور ن ط ق ی کے مرکز ثقل میں سے اوپر کی طرف عمل کرتا ہے۔

لہذا معلوم ہوا کہ اگر ایک جسم پورا پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہو تو اس پر کا حاصل انتصابی دباؤ ہٹائے ہوئے مائع کے وزن کے مساوی ہوتا ہے اور ہٹائے ہوئے مائع کے مرکز ثقل میں سے سمت رأس میں عمل کرتا ہے۔ [دفعہ ۵۲ سے یہ معلوم ہوگا کہ جسم پر کا حاصل افقی دباؤ صفر ہوتا ہے] ہٹائے ہوئے مائع کے مرکز ثقل کو اکثر مرکز سباحت یا اچھال کا مرکز کہتے ہیں اور حاصل انتصابی دباؤ کو اچھال کی قوت کہتے ہیں۔

یہ نہایت ضروری مسئلہ جو ابھی بیان ہوا اصول ارشمیدس کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے، ارشمیدس ایک یونانی حکیم تھا جو مسیح عیسوی سے قریباً ۲۵۰ سال قبل گزر رہے

۵۰۔ یہ آسانی سے ثابت کیا جاسکتا ہے کہ مسئلہ مذکور اُس صورت میں بھی برقرار رہتا ہے۔ کہ جسم کو جزئاً پانی کے اندر غرق کیا جائے۔ اگر جسم کی شکل قدرے غیر منتظم واقع ہو جیسے ذیل کی شکل میں تو حاصل انتصابی دباؤ مائع ذیل کے وزن کے مجموعہ جبریہ کے مساوی ہو گا (۱)، مائع وزن ق باقی کا وزن جو اوپر کی طرف عمل کرتا ہے (۲)، مائع سے د باقی اور ر ج اُن کے وزن جو دونوں نیچے کی طرف عمل کرتے ہیں اور (۳) مائع دس م اور ج ل ر کے وزن جو اوپر کی طرف عمل کرتے ہیں۔ یعنی حاصل انتصابی دباؤ اُس مائع کے وزن کے برابر ہے جو ل ر ن ق س م میں بھرا جاسکتا ہے اور اس کے مرکز ثقل میں سے سمتِ رأس میں عمل کرتا ہے۔



۵۱۔ اگر مائع متجانس الاجزا نہ ہو تو دفعہ ۴۸ کی طرح یہ فرض کیا جائے گا کہ جسم سے گھری ہوئی جگہ میں ایک ایسا مائع بھر دیا گیا ہے جس کی کثافت جسم کے اندر کسی خاص گہرائی پر وہی ہے جو جسم کے باہر کے مائع کی اُسی گہرائی پر ہے۔

### امثلہ نمبری ۷

۱۔ ایک برتن مخروط ناقص کی شکل کا ہے۔ اُس کا پیندا اور چوٹی

دو مدور تختیوں سے بند کئے گئے ہیں جن کے نصف قطر بالترتیب ۸ انچ اور ۶ انچ ہیں، اگر برتن کو پانی سے بھر دیا جائے تو اس کو بڑی تختی اور چھوٹی تختی کے بل رکھنے سے جو مجموعی دباؤ نیچے کی تختی پر ہونگے ان کا باہم مقابلہ کرو۔

اس امر کی تشریح کرو کہ کیوں ایک حالت میں یہ مجموعی دباؤ سیال کے وزن سے زیادہ ہو گا اور دوسری حالت میں کم۔

۲۔ شراب کا ایک گلاس مخروطی شکل کا ہے، گلاس کو پانی سے بھر کر میز پر اونڈھا رکھا گیا ہے، ثابت کرو کہ پانی کا جو مجموعی دباؤ گلاس پر ہے وہ میز پر کے مجموعی دباؤ کا دو تہائی ہے۔  
۳۔ ایک مخروط کا ارتفاع ۴ فٹ ہے اور اس کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ہے، اس مخروط کو پانی سے بھرا گیا ہے اور اس پانی کو ایک ایسے اسطوانہ میں ڈالا گیا ہے جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ہے، اگر مخروط اور اسطوانہ دونوں کے محور امتصابی ہوں تو ان کے قاعدوں پر جو مجموعی دباؤ دونوں صورتوں میں عمل کرتے ہیں ان کا مقابلہ کرو۔

۴۔ ایک موج اسطوانہ کو پانی سے بھرا گیا ہے اور اس کے دونوں سروں کو بند کر کے اس کو اس طرح سے رکھا گیا ہے کہ اس کا محور افق کے متوازی ہے، اسطوانہ کی منحنی سطح کے پچھلے نصف پر کا امتصابی مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۵۔ ایک نصف کرہی پیالہ کو پانی سے بھر کر مستوی قاعدہ کے بل ایک افقی میز پر رکھا گیا ہے، ثابت کرو کہ اس کی سطح پر کا

حاصل انتصابی دباؤ مینر پر کے مجموعی دباؤ کا ایک تہائی ہے۔  
 ۶۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مستوی قاعدہ کو ایک پتلی تختی سے بند کر دیا گیا ہے، اگر اس کو پانی سے بھر کر اس طرح رکھا جائے کہ اس کا محور متوازی الاقاعی ہو تو (۱) سطح منحنی کے اوپر کے نصف پر کا اور (۲) نیچے کے نصف پر کا حاصل انتصابی دباؤ معلوم کرو۔

۷۔ ایک ڈول مخروط ناقص کی شکل کا ہے، اس کی چوٹی اور پنیہ کے نصف قطر بالترتیب ۶ انچ اور ۴ انچ ہیں، اور اسکی اونچائی ایک فٹ ہے، ڈول کو پانی سے بھرا گیا ہے، اگر پانی کا وزن فی مکعب فٹ ۱۰۰۰ اونس ہو تو اس کی منحنی سطح پر کا حائل انتصابی دباؤ معلوم کرو۔

۸۔ ایک اسطوانے کے ایک سرے پر ایک مخروط قائم کرنے سے ایک جوف برتن تیار کیا گیا ہے اور اس کو پانی سے بھر کر بد کر دیا گیا ہے، مخروط کا محور اسطوانہ کے محور کا تین گنا ہے، ثابت کرو کہ دونوں صورتوں میں جبکہ برتن کا محور انتصابی ہو مخروط کی سطح پر کا حاصل مجموعی دباؤ برابر ہوگا۔

۹۔ ایک دھری کیف دو مخروطوں کے رؤسوں کو جوڑنے سے بنائی گئی ہے، مخروطوں کے محور ایک ہی خط استقیم میں ہیں اور مشترک نقطہ رؤس پر کا ایک سوراخ دونوں مخروطوں کو ملاتا ہے، کیف کو ایک افقی سطح پر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے، اگر کیف کو پانی سے بھرا جائے تو ثابت کرو کہ

نچلے مخروط کی منحنی سطح پر کا حاصل انتصابی دباؤ پانی کے وزن کا  $\frac{1}{2}$  گنا ہے۔

۱۰۔ دھڑے مخروط کی شکل کا ایک برتن دو مساوی مخروطوں کے راسوں کو جوڑنے سے بنایا گیا ہے، مخروطوں کے محور ایک ہی خط مستقیم میں ہیں اور مشترک نقطہ راس پر ایک چھوٹا سوراخ ان دونوں مخروطوں کو ملاتا ہے، برتن کو ایک افقی میز پر اس کی ایک مستوی سطح کے بل رکھ کر پانی سے بھرا گیا ہے، برتن پر کا حاصل انتصابی دباؤ دریافت کرو اور ثابت کرو کہ اگر برتن کے اوپر کے حصہ کا محور نچلے حصہ کے محور سے دوچند ہو تو یہ حاصل انتصابی دباؤ صفر ہو گا۔

۱۱۔ مخروطی شکل کے ایک وزنی گلاس کو ایک چکنی افقی سطح پر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا راس اوپر کی طرف ہے اور اس کے اندر اس کی چوٹی پر کے ایک چھوٹے سوراخ میں سے آہستہ آہستہ پانی ڈالا گیا ہے، پیالہ کا وزن اس پانی کے وزن کا  $\frac{1}{2}$  ہے جو اس کو بھرنے کے لئے عین کافی ہو، ثابت کرو کہ پیالہ اس وقت سطح مستوی سے عین اوپر اٹھنے کو ہو گا جبکہ پانی کی گہرائی پیالہ کے ارتفاع کے نصف کے برابر ہو جائے۔

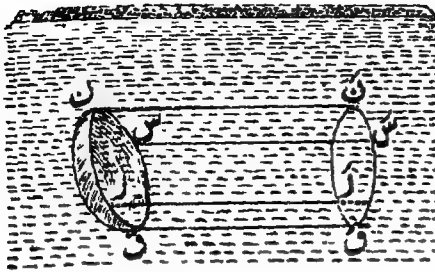
۱۲۔ مخروطی شکل کا ایک خول ایک افقی میز پر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا راس اوپر کی طرف ہے اور اس کے اندر راس پر کے ایک چھوٹے سوراخ میں سے کوئی مائع ڈالا گیا ہے

اگر مخروط میز پر سے اُس وقت اٹھنا شروع کرے جبکہ اس کے اندر کے مانع کا وزن مخروط کے وزن کے مساوی ہو تو ثابت کرو کہ مخروط کے وزن کو اُس مانع کے وزن کے ساتھ جو مخروط کو بھرنے کے لئے عین کافی ہوتا ہے نسبت ۹ - ۳۱۳:۴ ہوگی۔

۱۳۔ دو مساوی مجہول مخروطوں کے راسوں کو باہم جوڑنے سے ایک دھری کیف تیار کی گئی ہے، مشترک راس پر کا ایک سوراخ دونوں مخروطوں کو ملاتا ہے، کیف ایک مستوی سطح پر قائم ہے اور اس کا مشترک محور افقی پر عمود ہے۔ کیف کے اندر اتنا مانع ڈالا گیا ہے کہ اس کی سطح اوپر کے مخروط کے محور کی تنصیف کرتی ہے، اگر اس وقت مانع پچلے مخروط اور میز کے درمیان میں سے باہر نکلنے کے عین قریب ہو تو ثابت کرو کہ کسی ایک مخروط کے وزن کو اس مانع کے وزن کے ساتھ جو ایک مخروط کے اندر آسکتا ہے نسبت ۱۶:۲۷ ہوگی۔

۵۲۔ ایک سطح پانی کے اندر غرق کی گئی ہے، اس پر کا حاصل افقی دباؤ کسی خاص سمت میں دریافت کرو۔ سطح مذکور کے محیط کے ہر ایک نقطہ میں سے سمت مفروضہ میں افقی خطوط  $ن$ ،  $ق$ ،  $ر$ ،  $س$  وغیرہ کھینچو اور فرض کرو کہ یہ خط ایک ایسی مستوی سطح کو جو سمت مفروضہ پر عمود دار ہو منحنی  $ن$  ر ق س پر ملتے ہیں۔





رقبہ کا ایک نہایت ہی

چھوٹا جزو ن ر ق س

لو اور دفعہ ۲۷ کے موافق

اس پر ایک پتلا اسطوانہ

بناؤ جس کا دوسرا سرا

مستوی سطح ن ر ق س پر واقع ہو اور جس کے ٹکونی

خط ن ن کے متوازی ہوں۔

جو قوتیں اس اسطوانہ پر عمل کرتی ہیں اُن کو ن ن کے

متوازی تحلیل کرنے سے ظاہر ہے کہ چھوٹے جزو ن ر ق س

پر کا افقی مجموعی دباؤ = اس کے متناظر چھوٹے

جزو ن ر ق س پر کا افقی مجموعی دباؤ [کیونکہ باقی جو

قوتیں اس پتले اسطوانے پر عمل کرتی ہیں یعنی اُس کا وزن

اور اس کے گرد کے سیال کا دباؤ وہ سب کی سب سمت ن ن

سے زاویہ قائمہ بناتی ہیں]

اب چونکہ اوپر کا بیان رقبہ کے تمام اجزاء کے لئے درست

ہے بشرطیکہ اجزاء کافی طور پر چھوٹے ہوں اس لئے معلوم

ہوا کہ ن ر ق س کا حاصل افقی دباؤ سمت ن ن میں

ن ر ق س پر کے حاصل افقی دباؤ کے مساوی اور

متقابل ہے اور نیز ان دباؤں کا خط عمل بھی ایک ہی ہے

اب ن ر ق س کا حاصل افقی دباؤ دفعہ ۳۹ میں معلوم

کیا گیا ہے کیونکہ یہ ن ر ق س پر کامل دباؤ ہے

نیز ہم جانتے ہیں کہ اس کا نقطہ عمل  $N$  رقیق سس پر کے دباؤ کا مرکز ہے۔

لہذا کسی سطح پر کا حاصل افقی دباؤ کسی خاص سمت میں معلوم کرنے کے لئے ہمیں اس سطح کا ظل ایک ایسی انتصابی سطح مستوی پر پٹانا چاہئے جو سمت مفروضہ پر عمود وار ہو۔ تب سطح مذکور پر کا حاصل افقی دباؤ اس ظل پر کے کل دباؤ کے مساوی ہو گا اور اس ظل کے دباؤ کے مرکز میں سے عمل کرے گا۔

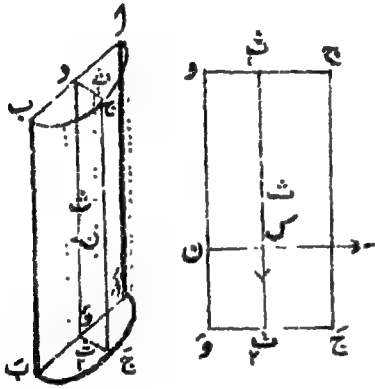
۵۳۔ ایک سطح پانی میں غرق کی گئی ہے، اس پر کا حاصل مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

اب ہم کسی سطح پر کا حاصل مجموعی دباؤ ذیل کے طریقہ سے معلوم کر سکتے ہیں۔ دفعہ ۴۵ کی مدد سے حاصل انتصابی دباؤ کی مقدار اور اس کا خط عمل دونوں معلوم ہو سکتے ہیں، نیز دفعہ ۵۲ کی مدد سے حاصل افقی دباؤ اور ان کے خط عمل دو ایسی افقی سمتوں میں معلوم ہو سکتے ہیں جو ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ بنائیں، اگر ان تینوں قوتوں کو ایک قوت واحد (حاصل) میں ترکیب دینا ممکن ہو (جیسا کہ متشاکل اجسام کی صورت میں بالعموم ممکن ہو گا) تو یہ حاصل، اس مسئلہ کی مدد سے جو قوتوں کا متوازی السطوح کہلاتا ہے معلوم ہو سکے گا۔

۵۴۔ مشتق ایک مجوف اسطوانہ کا ایک مستوی سرا ایک پتلی تختی سے بند گیا ہے اور اس کو پانی سے بھر کر اس طح رکھا گیا ہے کہ اسکا

محور انتصابی ہے، اگر ایک انتصابی سطح جو اسطوانہ کے محور میں سے گذرتی ہو اسطوانہ کے دو حصے کرے تو اسطوانہ کے ایک نصف پر کا حاصل مجموعی دباؤ معلوم کرو اور اس دباؤ کا خط عمل بھی دریافت کرو۔

فرض کرو کہ اسطوانہ کا ارتفاع  $h$  ہے اور اس کے قاعدہ کا نصف قطر  $r$  ہے، نیز فرض کرو کہ تقسیم کرنے والی مستوی سطح اسطوانہ کو سطح



و ب ب و میں  
کاٹی ہے۔ و ب  
کے وسطی نقطہ میں  
سے نصف قطر  
وج کھینچو جو اوپر  
کے مستوی نصف

دائرہ کی تنصیف کرے، وج پر ایک نقطہ ثا ایسا لو کہ

$$و ث = \frac{r^2}{3h} \quad [\text{علم سکون دفعہ ۱۱۸}]$$

تب ثا نصف دائرہ کا مرکز ثقل ہوگا۔

اب نصف اسطوانہ کے قاعدہ پر نقطہ ثا سے عمود ثا ثا کھینچو جو قاعدہ سے ثا پر ملے اور ثا ثا کی تنصیف ثا پر کر دو تب نقطہ ثا اس مانع کے نصف اسطوانہ کا مرکز ثقل ہوگا۔  
دفعہ ۴۵ کی رو سے انتصابی سمت میں عمل کرنے والا مجموعی

دباؤ نقطہ ث میں سے عمل کرتا ہے اور = مانع کے نصف  
اسطوانے کا وزن

$$= \frac{1}{2} \pi R^2 \times F \times D$$

جہاں  $D$  مانع کے اکائی حجم کا وزن ہے۔  
اور دفعہ ۵۲ کی رو سے منحنی سطح پر کا افقی مجموعی دباؤ = مستطیل  
ا ب ب' ر پر کا مجموعی دباؤ

اور یہ دفعہ ۴۳ (۱) کی رو سے دباؤ کے مرکز  $Z$  پر عمل کرتا ہے  
جہاں  $ON = \frac{1}{2} R$  و  $OZ$  اور اسکی مقدار =  $D \times$  رقبہ سطح  
ا ب ب' ر  $\times$  اس کے مرکز ثقل کی گہرائی

$$= \frac{1}{2} \pi R^2 \times F \times \frac{1}{2} R$$

اگر مرکز ث میں سے گزرنے والا انتہائی خط نقطہ  $N$  میں سے  
گزرنے والے افقی خط سے نقطہ  $K$  پر ملے [ملاحظہ ہو دائیں طرف  
کی شکل] تو حاصل مجموعی دباؤ  $K$  میں سے گزرے گا، اگر اس  
حاصل کی مقدار  $H$  ہو اور اس کا ناویہ میلان افق سے طہ ہو تو

$$H \text{ حجم طہ} = D \times F \times R$$

$$H \text{ جب طہ} = \frac{1}{2} \pi R^2 \times F \times D$$

$$\therefore \text{مس طہ} = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$\text{اور } H = D \times F \times R + \frac{1}{2} \pi R^2 \times F \times D$$

اس طرح سے حاصل مجموعی دباؤ کی مقدار اور اس کا خط عمل دونوں

معلوم ہو گئے۔

### امثلہ نمبری ۸

۱۔ ایک ٹھوس نصف کرے کو جس کا نصف قطر ۱ ہے پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کے مرکز کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے گ ہے اور اس کی مستوی سطح انتصابی ہے، اس کی منحنی سطح پر کا افقی مجموعی دباؤ معلوم کرو اور نیز اس پر کا ٹائل مجموعی دباؤ دریافت کرو۔

۲۔ ایک ٹھوس، قائم، مستدیر مخروط پانی کے اندر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا محور ستوازی الافق ہے اور اس کے محور کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے گ ہے، محور میں سے گزرنے والی ایک انتصابی سطح مخروط کو دو حصوں میں تقسیم کرتی ہے، مخروط کے ایک نصف پر کا افقی مجموعی دباؤ دریافت کرو۔

۳۔ ایک مجوف، قائم، مستدیر مخروط کا محور انتصابی ہے اور رأس نیچے کی طرف ہے، مخروط کو مائع سے بھرا گیا ہے، اگر محور میں سے گزرنے والی ایک سطح مخروط کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرے تو سطح منحنی کے ایک نصف پر کا حاصل افقی دباؤ دریافت کرو۔

۴۔ ایک مجوف، قائم، مستدیر اسطوانہ کو پانی سے بھر کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا محور ستوازی الافق ہے، اگر محور میں سے گزرنے والی ایک سطح اسطوانہ کے دو برابر

حصے کرے تو سطح منحنی کے ایک نصف پر جو حاصل مجموعی دباؤ ہے اس کی مقدار اور خط عمل دونوں دریافت کرو۔

۵۔ ایک برتن ایک قائم، مستدیر اسطوانے کی شکل کا ہے اس کو اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے، آدھا برتن پانی سے بھرا گیا ہے باقی آدھے میں کوئی دوسرا سیال ڈالا گیا ہے جو پانی کے ساتھ نہیں ملتا اور جس کی کثافت اضافی ۲ ہے، اگر اسطوانے کے محور میں سے گزرنے والی ایک سطح اسطوانے کے دو حصے کرے تو سطح منحنی کے ایک نصف پر کے حامل مجموعی دباؤ کی سمت دریافت کرو۔

۶۔ ایک افقی پیالہ کی انتصابی تراش نصف دائرہ ہے، پیالہ کو پانی سے بھرا گیا ہے جس کا وزن ۱ ہے، اگر ایسا خیال کیا جائے کہ پیالہ کے وسط میں سے اس کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے تو ثابت کرو کہ پانی ان دو حصوں کو قوت  $\frac{1}{2}$  سے افقی سمت میں الگ الگ کرنے کی کوشش کریگا اور تیز ثابت کرو کہ پیالہ کے کسی ایک نصف پر کا حاصل مجموعی دباؤ انتصابی خط کے ساتھ زاویہ  $\frac{\pi}{2}$  بناتا ہے۔

۷۔ ایک سطح مستوی ایک ٹھوس، قائم، مستدیر مخروط کے محور میں سے گذرتی ہے اور مخروط کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتی ہے۔ اگر ایک حصہ پانی کے اندر اس طرح ڈالا جائے کہ اس کا راس نیچے کی طرف ہو اور یہ حصہ پانی میں عین ڈوب جائے تو اس کی سطح منحنی پر کا حاصل مجموعی

دباؤ معلوم کرو، نیز ثابت کرو کہ اس دباؤ کا خطِ عمل افق کے ساتھ

زاویہ مس<sup>۱</sup> ( $\frac{\pi}{4}$  مس<sup>۱</sup> عہ) بناتا ہے جہاں عہ مخروط

کے راسی زاویہ کا نصف ہے۔

۸۔ ایک ٹھوس قائم، مستدیر، مخروط کسی متجانس الاجزہ شے سے

بنایا گیا ہے، اس کا راسی زاویہ ۲ عہ ہے اور ارتفاع ف<sup>۱</sup> یہ

پانی کے اندر اس سطح تیر رہا ہے کہ اس کا نقطہٴ راس نیچے

کی طرف ہے، محور انتصابی ہے اور اس کے محور کا طول ف<sup>۱</sup> پانی

کے اندر ہے، مخروط کے محور میں سے گزرنے والی ایک انتصابی

سطح مخروط کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتی ہے اور یہ حصے

نقطہٴ راس پر ایک قبضہ کے ذریعہ وصل کئے گئے ہیں، ثابت

کرو کہ یہ دو حصے باہم پیوستہ رہینگے اگر ف<sup>۱</sup> ف<sup>۱</sup> جب عہ

[دفعات ۴۵ اور ۵۲ کی رو سے ایک حصہ پر جو مجموعی دباؤ ہے

اس کے افقی اور انتصابی اجزائے ترکیبی اور نیز ان کے تقاطع

عمل معلوم ہو سکتے ہیں۔ ان قوتوں کے جو معیار اثر راس کے

کے گرد ہیں اگر ان کا مجموعہ ایک حصہ کے وزن کے معیار اثر

سے زیادہ ہو تو یہ دونو حصے جدا نہیں ہوں گے]

۹۔ ایک پتلا مجوّں برتن ایک قائم مخروط کی شکل کا ہے اور

اس کا پیندا مستدیر ہے، محور میں سے گزرنے والی ایک

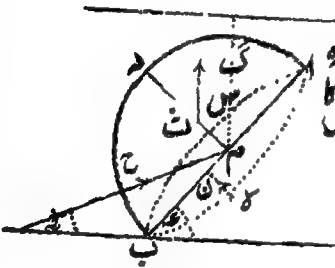
سطح برتن کو دو حصوں میں تقسیم کرتی ہے جن کو راس پر ایک

قبضہ کے ذریعہ وصل کیا گیا ہے اور اس کے کناروں پر

چربی لگادی گئی ہے تاکہ پانی باہر نہ جائے، اگر برتن کو رأس سے لٹکایا جائے اور رأس کے نزدیک ایک چھوٹے سوراخ میں سے برتن میں پانی بھرا جائے تو ثابت کرو کہ اگر برتن کا رأسی زاویہ  $۲۰^\circ$  سے بڑا ہو تو پانی باہر نہیں نکلے گا۔

۵۵۔ اگر کوئی سطح کسی مستوی خط منحنی سے گھری ہوئی ہو تو دفعہ ۵۲ کی مدد سے بغیر ان پر کا حاصل مجموعی دباؤ بعض اوقات زیادہ آسانی سے معلوم ہو سکتا ہے، یہ طریقہ اگلی دفعہ کی مثالوں سے بخوبی واضح ہوگا۔

۵۶۔ مشق ۱۔ ایک نصف کرہ پانی کے اندر اس سطح غرق کیا گیا ہے کہ اس کے مرکز کی گہرائی سطح آب کے نیچے گ ہے اور اس کا مستوی قاعدہ افق کے ساتھ زاویہ عمہ بناتا ہے، سطح منحنی پر کے حاصل مجموعی دباؤ کی مقدار اور سمت دریافت کرو۔



فرض کرو کہ نصف کرہ کا مستوی قاعدہ اس ب ہے نیز اس کا نصف قطر  $h$  ہے اس مرکز م اور مرکز ثقل ث ہے دفعہ ۴۹ کی رو سے پورے

جسم پر کا حاصل مجموعی دباؤ ہٹائے ہوئے پانی کے وزن یعنی  $\frac{4}{3}\pi R^3 \rho$  کے مساوی ہے اور نقطہ ث میں سے انتصابی سمت میں عمل کرتا ہے۔

لیکن یہ مجموعی دباؤ ذیل کی دو قوتوں کا حاصل ہے۔



(۱) ایک قوت لا جو مستوی قاعدہ اس ب پر کا مجموعی دباؤ ہے یہ دباؤ بموجب دفعہ ۳۹، آرگ کے مساوی ہے اور مستوی قاعدہ کے کسی نقطہ ن پر عموداً عمل کرتا ہے، جسم کے متشاکل ہونے کی وجہ سے ظاہر ہے کہ نقطہ ن، ا ب پر واقع ہوگا۔

(۲) دوسری قوت ان دباؤن پر مشتمل ہے جو سیال نصف کرہ کی سطح منحنی کے مختلف نقاط پر ڈالتا ہے، ایسے ہر ایک دباؤ کی سمت عمل کرہ کی سطح پر عمود وار ہوگی اور اس لئے مرکز م میں سے گزرے گی۔

پس سطح منحنی پر کا حاصل مجموعی دباؤ کسی قوت ح کے مساوی ہوگا اور اس کا خط عمل افق کے ساتھ کوئی زاویہ نہ بنائے گا۔  
ح اور لا کے حاصل کو انتصابی مجموعی دباؤ  $\frac{2}{3} \pi R^2$  کے مساوی رکھنے سے

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{3} \pi R^2 &= ح جب فہ + لا جم عہ = ح جب فہ + \pi R^2 گ جب عہ \\ 0 &= ح جم فہ - لا جب عہ = ح جم فہ - \pi R^2 گ جب عہ \end{aligned} \right\}$$

$$ح جب فہ = \pi R^2 \left[ \frac{2}{3} - گ جب عہ \right]$$

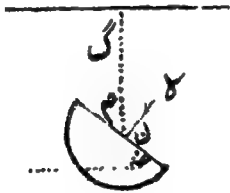
$$اور ح جم فہ = \pi R^2 گ جب عہ$$

$$ح = \pi R^2 \left[ \frac{2}{3} - گ جب عہ \right] + گ جب عہ$$

$$\frac{\pi r^2 دہاگ - \frac{\pi r^2 گ}{3} + \frac{\pi r^2}{9} \text{ جم عہ}}{\frac{\pi r^2 - \frac{\pi r^2}{3} \text{ گ جم عہ}}{3 \text{ گ جب عہ}}} = \frac{\frac{\pi r^2}{3} - \frac{\pi r^2}{9} \text{ گ جم عہ}}{3 \text{ گ جب عہ}}$$

اس طرح سے ہمیں سطح منحنی پر کے حاصل مجموعی دباؤ کی مقدار اور سمت معلوم ہو گئی۔

نتیجہ صریح - اگر مستوی قاعدہ اس طرح ہو جیسا کہ ساتھ کی شکل میں تو مجموعی دباؤ لا نیچے کی طرف عمل کرے گا اور مندرجہ بالا مساواتیں یہ ہو جائیں گی



$$\frac{\pi r^2}{3} دہا د = ح جب فہ - لا جم عہ$$

$$. = ح جم فہ - لا جب عہ$$

$$\text{ان سے } ح = \frac{\pi r^2 دہا د + \frac{\pi r^2 گ}{3} + \frac{\pi r^2}{9} \text{ جم عہ}}{\frac{\pi r^2 - \frac{\pi r^2}{3} \text{ گ جم عہ}}{3 \text{ گ جب عہ}}}$$

مشق ۲ - ایک مستوی دائرہ پانی کے اندر ڈبوایا گیا ہے، اس کے دباؤ کا مرکز دریافت کرو۔

مثال بالا میں لا کا جو معیار اثر م کے گرد ہے وہ مساوی ہے اس معیار اثر کے جو قوت  $\frac{\pi r^2}{3} دہا د$  کا م کے گرد ہے

اور یہ دوسری قوت ث میں سے عمل کرتی ہے نیز ظاہر ہے کہ  
ح کا معیار اثر م کے گرد صفر ہے کیونکہ یہ قوت م میں سے  
گذرتی ہے

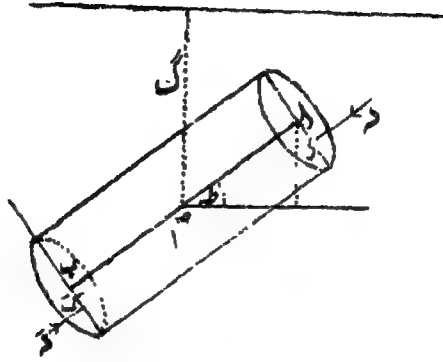
$$\therefore \text{لا} \times \text{م} \text{ن} = \frac{2}{3} \pi r^2 d \times \text{م} \text{ث جب عہ}$$

$$\text{یعنی } \frac{2}{3} \pi r^2 d \times \text{م} \text{ن} = \frac{2}{3} \pi r^2 d \times \text{م} \text{ث جب عہ} \dots\dots\dots$$

[علم سکون دفعہ ۲۲۵]

۳۔ م ن =  $\frac{1}{4} \pi r^2$  جب عہ  
پس ثابت ہوا کہ کسی مستوی دائرہ پر کے دباؤ کا مرکز اس کے  
مرکز ہندسی سے ہمیشہ  $\frac{1}{4} \pi r^2$  جب عہ کے فاصلہ پر ہوتا ہے  
نتیجہ صریح۔ اگر غرق شدہ دائرہ کی سطح انتصابی ہو لینے  
عہ = ۱۰ تو م ن =  $\frac{1}{4} \pi r^2$  اور اس لئے ایسی صورت میں  
دباؤ کے مرکز کی گہرائی مائع کی سطح کے نیچے گ +  $\frac{1}{4} \pi r^2$  ہوگی جہاں  
دائرہ کا نصف قطر ہے اور گ مائع کے سطح کے نیچے  
اس کے مرکز کی گہرائی ہے۔

مشق ۳۔ ایک اسطوانہ جس کے دونوں سرے بند ہیں پانی کے  
اندر پورا غرق کیا گیا ہے، اگر اس کا ارتفاع ۱۰ اور نصف  
قطر ۱ ہو اور اس کا محور افق سے زاویہ طہ بنائے تو اس کی منحنی  
سطح پر کے حاصل افقی اور حاصل انتصابی دباؤ دریافت  
کرو۔



اگر محور کے وسطی نقطہ م کی گہرائی گ ہو تو اوپر کے  
مستوی سرے کے مرکز ا کی گہرائی = گ -  $\frac{F}{P}$  جب طہ،  
اور اس مستوی سرے پر کا مجموعی دباؤ د

$$\pi = \pi (گ - \frac{F}{P} \text{ جب طہ}) د \text{ (دفعہ ۳۹) ..... (۱)}$$

نیز نچلے مستوی سرے کے مرکز ب کی گہرائی = گ +  $\frac{F}{P}$  جب طہ  
اور اس سطح سے اس سرے پر کا دباؤ د

$$\pi = \pi (گ + \frac{F}{P} \text{ جب طہ}) د \text{ ..... (۲)}$$

فرض کرو کہ اسطوانہ کی منحنی سطح پر کے مجموعی دباؤ افقی اور  
انتصابی سمتوں میں بالترتیب ق اور ص ہیں جہاں ق  
بائیں جانب عمل کرتا ہے اور ص سمت رأس میں۔  
اب ص اور ق اور مستوی سروں پر کے مجموعی دباؤں د

ایک نقطہ پر بندھا ہے بلا تکلف لٹکایا گیا ہے، منحنی سطح پر کے حاصل مجموعی دباؤ کا سیلان افقی سے دریافت کرو۔  
۴۔ ایک قائم مخروط کو پانی سے بھر کر بند کر دیا گیا ہے اور ایک میز پر اس کو اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا تکوینی خط میز کو مس کرتا ہے، منحنی سطح پر کے حاصل افقی اور حاصل انتصابی دباؤ دریافت کرو۔

۵۔ ایک ٹھوس مخروط کو پانی کے اندر اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کا ایک تکوینی خط پانی کی سطح کے اندر ہے، ثابت کرو کہ منحنی سطح پر کا حاصل مجموعی دباؤ سمت انتصابی سے زاویہ

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} \text{ مس } ۳۷^{\circ} \text{ بناتا ہے جہاں } ۲ \text{ مخروط کا راسی زاویہ}$$

۶۔ ایک مخروط ایک مانع کے اندر تیر رہا ہے اور اس کا محور ستوازی الافقی ہے، اگر مانع کی کثافت مخروط کی کثافت کی دوچند ہو تو مخروط کے قاعدہ پر کا دباؤ معلوم کرو، نیز ثابت کرو کہ اگر سطح منحنی پر کا حاصل مجموعی دباؤ خط انتصابی کے ساتھ زاویہ طہ بنائے اور اگر مخروط کا راسی زاویہ ۲۰° ہو تو

$$\sin \theta = \frac{3}{5} \text{ مس } ۳۷^{\circ}$$

۷۔ ایک مجوف مخروط کا زاویہ راس ۲۰° ہے، اس کو پانی سے بھر کر ایک سطح مائل پر اس طرح لٹا دیا گیا ہے کہ اس کا راس نیچے کی طرف ہے، اگر سطح مائل استقر کھردری ہو کہ مخروط کو پھسلنے نہ دے اور اس کا زاویہ سیلان افقی سے بہ ہو تو مخروط

کی منحنی سطح پر کے حاصل افقی اور حاصل انتصابی دباؤ معلوم کرو۔  
 ۸۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک بند برتن ہے جس کے دونوں سرے نصف کرہ کی شکل کے ہیں، برتن کو پانی سے بھر کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا محور افقی کے متوازی ہے، ہر ایک سرے پر کا حاصل مجموعی دباؤ دریافت کرو اور اس کا خط عمل بھی معلوم کرو۔

۹۔ ایک بے وزن کرہ کو ایک انتصابی مستوی سطح کے ذریعہ دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور کرہ کے سب سے نچلے نقطہ پر ایک قبضہ لگانے سے ان حصوں کو باہم وصل کر دیا گیا ہے، اب اگر کرہ میں اس قدر پانی ڈالا جائے جو اس کو عین بھر دینے کے لئے کافی ہو اور ایک تہی نصف کرہوں کے سب سے اونچے نقاط کو باہم ملائے رکھے تو ثابت کرو کہ رسی کا تناؤ کرہ کے اندر کے پانی کے وزن کا  $\frac{1}{2}$  گنا ہے۔

۱۰۔ ایک دھات کی باریک یکسان چادر سے دو نصف کرے بنائے گئے ہیں جو ایک دوسرے پر خوب پھنس کر آتے ہیں، ان کے کناروں کو ایک قبضہ کے ذریعہ وصل کر دیا گیا ہے اور اس کو دی خول کو آب بند بنانے کے لئے کناروں پر چھبئی لگادی گئی ہے اگر خول کو ایک رسی کے ذریعہ قبضہ سے لٹکایا جائے اور قبضہ پر کے ایک سوراخ سے خول کو پانی سے بھر دیا جائے تو ثابت کرو کہ نصف کرہوں کا باہمی تماس قائم رہے گا اگر خول کا وزن اس پانی کے وزن کے

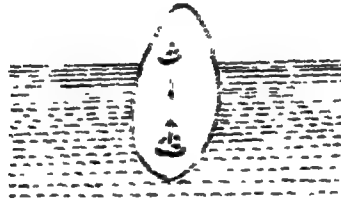
سہ چند سے زیادہ ہو جو خول کو بھرنے کے لئے عین کافی ہوتا ہے  
 نوٹ نتیجہ دفعہ ۴۹ (یا ۵۰) اس طرح بھی حاصل ہو سکتا  
 ہے، ایسا خیال کرو کہ جسم بٹایا گیا ہے اور جب  
 نکی ق رن کو مزید مائع سے بھر دیا گیا ہے جس  
 سے باقی مائع پر کسی قسم کا اثر نہیں پڑتا۔

اب اس مزید مائع کی سطح کے ہر ایک جزو پر کیا دباؤ  
 وہی ہے جو جسم کے متناظر جزو پر تھا، (دفعہ ۲۸) اسلئے  
 جسم پر کیا حاصل مجموعی دباؤ وہی ہے جو زائد مائع پر کیا  
 حاصل مجموعی دباؤ ہے، لیکن یہ حاصل مجموعی دباؤ مزید  
 مائع کے وزن کا موازنہ کرتا ہے، اس لئے وغیرہ وغیرہ

# باب پنجم

## تیرنے والے اجسام کا توازن

۵۷۔ ایک جسم پانی کے اندر بلا تکلف تیر رہا ہے، اس کے توازن کی شرائط معلوم کرو۔  
ایک تیرنے والے جسم کے توازن پر غور کرو جو جزو یا گلاب پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہو۔



جسم پر صرف دو انتصابی قوتیں عمل کرتی ہیں۔  
(۱) جسم کا وزن جو اس کے مرکز ثقل ث میں سے عمل کرتا ہے۔  
(۲) جسم پر کا حاصل انتصابی دباؤ جو ہٹائے ہوئے سطح کے وزن کے مساوی ہے اور اُچھال کے مرکز یعنی ہٹائے



ہوئے مانع کے مرکز ثقل سے عمل کرتا ہے۔  
توازن کے لئے ضروری ہے کہ یہ قوتیں باہم مساوی  
اور متقابل ہوں اس لئے مطلوبہ شرائط یہ ہیں  
(۱) ہٹائے ہوئے مانع کا وزن جسم کے وزن کے مساوی  
(۲) جسم کا مرکز ثقل اور ہٹائے ہوئے مانع کا مرکز ثقل ایک  
ہی انتصابی خط میں واقع ہوں۔

۵۸۔ مشق ۱۔ لکڑی کا ایک اسطوانہ جسکا ارتفاع ۶ فٹ  
اور وزن ۵۰ پونڈ ہے پانی کے اندر تیر رہا ہے، لکڑی کی کثافت  
اضافی  $\frac{3}{4}$  ہے، اگر اس کی اوپر کی سطح پر ۱۰ پونڈ کا وزن  
رکھ دیا جائے تو معلوم کرو کہ یہ اور کتنا پانی کے اندر چلا جائیگا  
فرض کرو کہ اسطوانہ کی تراش کا رقبہ ۱ ہے، تب

$$۶۲ \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times ۶ \times ۱ = ۳ \times \frac{3}{4} \times ۶ \times ۱ = ۵۰$$

$$\text{پس } ۱ = \frac{۸}{۳۵} \text{ مربع فٹ}$$

اگر لکڑی پر ۱۰ پونڈ کا وزن رکھا جائے تو فرض کرو کہ پانی کے اندر  
اور لا فٹ غرق ہو جاتی ہے، اس سے معلوم ہوا کہ پانی کے  
ایک ایسے اسطوانہ کا وزن جس کی تراش ۱ ہو اور جس کا  
ارتفاع لا ہو ۱۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے۔

$$۶۲ \times \frac{1}{4} \times لا \times \frac{۸}{۳۵} = ۳ \times لا \times ۱ = ۱۰$$

$$لا = \frac{۹}{۴}$$

۵۹۔ مشق ۲۔ ایک شخص کا وزن ۱۶۰ پونڈ ہے اور اس کی  
اضافی کثافت ۱۱۱ ہے، وہ ایک کالگ کے ٹکڑے کے ذریعہ

جو پورا پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے پانی میں اس طرح ساکن رہ سکتا ہے کہ اس کا سرعین پانی کے باہر ہوتا ہے، اگر اسکے سر کا حجم اس کے کل حجم کا  $\frac{1}{14}$  ہو اور کاگ کی اضافی کثافت ۱۲۴ ہو تو کاگ کا حجم دریافت کرو۔

اگر پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن  $۶۲\frac{1}{۲}$  پونڈ ہو اور آدمی کا حجم ح ہو تو

$$۱۶۰ = ح \times \frac{۱۱}{۲} \times ۶۲\frac{1}{۲}$$

$$\text{یعنی ح} = \frac{۱۲۸}{۵۵} \text{ مکعب فٹ}$$

اب چونکہ آدمی اور کاگ کا وزن لازماً ہٹائے ہوئے مانع کے وزن کے مساوی ہے اسلئے اگر کاگ کا حجم ح مکعب فٹ ہو تو

$$۶۲\frac{1}{۲} \times ۱ \times (ح + \frac{۱۵}{۱۴}) = ۶۲\frac{1}{۲} \times ۱۲۴ \times ح + ۱۶۰$$

$$\therefore ۶۲\frac{1}{۲} \times ح \times \frac{۱۵}{۱۴} - ۱۶۰ = ۶۲\frac{1}{۲} \times ۱۲۴ \times ح$$

$$= \frac{۱۲۵}{۲} \times \frac{۱۲۸}{۵۵} \times \frac{۱۵}{۱۴} - ۱۶۰ =$$

$$\therefore \frac{۲۶۰}{۱۱} = \frac{۱۵۰۰}{۱۱} - ۱۶۰ = ح \times \frac{۹۵}{۲}$$

$$\therefore ح = \frac{۱۰۴}{۲۰۹} = \frac{۲۶۰}{۱۱} \times \frac{۲}{۹۵} = \text{مکعب فٹ}$$

مشق ۳۔ لکڑی کے ایک ٹکڑے اور نیز ربر کے ایک ٹکڑے

کرہ کو جس کے اندر ہوا ہے مصنوعی طور پر الگ الگ وزنی بنا کر پانی کے اندر ڈالا گیا ہے اور یہ دونوں جسم اس کا نہ پانی کے اندر عین تیر سکتے ہیں اب اگر ان دونوں کو سمندر کے اندر ایک گہرائی پر لیجا کر چھوڑ دیا جائے تو معلوم کرو کہ ہم صورت میں کیا واقع ہو گا؟

ایک متجانس الاجزائے کا حاصل مجموعی دباؤ ایک جسم پر سمت رأس میں ہمیشہ وہی رہتا ہے خواہ جسم کی گہرائی مانع کی سطح کے نیچے کچھ ہی ہو بشرطیکہ جسم کا حجم نہ بدلے۔

چونکہ دباؤ کے زیر عمل لکڑی دب نہیں سکتی اس لئے بڑی گہرائی پر بھی اس پر کا حاصل مجموعی دباؤ وہی ہو گا جو پانی کی سطح پر ہے اس لئے اس گہرائی پر بھی وہ عین تیر سکنے کے قابل ہوگی۔

چونکہ سمندر کے پانی کا دباؤ بڑی گہرائی پر سطح کی نسبت زیادہ ہے اس لئے لچکدار کرہ اس کے زیر عمل پچک یا سکڑ جائے گا اور چونکہ اس کا حجم کم ہو جائے گا اس لئے ہٹائے ہوئے پانی کی مقدار سطح کی نسبت کم ہوگی۔

پس حاصل انتصابی دباؤ اس طرح سے بہت کم ہو جائیگا اور کرہ جو سطح پر عین تیرنے کے قابل تھا اب نیچے ڈوبتا جائے گا۔

### امثلہ نمبری ۱۰

۱۔ ایک شخص وزنی ۱۶۰ پونڈ پانی کے اندر اس حالت میں

رہ سکتا ہے کہ اس کے جسم کا ۴ مکعب انچ پانی کے اوپر بہتا ہے،  
اُس کا حجم مکعب فٹوں میں دریافت کرو۔

۲۔ لوہے کی کثافتِ اضافی ۷ ہے اور کاگ کی  $\frac{1}{8}$ ، ایک  
پونڈ کاگ کے ساتھ لوہے کا کتنا وزن باندھا جائے کہ دونوں  
تل کر پانی میں عین تیر سکیں۔

۳۔ ایک جسم پانی میں عین تیر سکتا ہے، جب اس کو گندھک  
کے تیزاب میں ڈالا جاتا ہے جس کی کثافتِ اضافی ۱.۸۵ ہے  
تو اس کو ڈبونے کے لئے مزید ۴۲.۵ گرام وزن کی ضرورت  
ہوتی ہے، اس جسم کا حجم دریافت کرو۔

۴۔ ایک غبارہ اس قدر پتلا ہے کہ اس کی موٹائی کو نظر انداز کیا  
جاسکتا ہے، اس میں ۱.۵ مکعب فٹ کوئلہ کی گیس بھری ہوئی  
ہے اور اُس کا کل وزن مع گاڑی و دیگر ساز و سامان کے ایک  
اونس ہے، یہ غبارہ ایک کمرہ کے اندر عین معلّق رہ سکتا ہے  
گیس کی کثافتِ اضافی (۱) بلحاظ ہوا کے اور (۲) بلحاظ پانی کے  
معلوم کرو جبکہ ہوا کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۱.۲ اونس ہو۔  
۵۔ ہوا کے ایک لیٹر (یعنی ایک مکعب دسی میٹر) کی کمیت  
۱.۲ گرام ہے اور ہائیڈروجن کے ایک لیٹر کی ۰.۸۹ گرام،  
ایک خالی غبارہ کا وزن ۵۰ گرام ہے اور اس کو ہائیڈروجن سے  
بھرا گیا ہے، معلوم کرو کہ غبارہ کا کیا حجم ہو کہ یہ ہوا میں عین  
معلّق رہ سکے۔

۶۔ لوہے کا ایک ٹکڑا جس کا وزن ۲۷۵ گرام ہے پارہ میں

تیر رہا ہے، اگر اس کے حجم کا  $\frac{5}{9}$  حصہ پارہ کے اندر ڈوبا ہوا ہو اور پارہ کی کثافت ۱۵۰۵۹ ہو تو لوہے کی کثافت اضافی اور حجم معلوم کرو۔

۷۔ سیخ کا ایک ٹودا مکعب شکل کا ہے اور پانی کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کے اس حصہ کی اونچائی جو سطح آب سے باہر ہے ۳ فٹ ہے۔ اگر سیخ کی کثافت کو پانی کی کثافت سے نسبت ۱۵۹۱۸ : ۱۵۰۲۵ ہو تو معلوم کرو کہ پانی کی سطح کے نیچے اس کی کیا گہرائی ہے۔

۸۔ ایک جہاز کی کمیت ۱۰۰۰ ٹن ہے، خط آب پر اس کی تراش کا رقبہ ۱۵۰۰۰ مربع فٹ ہے اور سطح آب سے اوپر اس کے پہلو انتصابی ہیں، اگر ٹکین پانی کی کثافت اضافی ۱۵۰۲۶ ہو تو بتاؤ کہ جہاز تانہ پانی سے ٹکین پانی میں جانے پر کتنا اوپر اٹھ آئے گا۔

۹۔ ایک جہاز جب سمندر سے دریا میں آتا ہے تو ۱ انچ اور ڈوب جاتا ہے۔ لیکن جب اس میں سے ۱ ٹن وزن کا اسباب اتار لیا جاتا ہے تو وہ ۱ انچ اوپر اٹھ آتا ہے، اگر سمندر کا پانی دریا کے پانی سے  $\frac{1}{100}$  گنا زیادہ بھاری ہو تو ثابت کرو کہ جہاز کی کمیت ۱۴ ٹن ہے۔

۱۰۔ لکڑی کے ایک مکعب شکل کے ٹکڑے کا ہر ایک کنارہ ایک فٹ ہے اور یہ تانہ پانی کے دریا میں اس طرح بہتا ہوا سمندر کی طرف جا رہا ہے کہ اس کے دو رخ متوازی الافق ہیں، سمندر میں پہنچنے کے بعد وہ برف باری کی وجہ سے اتنا ہی پانی

کے اندر ڈوبا رہتا ہے جتنا کہ دریا میں تھا، لکڑی کی کثافت اضافی ۸ ہے اور سمندر کے پانی کی ۱۰۰۲۵، ثابت کرو کہ ٹکڑے پد جو برف پڑی ہے اس کا وزن ۲۰ اونس ہے۔

۱۱۔ اتار کے درخت کی لکڑی کا ایک ٹکڑا جس کی کثافت ۱۰۳۵ ہے ایک ہلکی قسم کی لکڑی کے ٹکڑے سے باندھا گیا ہے، مؤخر الذکر لکڑی کی کثافت ۶۵ ہے، اگر دونوں ٹکڑے پانی میں تیر سکنے کے عین قابل ہوں تو ثابت کرو کہ دونوں ٹکڑوں کے حجم مساوی ہیں۔  
۱۲۔ کاگ کے ایک ٹکڑے کا وزن ۱۹ اونس ہے، اس کو چاندی کی ایک سلاخ کے ساتھ جس کا وزن ۶۳ اونس ہے باندھ دیا گیا ہے اور دونوں ٹکڑے پانی میں تیرنے کے عین قابل ہیں، اگر چاندی کی کثافت اضافی ۱۰۰۵ ہو تو کاگ کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۳۔ ایک یکساں تراش کی سلاخ کا کچھ حصہ پلاٹنم کا بنا ہوا ہے اور کچھ حصہ لوہے کا، پلاٹنم کی کثافت اضافی ۲۱ ہے اور لوہے کی ۵، اگر پلاٹنم کا حصہ ۲ انچ لمبا ہو اور سلاخ پارہ (کثافت اضافی ۱۳۵) میں اس طرح تیر سکے کہ ایک انچ پارہ کی سطح سے باہر رہے تو لوہے کے حصہ کا طول دریافت کرو۔

۱۴۔ سونے کے ایک ٹکڑے کی کثافت اضافی ۱۹۰۲۵ ہے اور اس کا وزن ۹۶۰۲۵ گرام ہے، اگر اس ٹکڑے کو پانی میں ڈالا جائے تو ہٹائے ہوئے پانی کا وزن ۶ گرام ہوتا ہے، معلوم کرو کہ ٹکڑا اندر سے کھوکھلا ہے یا نہیں، اگر ہے تو اس کے اندر کس قدر خلا ہے۔  
۱۵۔ ایک آدمی کی کثافت اضافی ۱۰۱ ہے اور اس کا وزن ۱۰۰ اسٹون

ہے، دو کاگ کے ایک ٹکڑے کو پانی کے اندر تھام رکھنے سے عین تیر سکتا ہے، اگر کاگ کی کثافت اضافی ۲۴ ہو تو کاگ کا حجم دریافت کرو۔

۱۶۔ اسطوانہ کی شکل کی ایک پنسل پانی میں اس طرح تیر سکتی ہے کہ اس کے حجم کا  $\frac{1}{2}$  حصہ پانی کے اندر ڈوبا رہتا ہے، اگر پنسل کا سرے اسطوانہ کی شکل کا ہو اور اس کا نصف قطر پنسل کے نصف قطر کا ایک چوتھائی ہو تو سرے کی کثافت اضافی دریافت کرو جبکہ لکڑی کی کثافت اضافی ۱.۷۸ ہے۔

۱۷۔ لکڑی کا ایک ٹکڑا ایک سیال میں اس طرح تیر سکتا ہے کہ اس کے حجم کا  $\frac{3}{4}$  ڈوبا رہتا ہے، دوسرے سیال میں اس کے حجم کا  $\frac{1}{4}$  ڈوبا رہتا ہے، اگر دونو سیالوں کے مساوی وزنوں کو ملایا جائے تو دریافت کرو کہ آمیزہ میں لکڑی کے حجم کی کونسی کسر ڈوب جائے گی۔

۱۸۔ ایک سیال میں ایک مجسم کے حجم کا  $\frac{1}{3}$  ڈوب سکتا ہے، دوسرے میں اس کے حجم کا  $\frac{1}{2}$  اور تیسرے میں  $\frac{1}{4}$ ، اگر تینوں سیالوں کے مساوی (۱) حجموں (۲) وزنوں سے آمیزے تیار کئے جائیں تو معلوم کرو کہ ان میں مجسم مذکور کے حجم کی کونسی کسرین ڈوب جائیگی

۱۹۔ لکڑی کا ایک مکعب پانی میں تیر رہا ہے، اس کے اوپر کے رخ پر لوہے کا ایک ٹکڑا رکھا گیا ہے جسکی کمیت ۲۶ پونڈ ہے، اس کی وجہ سے مکعب مذکور پانی میں اتنا اور ڈوب جاتا ہے کہ اس کے اوپر کے رخ کی سطح پانی کی سطح میں آجاتی ہے، پھر

اس لوہے کے ٹکڑے کو ہٹا کر کعب کی پچھلی سطح کے ساتھ ایک اور لوہے کا ٹکڑا باندھا جاتا ہے جس کی وجہ سے کعب کی چوٹی پہلے کی طرح پانی کی سطح میں آجاتی ہے، دوسرے ٹکڑے کی کمیت دریافت کرو، لوہے کی کثافت اضافی ۷.۵ ہے۔

۲۰۔ ایک مجتوجہ کعب صندوق لکڑی کے ایک انچ موٹے تختے سے بنایا گیا ہے، باہر سے اس کے ہر ایک کنارے کا طول ایک فٹ ہے، کعب پانی میں اس طرح تیرتا ہے کہ  $\frac{3}{4}$  انچ کی گہرائی تک پانی میں ڈوبا رہتا ہے، معلوم کرو کہ کعب کے اندر کتنے کعب انچ پانی ڈالا جائے کہ اندر کے پانی کی ہمواری وہی ہو جائے جو باہر کے پانی کی ہے اس صورت میں صندوق پانی کے اندر کتنا ڈوبا ہوا ہوگا۔

۲۱۔ ایک پتلی یکساں سلاح کا وزن ۱ ہے، اس کے ایک سرے پر ایک وزن ۱ باندھا گیا ہے جس کے حجم کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے، سلاح پانی کے اندر ترجیحی حالت میں تیر رہا ہے اور اس کی لمبائی کا  $\frac{1}{2}$  حصہ پانی کے باہر ہے، ثابت کرو کہ

$$(1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

۲۲۔ ایک پتلی اسطوانہ کی شکل کی سلاح کے ایک سرے پر وزن باندھا گیا ہے، یہ سلاح پانی میں اس طرح تیرتی ہے کہ اس کے طول کا نصف پانی میں ڈوبا رہتا ہے اور اس کی سمت افق کے ساتھ کوئی زاویہ بناتی ہے، ثابت کرو کہ بندھا ہوا وزن سلاح کے وزن کے برابر ہے۔



۲۳۔ ایک پتلی یکسان سلاح کے ایک سرے پر بھاری دھات کا ایک ٹکڑا باندھا گیا ہے جس کا حجم نظر انداز ہو سکتا ہے، سلاح پانی میں اس سطح تیر رہی ہے کہ اس کے طول کا نصف پانی کے اندر ڈوبا رہتا ہے اور اس کی سمت افق کے ساتھ کوئی زاویہ بناتی ہے، ثابت کرو کہ سلاح کی کثافت اضافی  $\frac{1}{2}$  ہے۔

۲۴۔ ایک سلاح کی کثافت  $k$  ہے اور اس کی عمودی تراش بہت چھوٹی ہے، اس کے ایک سرے پر ایک بھاری دھات کا بہت چھوٹا ٹکڑا باندھا گیا ہے جس کا وزن سلاح کے وزن کا  $\frac{1}{2}$  ہے، ثابت کرو کہ سلاح ایک ایسے سیال کے اندر جس کی کثافت اضافی  $k$  ہے کسی ترجیحی حالت میں تیر سکے گی اگر

$$(n + 1)k = n^2 k$$

۲۵۔ ایک بوتل جس کے اندر کچھ پانی ہے اور کچھ ہوا پانی میں اس سطح تیر رہی ہے کہ اس کی گردن نیچے کی طرف ہے، ثابت کرو کہ اگر بوتل کو پانی کے اندر کسی خاص گہرائی تک ڈبویا جائے تو چھوڑنے پر یہ ڈوب کر تھمے جائے گی۔ کس شرط کے ماتحت وہ نقطہ معلوم ہوگا کہ اگر بوتل کو اس پر چھوڑ دیا جائے تو بوتل نہ اوپر آئے اور نہ ڈوبے۔

۲۶۔ تازہ پانی کے اندر ایک دھاتی جہاز اور اس کے کل مال و اسباب کا مجموعی وزن خطِ آب پر فی انچ ۳۳ ٹن کے مساوی ہوتا ہے۔ جہاز میں روزانہ ۶۰ ٹن کوئلہ صرف ہوتا ہے، ۱۰ دن کے بعد سمندر کے پانی میں جہاز ۴ فٹ اوپر اٹھ آتا ہے اگر ایک مکعب

فٹ سمندر کے پانی کا وزن ۶۴ پونڈ ہو اور تازہ پانی کے ایک کمب فٹ کا وزن ۶۲.۵ پونڈ ہو تو ثابت کرو کہ تازہ پانی میں جہاز کا آبی ہٹاؤ (یعنی ہٹائے ہوئے پانی کا وزن) ۱.۵ ٹن ہے۔

۲۷۔ ایک ٹھوس مخروط کی کثافت کب ہے اور اس کے محور کا ارتفاع ف ہے، یہ ایک سیال میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا رأس اوپر کی طرف ہے اگر سیال کی کثافت اضافی ک (ک) ہو تو معلوم کرو کہ مخروط کا محور کتنا سیال کے باہر رہے گا۔

۲۸۔ ایک مخروط کی اونچائی ۱، انچ ہے اور اس کے قاعدہ کا قطر ۲ انچ ہے، اس کے قاعدہ کے ساتھ ایک نصف کرہ جس کا قطر بھی ۲ انچ ہے چسپان کر دیا گیا ہے، مخروط کی کثافت اضافی  $\frac{1}{4}$  ہے اور نصف کرہ کی  $\frac{1}{2}$  ہے، یہ دونوں ایک سیال کے اندر اس طرح تیر رہے ہیں کہ مخروط کے محور کا صرف ۳ انچ

طول سیال کے باہر رہتا ہے، سیال کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۲۹۔ ایک متجانس الاجزا جسم قائم مستدیر، مخروط کی شکل کا ہے، ثابت کرو کہ یہ ایک ایسے سیال کے اندر جس کی کثافت اضافی جسم کی کثافت اضافی کا دو چندان ہو اس طرح تیر سکتا ہے کہ اس کا محور افق کے متوازی رہے۔

۳۰۔ ایک مجوف مخروطی برتن پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا رأس نیچے کی طرف ہے اور اس کا محور ایک خاص ارتفاع تک پانی میں ڈوبا ہوا ہے، اگر اس ارتفاع تک مخروط کے ڈوبے ہوئے حصہ میں پانی بھر دیا جائے تو مخروط اتنا اور ڈوب جائے گا

کہ اس کا قاعدہ باہر کے پانی کی سطح میں آجاتا ہے، معلوم کرو کہ محور پہلے کس ارتفاع تک ڈوبا ہوا تھا۔

۵۹۔ ایک جسم اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کے حجم کا کچھ حصہ ایک سیال میں ڈوبا ہوا ہے اور باقی حصہ دوسرے سیال میں، توازن کی شرائط معلوم کرو۔

ظاہر ہے کہ جسم کا وزن دو سیالوں کے حاصل امتصابی دباؤ کے مساوی ہو گا یعنی دو سیالوں کے جو ہٹائے ہوئے حصے ہیں ان کے وزنوں کے مجموعہ کے مساوی ہو گا اور ان حصوں کے مرکوزوں کو جو خط ملاتا ہے اس پر کے ایک ایسے نقطہ میں سے گزریگا جس میں سے ان حصوں کے اوزان کا حاصل گزرتا ہے۔ [بموجب علم سکون دفعہ ۵۲] اس صورت میں وہ جسم بھی شامل ہے جس کا کچھ حصہ ہوا میں ہو اور کچھ حصہ سیال میں۔

۶۰۔ مشق ۱۔ ایک برتن میں کچھ پارہ ہے اور کچھ پانی، لوہے کا ایک مکعب جس کا ہر ایک کنارہ ۵ سنتی میٹر ہے ان دو سیالوں میں اس طرح توازن ہے کہ اس کے چار رخ امتصابی ہیں اور دو افقی، اگر لہ ہے اور پارے کی اضافی کثافتیں بالترتیب ۱۰، ۱۱ اور ۱۳۶۶ ہوں تو بتاؤ کہ مکعب کتنا ایک سیال میں ہو گا اور کتنا دوسرے میں۔

قرض کرو کہ مکعب کا جو حصہ پارہ میں ہے اس کی اونچائی لا سٹی میٹر ہے، تب اس حصہ کی اونچائی جو پانی میں ہے

(۵- لا) سنی میٹر ہوگی۔

چونکہ کعب کا وزن ہٹائے ہوئے پارہ اور پانی کے وزنوں کے حال جمع کے برابر ہے

$$اسلئے \quad ۱ \times ۵ = ۱۳ + ۶ \times (۵ - لا)$$

$$\therefore لا = \frac{۹۳}{۱۱۶} \times ۲ \text{ سنی میٹر}$$

مشق ۲۔ لکڑی کا ایک ٹکڑا پانی کے نیک پیالہ میں اس سطح تیر رہا ہے کہ اس کے حجم کا  $\frac{۹}{۱۰}$  ڈوبا ہوا ہے، اگر پیالہ کو ہوا پمپ کے قابلہ میں رکھ کر اس کی ہوا خارج کی جائے اور ہوا کی کثافت ۱۳۰۰ ہو تو بتاؤ کہ ہوا خارج کرنے سے لکڑی کے ڈوبنے پر کیا اثر پڑے گا۔  
فرض کرو کہ لکڑی کے ٹکڑے کا حجم ح ہے اور ہوا نکلانے کے بعد اس کا لاج حجم پانی میں ڈوبا ہوا ہے۔

پانی کے حجم  $\frac{۹}{۱۰}ح$  کا وزن اور ہوا کے حجم  $\frac{۱}{۱۰}ح$  کا وزن دونوں ملکر پانی کے لاج کے وزن کے برابر ہوتے ہیں کیونکہ ان میں سے ہر ایک لکڑی کے وزن کے برابر ہے۔

$$\therefore لا \times ح = ۱۳۰۰ \times \frac{۱}{۱۰}ح + ۱ \times \frac{۹}{۱۰}ح$$

$$\therefore لا = ۱۳۰۰ + ۹$$

پس ثابت ہوا کہ غرق شدہ حجم بڑھ جاتا ہے اور  $۱۳۰۹ \times ح$  کی بجائے  $۱۳۰۰ + ۹ \times ح$  ہو جاتا ہے۔

### امثلہ نمبری ۱۱

۱۔ ایک مستدیر اسطوانہ پانی میں اس سطح تیر رہا ہے کہ اس کا محور

۱۔ اتصاف ہے اور آدھا پانی میں ڈوبا ہوا ہے ۔ اگر ہوا کی کثافت اضافی ۱۰۰۰ ہو تو اسطوانہ کی کثافت اضافی دریاقت کرو ۔

۲۔ ایک کعب کا کنارہ ایک انچ ہے اور اس کی کثافت اضافی ۱۰۰۰ ہے ۔ کعب کو ایک ایسے برتن میں ڈالا گیا ہے جس میں دو

سیال ہیں جو آپس میں نہیں ملتے ۔ ان دو سیالوں کی اضافی کثافتیں ۱۰۰۰ اور ۵۰۰ ہیں ۔ معلوم کرو کہ کعب کا کتنا حصہ نیچے کے سیال میں ڈوبا رہے گا ۔

۳۔ ایک کیساں اسطوانہ پارہ میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور پارہ میں ۵۰۰۰۰ ڈوبا ہوا ہے ۔ جب پارہ کے اوپر ایک

انچ کی گہرائی تک پانی ڈال دیا جاتا ہے تو محور پارہ کی سطح کے نیچے ۵۰۰۰۰ انچ غرق رہتا ہے ۔ پارہ کی کثافت اضافی معلوم کرو ۔

۴۔ ایک جسم سونے اور چاندی کو ملا کر بنایا گیا ہے ، سونے کی کثافت اضافی ۱۹۰۰۵ ہے اور چاندی کی ۱۰۰۰۵ ہے ۔ جسم مذکور اس

طرح تیر رہا ہے کہ اس کے حجم کا  $\frac{1}{10}$  پارہ میں ڈوبا ہوا ہے اور باقی پانی میں ۔ اگر پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۰۰ ہو تو اس جسم میں

سونے اور چاندی کے ذروں کی نسبت معلوم کرو ۔

۵۔ نیری کا ایک مستطبی مجسمہ جس کی اونچائی ۲۰ سنتی میٹر ہے پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کے اوپر کا  $\frac{1}{3}$  متوازی الاضلاع

ہے ، لکڑی کی کثافت اضافی ۵۰۰ ہے ۔ پانی کے اوپر اتنا تیل ڈالا گیا ہے کہ لکڑی کا ٹکڑا تیل میں عین ڈوب جاتا ہے ۔ نسبت کرو کہ لکڑی پہلے

کی نسبت ۲ سنتی میٹر اوپر اٹھ آئے گی تیل کی کثافت اضافی ۱۰۰۰ ہے ۔ ایک جسم کا کچھ حصہ ایک سیال میں ڈوبا ہوا ہے ، اگر وہ ہوا

جو جسم کو مس کرتی ہے کسی طرح ہٹالی جائے تو بتاؤ کہ جسم اوپر اٹھیک یا اور نیچے ڈوب جائیگا۔

۷۔ ایک برتن میں دو ایسے سیال ڈالے گئے ہیں جو آپس میں نہیں ملتے، نچلے سیال کی کثافت کم ہے اور اوپر کے سیال کی کم ہے، ایک اسطوانہ ان دونوں سیالوں میں ڈوبا ہوا ہے اور اس کا محور انتصابی ہے، اگر اسطوانہ کی کثافت کم ہو تو کیا شرط پوری ہونی چاہئے کہ آدھا اسطوانہ ایک سیال میں رہے اور آدھا دوسرے میں۔

۸۔ ایک قابلہ کے اندر جس کی ہوا خارج کر دی گئی ہے ایک پانی کا برتن ہے جس میں ایک جسم اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا آدھا حجم پانی کے اندر غرق ہے، تب قابلہ کے اندر اتنی ہوا بھر دی جاتی ہے کہ اندر کی ہوا کی کثافت باہر کی ہوا کی کثافت کی ۱.۰۲۵ گنی ہو جاتی ہے، ثابت کرو کہ اگر کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کی کثافت ۱.۰۲۵ ہو تو مؤخر الذکر صورت میں غرق شدہ حجم کل حجم کا ۲/۳ ہوگا۔

۹۔ کشید کئے ہوئے پانی کے ایک برتن کے اندر ایک مکعب اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کے حجم کا ۱/۲ پانی میں ڈوبا ہوا ہے، بیڑتن کو ایک کمف کے اندر رکھ دیا ہے جس میں دباؤ ۱۰ ہوائی کروں کے دباؤ کے برابر ہے، اگر کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کی کثافت اضافی ۱.۰۱۳ ہو تو معلوم کرو کہ غرق شدہ گہرائی میں کیا تبدیلی واقع ہوگی۔

۱۰۔ ایک اسطوانہ کی کثافت کم ہے اور وہ دو سیالوں میں اس طرح

تیر رہا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے ، اوپر کے سیال کی کثافت  $k$  ہے اور نیچے کے سیال کی  $k'$  ، اگر اسطوانہ کا ارتفاع  $h$  ہے اور اوپر کے سیال کی گہرائی  $h'$  گنا ہو اور  $k > k'$  اور  $k < k'$  کی صورت میں تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کے اوپر کا رخ بالاترین سطح سے  $\frac{h}{2}$  یا  $\frac{h'}{2}$  کی گہرائی پر ہو گا۔

۱۱۔ ایک قائم ، مستدیر ، مخروط کی کثافت  $k$  ہے ، مخروط ایک برتن کے اندر جس میں دو سیال ہیں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا رأس نیچے کی طرف ہے اور قاعدہ بالاترین سیال کی سطح میں ہے ، اگر سیالوں کی کثافتیں  $k$  ،  $k'$  ہوں ، تو ثابت کرو کہ سیالوں کی سطح مشترک مخروط کے محور سے اس کی لمبائی کا  $\sqrt{\frac{k-k'}{k+k'}}$  حصہ قطع کرتی ہے۔

۱۲۔ ایک جسم ایک سیال میں پورا ڈوبا ہوا ہے اور ایک رسی اسے سہارے ہوئے ہے ، رسی کا تناؤ معلوم کرو۔  
جسم ہر سمت رأس میں عمل کرنے والی قوتیں صرف دو ہیں ، ایک رسی کا تناؤ ، دوسرے سیال کا حاصل انتصابی دباؤ ، اور آخر الذکر دفعہ ۹۴ کی رو سے ہٹائے ہوئے مانع کے وزن کے برابر ہے ، سمت شاقولی میں صرف ایک قوت عمل کرتی ہے اور وہ جسم کا وزن ہے۔  
اس لئے توازن کے لئے ضروری ہے کہ

رسی کا تناؤ + ہٹائے ہوئے مائع کا وزن = جسم کا وزن  
 پس رسی کا تناؤ = جسم کا وزن - ہٹائے ہوئے مائع کا وزن  
 ۶۲ - دفعہ گذشتہ میں رسی کا تناؤ مائع مفروض کے اندر  
 جسم کے ظاہری وزن کے مساوی ہے۔ پس ثابت ہوا کہ  
 کسی مائع میں ایک جسم کا ظاہری وزن اس کے اصلی وزن  
 سے بقدر اس مائع کے وزن کے کم ہوتا ہے جس کو جسم  
 مذکور اپنی جگہ سے ہٹا دیتا ہے۔

ایک جسم کا وزن وہ ہے اور اس کی کثافت اضافی ض ہے،  
 اگر اس جسم کو پانی کے اندر غرق کیا جائے تو ہٹائے ہوئے پانی  
 کا وزن  $\frac{W}{V}$  ہوگا، پس وزن میں جو ظاہری کمی واقع ہوئی ہے  
 وہ  $\frac{W}{V}$  کے مساوی ہے۔ اگر جسم کو ایک ایسے سیال کے اندر  
 غرق کیا جائے جس کی کثافت اضافی ض ہو تو وزن میں جو ظاہری  
 کمی واقع ہوگی وہ  $\frac{W}{V} \times$  کے مساوی ہوگی۔

یہ امر بالخصوص اس وقت قابل غور ہوتا ہے جب ہم کسی  
 جسم کو ترازو سے یا کسی اور طرح سے تولتے ہیں۔ اگر ہم  
 یہ چاہیں کہ تولنے کے عمل سے کسی جسم کا وزن بالکل صحیح  
 طور پر معلوم ہو سکے تو ہمیں اس جسم کو خلا کے اندر تولنا  
 چاہئے۔ اگر ہم ایسا نہ کرینگے تو جواب میں خفیف سی غلطی واقع  
 ہوگی کیونکہ بالعموم جسم کی ہٹائی ہوئی ہوا اور باؤں کی ہٹائی  
 ہوئی ہوا کے اوزان میں اختلاف ہوتا ہے، لیکن چونکہ جسم  
 کے وزن کے مقابل میں ہٹائی ہوئی ہوا کا وزن نہایت ہی



قلیل ہوتا ہے اس لئے یہ غلطی فی الحقیقت نہایت ہی خفیف ہوگی۔  
 اگر زیادہ صحت کی ضرورت ہو تو پہلے جسم کی اور باٹوں کی  
 کثافتیں معلوم کر لینی چاہئیں اور پھر ظاہری وزن سے اصلی  
 وزن معلوم کرنا چاہئے جیسا کہ ذیل کی دفعہ میں کیا گیا ہے۔  
 ۶۳۔ ایک شے کی کثافت ک ہے، اس کو ایسے باٹوں سے  
 تولا گیا ہے جن کی کثافت ک ہے، اگر ہوا کی کثافت ک  
 ہو تو جسم کے کسی ظاہری وزن کے جواب میں اس کا اصلی وزن  
 دریافت کرو۔

فرض کرو کہ جسم کا اصلی وزن و ہے اور اس کا ظاہری وزن  
 جو ترازو سے معلوم ہوتا ہے و ہے یعنی و باٹوں کے  
 مجموعہ اوزان کے مساوی ہے، اگر فرض کیا جائے کہ ترازو  
 صحیح ہے تو دونوں پیڑوں کی رسیوں کے تناؤ برابر ہونگے  
 یعنی

شے مذکور کا وزن۔ اس کی ہٹائی ہوئی ہوا کا وزن  
 = باٹوں کا وزن۔ ان کی ہٹائی ہوئی ہوا کا وزن

یعنی و۔  $\frac{W}{K} \times K = W - \frac{W}{K} \times K$  ..... (۱)

[کیونکہ دفعہ ۱۸ کی رو سے شے کا حجم =  $\frac{W}{K}$  اور اس لئے

اس کی ہٹائی ہوئی ہوا کا وزن =  $\frac{W}{K} \times K$

اس لئے باٹوں کا حجم =  $\frac{W}{K}$  اور ان کی ہٹائی ہوئی ہوا

کا وزن =  $\frac{W}{K} \times K$ ]

$$\therefore W = \frac{1 - \frac{K}{K_1}}{1 - \frac{K}{K_2}} \dots (2)$$

پس ثابت ہوا کہ کسی جسم کا اصلی وزن معلوم کرنے کے لئے اس کے ظاہری وزن کو گسر  $\frac{1 - \frac{K}{K_1}}{1 - \frac{K}{K_2}}$  سے ضرب دینا چاہیئے۔

اب بالعموم ہوا کی کثافت  $K$  شے اور باٹوں کی کثافتوں کے مقابلہ میں بہت کم ہوتی ہے یعنی گسر بمقابلہ  $K$  اور  $K$  نہایت ہی کم ہے۔

$$\text{اس لئے گسر} = (1 - \frac{K}{K_1})(1 - \frac{K}{K_2})^{-1}$$

$$= (1 - \frac{K}{K_1})(1 + \frac{K}{K_1} + \frac{K^2}{K_1^2} + \dots)$$

بذریعہ مسئلہ ثنائی

$$= 1 - \frac{K}{K_1} + \frac{K}{K_2} - \frac{K}{K_1} \frac{K}{K_2} + \dots$$

نظر انداز کی جائیں۔

پس کافی حد تک تقریبی قیمت حسب ذیل ہے

$$W = [1 - \frac{K}{K_1} + \frac{K}{K_2}]$$

۶۴۔ مشق۔ ایک صحیح ترازو پانی کے اندر پوری غرق ہے، اس ترازو کے ایک پلڑے میں کچھ شیشہ ہے جس کی کثافت  $K$  صافی ہے ۲۵ ہے اور دوسرے پلڑے میں ایک پوٹو وزن کا باٹ ہے

اور یہ دونوں متوازن ہیں، اگر باٹ کی کثافت اضافی ۸ ہو تو شیشے کا اصلی وزن دریافت کرو۔

فرض کرو کہ شیشے کا اصلی وزن و پونڈ ہے، اسلئے شیشے کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن  $\frac{1}{8}$  و  $\frac{1}{8}$  و ہے۔

پس اُس پلڑے کی رستی کا تناؤ جس میں شیشہ ہے = و -  $\frac{1}{8}$  و =  $\frac{7}{8}$  و اسی طرح سے ایک پونڈ باٹ کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن =  $\frac{1}{8}$  پونڈ وزن

پس اُس پلڑے کی رستی کا تناؤ جس میں باٹ ہے

$$= ۱ \text{ پونڈ} - \frac{1}{8} \text{ پونڈ} = \frac{7}{8} \text{ پونڈ وزن}$$

چونکہ ترازو کی ڈنڈی متوازی الافق ہے اس لئے ان سیلوں

کے یہ تناؤ باہم ساوی ہیں یعنی  $\frac{7}{8}$  و =  $\frac{7}{8}$  و

اس لئے و =  $\frac{35}{37}$  =  $\frac{11}{11}$  پونڈ وزن جو شیشہ کا اصلی وزن ہے

## ۱۲۔ مسئلہ نمبر ۱۲

۱۔ ایک جسم کا وزن ۱۸ پونڈ ہے اور اس کی کثافت اضافی ۳ ہے جسم کو ایک رستی کے ذریعہ ٹکایا گیا ہے، اگر جسم کو (۱) پانی میں (۲) ایسے سیال میں جکی کثافت اضافی ۲ ہے ٹکایا جائے تو ہر صورت میں رستی کا تناؤ دریافت کرو۔

۲۔ ایک برتن میں پارہ کے اوپر کچھ پانی پڑا ہے، پارہ کی کثافت اضافی ۱۳ ہے، پلاٹنم کا ایک ٹکڑا جس کی کثافت اضافی ۲۱ ہے ایک رستی کے ذریعہ اس طرح ٹکایا گیا ہے کہ اس کے

حجم کا  $\frac{19}{24}$  پارہ کے اندر ہے اور باقی پانی کے اندر، ثابت کرو کہ رستی کا تناؤ پلاٹنی نم کے ٹکڑے کے نصف وزن کے برابر ہے۔

۳۔ ترازو کی ڈنڈی کے ایک سرے سے سونے کا ایک ٹکڑا لٹکایا گیا ہے اور دوسرے سرے سے چاندی کا ایک ٹکڑا، سونے اور چاندی کی اضافی کثافتیں بالترتیب ۱۹.۳ اور ۱۰.۵ ہیں، اگر سونے کو شورے کے میزاب (کثافت اضافی ۱۵.۵) اور چاندی کو انکھل (کثافت اضافی ۸.۵) میں ڈبوایا جائے تو ترازو کی ڈنڈی متوازی الافق ہوتی ہے، بتاؤ کہ دونوں ٹکڑوں کی کمیتوں کو آپس میں کیا نسبت ہے۔

۴۔ لوہے کی کثافت اضافی ۷.۶ ہے، معلوم کرو کہ اگر لوہے کے ایک ہنڈر دیٹ کو پانی میں تو لاجائے تو اس کا ظاہری وزن کیا ہوگا، نیز دریافت کرو کہ کتنے پونڈ لکڑی (کثافت اضافی ۲.۶) اس لوہے کے ساتھ باندھی جائے کہ دونوں لکڑی پانی میں تیرنے کے عین قابل ہوں۔

۵۔ ایک ٹھوس جسم جس کا وزن ایک اونس ہے پانی کے ایک برتن کی تہ میں پڑا ہے، اگر برتن کی تہ پر جسم مذکور کا مجموعی دباؤ  $\frac{35}{24}$  اونس ہو تو جسم کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۶۔ ایک جسم کا حجم ۳۰ مکعب سنتی میٹر ہے اور کثافت اضافی ۱۵.۵ ہے، جسم مذکور کو ایک برتن میں رکھا گیا ہے اور برتن میں اتنا پانی ڈالا گیا ہے جو جسم کو ڈبو دینے کے لئے عین کافی ہے، برتن کی تہ پر جسم کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۷۔ سونے چاندی کے ایک بھرت کو پانی کے اندر تو لنے سے

اس کے وزن کا  $\frac{1}{17}$  کم ہو جاتا ہے ، سونے کی کثافت اضافی ۱۹.۲۵ ہے اور چاندی کی ۱۰.۵ ، بھرت میں دونوں دہاتوں کے حجموں کی باہمی نسبت دریافت کرو۔

۸۔ سیسے کا ایک ٹکڑا اور لکڑی کا ایک ٹکڑا ہوا جس تو لٹنے سے باہم متوازن ہوتے ہیں معلوم کرو کہ ان میں سے کونسا دراصل زیادہ بھاری ہے اور کیوں۔

۹۔ ایک جسم  $A$  کی کمیت ایک دوسرے جسم  $B$  کی کمیت سے دوگنی ہے ، لیکن پانی میں تو لٹنے سے ان کے ظاہری وزن باہم برابر ہیں اگر  $A$  کی کثافت اضافی  $\frac{5}{8}$  ہو تو  $B$  کی کثافت اضافی معلوم کرو۔  
۱۰۔ پانی کا ایک برتن ایک کمانیدار ترازو کے سرے سے انتصابی حالت میں ٹاک رہا ہے ، اگر ایک اور ترازو کے سرے سے کسی جسم کو ٹکا کر برتن کے اندر پانی میں ڈبویا جائے تو بتاؤ کہ ترازوؤں کی سوئیاں اوپر جائیگی یا نیچے۔

۱۱۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک برتن جس کے اندر پانی ہے ایک میز پر بڑا ہے ، دہات کا ایک ٹکڑا جس کا حجم معلوم ہے ایک رسی کے ذریعہ پانی کے اندر ڈبویا گیا ہے ، بتاؤ کہ پیندے پر کے دہات پر کیا اثر پڑیگا اگر (۱) برتن پانی سے بھرا ہوا ہو (۲) اگر پانی سے بھرا ہوا نہ ہو۔ دوسری صورت میں کتنی تبدیلی واقع ہوگی؟

۱۲۔ لکڑی کا ایک ٹکڑا جس کا حجم ۲۶ مکعب انچ ہے پانی کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کے حجم کا  $\frac{1}{4}$  پانی کے اندر غرق ہے ، اگر ایک دہات کی کثافت اضافی لکڑی کی کثافت اضافی کی

۸ گئی ہو تو بتاؤ کہ وہاں کا کتنا حجم لکڑی کے نچلے حصہ سے بانڈھا جائے کہ لکڑی پانی کے اندر عین غرق ہو جائے، جب یہ حالت ہو تو معلوم کرو کہ ایسی سمت میں کس قدر قوت لگائی جائے کہ یہ لکڑی اور وہاں سے بنا ہوا جسم پانی کے اندر آدھا غرق رہے۔  
۱۳۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ڈول کو جس کا ارتفاع ایک فٹ ہے اور قطر ۱۰ انچ، پانی سے آدھا بھرا گیا ہے، لوہے کے ایک ٹکڑے کو جس کا وزن ایک ہنڈرویت ہے ایک پتلے تار سے بانڈھ کر پانی کے اندر اس طرح لٹکایا گیا ہے کہ وہ پورا پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے لیکن تہ سے نہیں چھوتا، بعد ازاں تار کو نکال دیا گیا ہے اور لوہا تہ سے جا لگتا ہے۔ ہر دو حالتوں میں لوہے کی موجودگی سے تہ پر کے دباؤ میں جو اضافہ ہوتا ہے اس کو معلوم کرو۔ [لوہے کے ایک کعب فٹ کا وزن ۴۴۰ پونڈ ہے]

۱۴۔ اگر فلا اور پانی میں ایک جسم کے وزن بالترتیب و اور و ہوں تو ثابت کرو کہ اس کا وزن ہوا میں و۔ ض (و۔ و) ہو گا جہاں ض ہوا کی کثافت اضافی ہے۔

۱۵۔ ہوا کی کثافت اضافی ض ہے، ہوا اور پانی کے اندر ایک جسم کے وزن بالترتیب و اور و ہیں، ثابت کرو کہ خلا میں اس کا وزن

$$+ \frac{\text{ض}}{\text{ض}} (و۔ و) \text{ ہو گا۔}$$

۱۶۔ تین سیالوں کی اضافی کثافتیں ض، ض، ض ہیں اور ان کے اندر ایک جسم کے ظاہری وزن بالترتیب و، و، و ہیں، ثابت کرو کہ

و (ض-ض) x و (ض-ض) + و (ض-ض) =

۱۶۔ ایک جسم تین متجانس الاجزا سیالوں کے اندر تولا گیا ہے اور ان سیالوں میں اس کے وزن بالترتیب و، و، و ہوتے ہیں، ایک دوسرے جسم کو انہی تین سیالوں میں تولا گیا ہے اور اس کے وزن بالترتیب و، و، و ہوتے ہیں، ثابت کرو کہ

و (و-و) + و (و-و) + و (و-و) =

۶۵۔ اگر ایک جسم کو ایک ایسے سیال کے اندر ڈبویا جائے جس کی کثافت اضافی جسم مذکور کی کثافت اضافی سے زیادہ ہو تو جسم پر کا حاصل اتنصابی دباؤ جسم کے وزن سے زیادہ ہوگا اور جسم اوپر کو اٹھیکا بشرطیکہ کوئی بیرونی قوت اس کو اوپر آنے سے نہ روکے۔

مشق ۱۔ لکڑی کے ایک ٹکڑے کا وزن ۱۲ پونڈ ہے اور اس کی کثافت اضافی ۳ ہے، اس کو ایک رستی کے ذریعہ پانی کے ایک برتن کی تہ کے ساتھ اس طرح باندھا گیا ہے کہ یہ پورا ڈوبا رہتا ہے، رستی کا تناؤ معلوم کرو۔

چونکہ  $\frac{\text{لکڑی کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن}}{\text{لکڑی کا وزن}} = \frac{\text{پانی کی کثافت اضافی}}{\text{لکڑی کی کثافت اضافی}}$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} =$$

∴ ہٹائے ہوئے پانی کا وزن =  $\frac{1}{3} \times ۱۲$  پونڈ وزن = ۴ پونڈ وزن  
توازن کے لئے ضروری ہے کہ

رستی کا تناؤ + لکڑی کا وزن = ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

∴ اسی کا تناؤ = ۱۶ - ۱۲ = ۴ پونڈ وزن

مشق ۲ - ایک غبارہ کی کمیت مع اس کی گیس کے ۳۵۰۰ پونڈ ہے اور غبارہ ۸۰۰۰ م کعب فٹ ہے، اگر ہوا کی کمیت ۱۵۲۵ اونس فی کعب فٹ ہو تو بتاؤ کہ غبارہ کس اسراع سے اوپر چڑھنا شروع کریگا۔

اس ہوا کا وزن جبکہ غبارہ ہٹا ہے = ۳۸۰۰۰ × ۱۵۲۵ اونس وزن

= ۳۷۵۰ پونڈ وزن

اس لئے وہ قوت جو غبارہ پر اوپر کی طرف عمل کرتی ہے = ہٹائی ہوئی

ہوا کا وزن - غبارہ کا وزن = ۲۵۰ پونڈ وزن = ۲۵۰ ج پونڈ

غبارہ کا ابتدائی اسراع =  $\frac{\text{حرکت پیدا کرنے والی قوت}}{\text{حرکت کرنے والی کمیت}} = \frac{۲۵۰ \text{ ج}}{۱۳} = \frac{۲۵۰}{۱۳}$

### امثلہ نمبر ۱۳

۱۔ کاگ کے ایک ٹکڑے کا وزن ۳۰ گرام ہے، اس کو ایک ڈوری کے ذریعہ پانی کے ایک برتن کے اندر اسکے پیندے کے ساتھ سطح باندھ دیا گیا ہے کہ کاگ پانی کے اندر پورا ڈوبا رہتا ہے، اگر کاگ کی کثافت اضافی ۲۵ ہو تو ڈوری کا تناؤ معلوم کرو۔

۲۔ لکڑی کے ایک ٹکڑے کا وزن ۶ پونڈ ہے اور اس کی کثافت اضافی ۸ ہے، اس کو ایک رستی کے ذریعہ جو ۲ پونڈ سے زیادہ تناؤ برداشت نہیں کر سکتی ایک برتن کے اندر اسکے پیندے کے ساتھ باندھ دیا گیا ہے، برتن میں کچھ پانی ہے اور ٹکڑا پانی کے اندر پورا ڈوبا رہتا ہے



باقی برتن کو ایسے مائع سے بھرو یا جاتا ہے جسکی کثافت اضافی ۱.۵۲ ہے اور جو پانی سے مل جاتا ہے، ثابت کرو کہ اگر برتن کا دو تہائی سے کم حصہ پانی سے بھرا ہوا ہوگا تو رستی ٹوٹ جائے گی۔

۳۔ لکڑی کا ایک اسطوانہ جسکا وزن ۱۵ پونڈ ہے اور طول ۳ فٹ پانی کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ یہ آدھا پانی کے اندر ڈوبا رہتا ہے جبکہ اسکا محور انحصاری ہو، بتاؤ کہ اس کو ۶ اینچ اور ڈبلو بننے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی؟

۴۔ ہوا کے ایک لیٹر کا وزن ۱.۲۹ گرام ہوتا ہے اور کول گیس کے ایک لیٹر کا ۱.۲۵ گرام، اگر ایک غبارہ کے اندر ۴۰ لاکھ لیٹر کول گیس ہو اور غبارہ اور اس کے دیگر لوازمات کا مجموعی وزن ۱۵ لاکھ گرام ہو تو بتاؤ کہ غبارہ اور کتنا وزن ہوا میں سہا رہ سکتا ہے۔

۵۔ ایک غبارہ کو جس کے اندر ۱۰ مکعب فٹ ہائیڈروجن ہے ایک رستی کے ذریعہ اوپر چڑھنے سے روکا گیا ہے، اگر یہ تسلیم کیا جائے کہ ہوا کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۱.۲۵ اونس اور اس کی کثافت اضافی ہائیڈروجن کی کثافت اضافی کا ۱/۴۱ گنا ہے تو رستی کا تناؤ معلوم کرو۔

۶۔ ایک غبارہ اور اس کے لوازمات کا مجموعی حجم ۴۰۰۰ مکعب فٹ ہے اور اس کی کمیت مع اس کی گیس کے ۲ ٹن ہے، اگر ہوا کے ایک مکعب فٹ کی کمیت ۱.۲۴ اونس ہو تو دریافت کرو کہ غبارہ کس اسراع کے ساتھ اوپر چڑھنا شروع کرے گا۔

۷۔ ایک مثلثی پتہ ۱/۲ بج جس کے اضلاع ۱/۲ بج اور ۱/۲ بج

برابر ہیں پانی میں اس طرح تیرا ہے کہ اس کا صلیح ب ج افی پر عمود ہے اور اس صلیح کے طول کا  $\frac{1}{2}$  پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے، پترے کو اس حالت میں ایک رستی کے ذریعہ متوازن رکھا گیا ہے جس کا ایک سرا ا کے ساتھ بندھا ہے اور دوسرا برتن کے پیندے کے ساتھ، پترے کی کثافت اضافی معلوم کرو اور ثابت کرو کہ رستی کا تناؤ پترے کے وزن کا  $\frac{1}{2}$  ہے۔

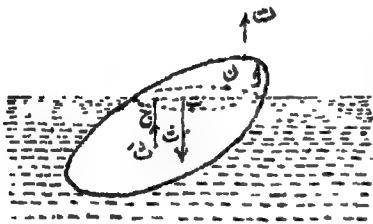
۶۶۔ ایک جسم کسی مائع کے اندر جزو غرق ہے اور ایک رستی جو اسکے کسی نقطہ کے ساتھ بندھی

ہے اسکو مہارے ہوئے ہے، جسم کے توازن کی شرائط معلوم کرو۔ فرض کرو کہ جسم کے نقطہ ن کے ساتھ رستی بندھی ہے اور اس کا تناؤ ت پونڈل ہے۔

فرض کرو کہ جسم کا حجم ح ہے، اس کے حجم کی ایک اکائی کا وزن و ہے اور جسم کا مرکز ثقل ث ہے۔

نیز فرض کرو کہ ہٹائے ہوئے مائع کا حجم ح ہے، اس کے حجم کی ایک اکائی کا وزن و ہے اور اس کا مرکز ثقل ث ہے۔ فرض کرو کہ ن، ث، ث میں سے گزرنیوالے انتصابی خطوط مائع کی سطح سے بالترتیب نقاط ا، ب، ج پر ملتے ہیں۔

تب جسم پر انتصابی سمت میں عمل کرنے والی توتین حسب ذیل ہیں۔



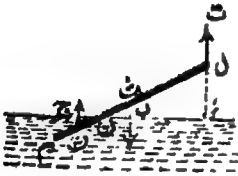
- (۱) : تناؤت جوا میں سے اوپر کی سمت میں عمل کرتا ہے  
 (۲) جسم کا وزن  $H$  جو  $B$  میں سے نیچے کی طرف عمل کرتا ہے اور  
 (۳) حاصل انتصابی دباؤ  $H$  جو  $B$  میں سے اوپر کی طرف  
 عمل کرتا ہے (دفعہ ۴۹)۔

چونکہ یہ قوتیں متوازن ہیں اس لئے نقاط  $A$  و  $B$  'ج' لازماً ایک ہی  
 افقی خطِ مستقیم پر واقع ہوں گے اور نیز علم سکون دفعہ ۵۳ کے رو سے

$$T + H = H \quad (۱)$$

$$\text{اور } H = H \times AB \quad (۲)$$

مشق۔ ایک یکسان سلاخ کا طول ۲ فٹ ہے اور یہ ایک رسی کے سہارے  
 جو اس کے ایک سرے پر بندھی ہے پانی کے اندر متوازن حالت میں جزو  
 غرق ہے اگر مائع کی کثافت سلاخ کی کثافت کا  $\frac{1}{2}$  ہو تو ثابت کرو کہ سلاخ کا  
 نصف طول مائع کے باہر ہوگا۔ نیز



ڈوری کا تناؤ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ سلاخ مذکور  $M$  ہے

اور  $n$  اس کا وہ نقطہ ہے جہاں

یہ پانی کی سطح سے ملتی ہے نیز  $m$  کا

وسطی نقطہ  $G$  ہے اور سلاخ کا وسطی نقطہ  $G$  ہے۔

فرض کرو کہ سلاخ کے حجم کی ایک اکائی کا وزن  $W$  ہے اور مائع کے

حجم کی ایک اکائی کا وزن  $w$  ہے۔

فرض کرو کہ سلاخ کے غرق شدہ حصہ کا طول  $L$  ہے اور اسکی عمودی

تراش کا رقبہ  $A$  ہے۔

تب سلاخ کا وزن = ک  $\times$  ۲  $\times$  ۱  $\times$  د

اور ہٹائے ہوئے مانع کا وزن = ک  $\times$  لا  $\times$  ۱  $\times$  ۲  
اگر رستی کا تناؤ وقت ہو تو توازن کی شرائط یہ ہیں

$$\text{ت} + \text{ک} \times \text{لا} \times \frac{۲}{۳} \times \text{د} = ۲ \times \text{ک} \times \text{د} \dots\dots\dots (۱)$$

$$\text{اور ک} \times \text{لا} \times \frac{۲}{۳} \times \text{د} \times \text{ج} = ۲ \times \text{ک} \times \text{د} \times \text{ب} \dots\dots\dots (۲)$$

دوسری مساوات سے

$$\frac{۱}{\frac{۲}{۳} - ۱} = \frac{\text{لث}}{\text{ل ج}} = \frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \frac{\text{لا}}{۳}$$

$$\therefore \text{لا} = ۳ - ۱ \times ۳ + ۱ = ۰$$

لہذا لا = ۱، مساوات بالا کا دوسرا حل (یعنی لا = ۳) صریحاً ناقابل تسلیم ہے۔

پس ثابت ہوا کہ آدمی سلاخ ڈوبی ہوئی ہے۔

نیز لا کی قیمت مساوات (۱) میں درج کرنے سے

$$\text{ت} = \frac{۲}{۳} \times \text{ک} \times ۱ \times \text{د} = \text{سلاخ کے وزن کا } \frac{۲}{۳}$$

### مثله نمبری ۱۴

(۱) ۶ فٹ لمبی ایک یکسان سلاخ ایک نصاب کے گرد جو پانی کی سطح سے باہر بے گھوم سکتی ہے، توازن کی حالت میں سلاخ کا ۴ فٹ طول ڈوبا ہوا ہے، ثابت کرو کہ اسکی کثافت اضافی ہے۔

(۲) ایک یکسان سلاخ دو انتصابی رستیوں کے سہارے جو اس کے دونوں سروں پر بندھی ہیں اس طرح آویزان ہے کہ اس کا نصف طول پانی کے

اندر غرق ہے، اگر اس کی کثافت اضافی ۲۵ ہو تو ثابت کرو کہ رسیوں کے جو تناؤ ہوں گے ان کی نسبت ۷:۹ ہو گی۔

(۳) ایک یکسان سلاح اپنے ایک سرے کے گرد جو پانی سے باہر ہے گھوم سکتی ہے، سلاح ایسی حالت میں متوازن ہے کہ یہ انتصابی سمت کے ساتھ کوئی زاویہ بناتی ہے اور اس کے طول کی ایک تہائی پانی کے اندر غرق ہے، ثابت کرو کہ اس کی کثافت اضافی  $\frac{5}{9}$  ہے۔

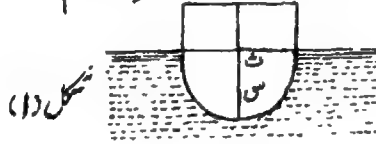
(۴) ایک سلاح کا طول ۲ فٹ ہے، سلاح اپنے ایک سرے کے گرد جو مانع کی سطح سے ارتفاع فٹ ( $4\frac{2}{3}$ ) پر ثابت کر دیا گیا ہے بلا تکلف گھوم سکتی ہے، اگر سلاح اور مانع کی کثافتیں بالترتیب کپ اور کپ ہوں تو ثابت کرو کہ سلاح بحالت توازن انتصابی سمت میں قائم رہ سکتی ہے یا ایسی سمت میں جو انتصابی سمت کے ساتھ زاویہ طہ بنائے چلا

$$\text{جم طہ} = \sqrt{\frac{F}{\frac{k}{k-k}}}$$

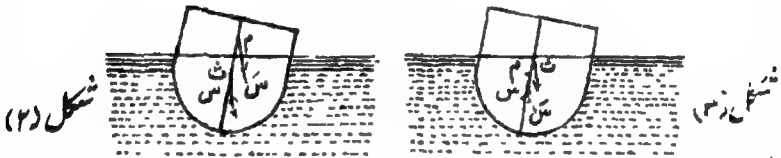
## توازن کا قیام

۶۷۔ ہم پیشتر بتا چکے ہیں کہ جب ایک جسم پانی کے اندر تیر رہا ہو تو اس کا مرکز ثقل فٹ اور اس کے اچھال کا مرکز س دونوں ایک ہی انتصابی خط پر واقع ہوں گے۔ [دفعہ ۵۷] اگر جسم کو ذرا سا اس طرح گھما دیا جائے کہ س فٹ سمت انتصابی کے ساتھ ایک چھوٹا زاویہ بنائے تو ذیل کی دو صورتوں میں سے ایک صورت واقع ہوگی (۱)، مانع کا مجموعی دباؤ جسم کو پھر

اصلی حالت میں لانے کی کوشش کرے گا، اگر ایسا ہو تو سمجھنا چاہئے کہ جسم مذکور کا توازن گھمانے سے پہلے قائم تھا۔  
(۲) یا مانع کے مجموعی دباؤ کا میلان جسم مذکور کو حالت توازن سے اور دور ہٹانے کی طرف ہوگا، اس صورت میں سمجھنا چاہئے کہ جسم کا توازن گھمانے سے پہلے غیر قائم تھا۔



شکل (۱)



شکل (۲)

شکل (۳)

اشکال بالا میں یہ دونو صورتیں دکھائی گئی ہیں، شکل (۱) میں جسم کے توازن کی ابتدائی حالت دکھائی گئی ہے۔ اشکال (۲) اور (۳) میں خفیف سی زاوی حرکت کے بعد جسم مذکور کی مختلف حالتیں دکھائی گئی ہیں، دونو شکلوں میں سس نیا اچھال کا مرکز ہے، سس م انتصابی سمت میں کھینچا گیا ہے اور یہ ث س سے نقطہ م پر ملتا ہے۔

چونکہ شکل (۲) میں نقطہ م، ث سے اوپر واقع ہے اسلئے قوتوں کا میلان جسم کو سمت ساعت کے خلاف گھمانے کی طرف ہے اور جسم اپنی پہلی حالت میں آجائے گا، اس سے ثابت ہوا کہ جسم کا توازن حرکت دئے جانے سے پہلے قائم تھا۔  
شکل (۳) میں چونکہ نقطہ م، ث سے نیچے ہے اسلئے

قوتوں کا میلان جسم کو سمت ساعت کے موافق گھمانے کی طرف ہے، لہذا جسم اپنی ابتدائی متوازن حالت سے اور دور ہٹ جائے گا، اس سے ثابت ہوا کہ جسم کا توازن حرکت دئے جانے سے پہلے غیر قائم تھا۔

[اشکال بالا میں ہم نے تسلیم کر لیا ہے کہ سس میں سے گزرنے والا انتصابی خط سس ٹ سے ملتا ہے، متشکل اجسام میں بالعموم ایسا ہی ہوتا ہے]

جو کچھ اوپر بیان ہوا اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ توازن کا قیام اس امر پر موقوف ہے کہ صم کا مقام بلحاظ ٹ کے کیا ہے، اس نقطہ صم کی اہمیت کے لحاظ سے اس کو مرکز مابعد کے نام سے موسوم کرتے ہیں۔ اس کی باضابطہ تعریف ذیل میں درج کی جاتی ہے

۶۸۔ مرکز مابعد۔ تعریف۔ اگر ایک جسم پانی کے اندر بلا تکلف تیر رہا ہو اور اس کو ذرا سا اس طح گھما دیا جا کہ یہ مانع کی اسی مقدار کو ہٹائے جس کو پہلے ہٹاتا تھا تو وہ نقطہ جہاں نئے اچھال کے مرکز میں سے گزرنے والا انتصابی خط جسم کے مرکز ثقل اور ابتدائی اچھال کے مرکز کے خط وصل سے ملتا ہے مرکز مابعد کہلاتا ہے۔

اگر مرکز مابعد کا مقام جسم کے مرکز ثقل کے مقام سے اوپر ہو تو جسم کا توازن قائم ہوتا ہے اور برعکس اس کے اگر مرکز مابعد کا مقام جسم کے مرکز ثقل سے نیچے ہو تو توازن غیر قائم

ہوتا ہے۔

اس سے ظاہر ہے کہ ایک تیرنے والے جسم کو قائم توازن کی حالت میں رکھنے کے لئے ضروری ہے کہ اس کے مرکز ثقل کو اتنا نیچے رکھا جائے جتنا کہ ممکن ہو، یہی وجہ ہے کہ جہازوں اور مائع پیم (دفعہ ۸۰) کے پچھلے حصہ کو خاص طور پر بوجھل بنایا جاتا ہے۔ کسی ایک دی ہوئی صورت میں مرکز مابعد کے مقام کا تعین ایک وقت طلب امر ہے اس کے مقام کا انحصار بالخصوص برتن کی شکل پر ہوتا ہے۔

۶۹۔ اگر ایک جسم کا مائع سے مس کرنے والا حصہ گروی شکل کا ہو تو ظاہر ہے کہ اس گروی حصہ کا مرکز ہی مرکز مابعد ہوگا کیونکہ گروی سطح کے ہر ایک نقطہ پر کا دباؤ سطح مذکور پر عمود وار ہوگا اور اس لئے مرکز میں سے گزرے گا۔ لہذا کل سطح پر کا مجموعی دباؤ ہمیشہ مرکز میں سے گزرے گا اس لئے ہندسی مرکز ہی مرکز مابعد ہوگا۔

اس خاص صورت میں خفیف زاوی حرکتوں کے واسطے جسم کا توازن قائم ہوگا اگر اس کا مرکز ثقل گروی حصہ کے مرکز ثقل سے نیچے ہو اور غیر قائم ہوگا اگر اس کا مرکز ثقل گروی حصہ کے مرکز ثقل سے اوپر ہو۔ (علم سکون دفعہ ۱۲۹ سے مقابلہ کرو)

### ۱۵ مسئلہ نمبری

(۱) لکڑی کا ایک گیند پانی میں تیر رہا ہے، ثابت کرو کہ اگر کوئی چھوٹے



سے چھوٹا وزن اس کے سب سے اونچے نقطہ پر رکھا جائے تو اس کا توازن غیر قائم ہو جائے گا۔

۲۔ ایک نصف کرہ اور ایک قائم مخروط کے مستوی رخ برابر ہیں ان مساوی رخوں کو جوڑنے سے ایک جسم بنایا گیا ہے، یہ جسم پانی کے اندر سطح تیر رہا ہے کہ اسکی کروی سطح کا کچھ حصہ پانی کے اندر غرق ہے، ثابت کرو کہ جسم کے توازن کو قائم رکھنے کے لئے مخروط کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا زیادہ سے زیادہ  $\frac{1}{3}$  گنا ہو سکتا ہے۔

(۳) دھات کے نصف کرے اور ایک مخروط کے برابر مستوی قاعدہ کو جوڑنے سے ایک مجوف پیرکوا بنایا گیا ہے، دھات کی موٹائی ہر جگہ یکساں ہے، اس کو اس طرح تیرانا منظور ہے کہ مخروط اوپر کی طرف رہے، ثابت کرو کہ اگر مخروط کا نصف راسی زاویہ  $25^\circ$  ہو تو توازن قائم ہوگا اور اگر  $30^\circ$  ہو تو غیر قائم۔

(۴) ایک اسطوانہ اور ایک نصف کرے کے برابر مستوی قاعدوں کو جوڑنے سے ایک جسم بنایا گیا ہے جو پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کی کروی سطح کا کچھ حصہ پانی کے اندر غرق ہے، اگر (۱) جسم مذکور ٹھوس اور متجانس الاجزا ہو

(۲) جسم مذکور مجوف ہو اور اس کے خول کی موٹائی یکساں ہو تو اسطوانہ کا بڑے سے بڑا ارتفاع معلوم کرو جس سے توازن قائم رہ سکتا ہے۔

۷۰۔ باب ہذا کے مضمون پر چند مشکل مشقیں ذیل میں

حل کی جاتی ہیں۔

مشق ۱۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ڈول جس میں کچھ پانی ہے ایک رسی کے ذریعہ جو ایک چرخی پر سے گذرتی ہے ہم سمیت کے ایک جسم کو سہارے ہوئے ہے، ایک کاگ کا ٹکڑا جس کی کثافت اضافی ک ہے اور سمیت ۴ ڈول کے پیندے کے وسطی نقطہ کے ساتھ ایک رسی کے ذریعہ اس طرح باندھ دیا گیا ہے کہ کاگ پورے کا پورا پانی کے اندر ڈوبا رہتا ہے، ثابت کرو کہ اس رسی کا تناؤ جو کاگ کے ساتھ بندھی ہے

$$\frac{m_2 + m_1}{m_1} \left( \frac{1}{k} - 1 \right) - \frac{m_2}{m_1} \text{ ج}$$

فرض کرو کہ ڈول اسراع س کے ساتھ اترنا شروع کرتا ہے

$$\text{تب } s = \frac{m_1 \text{ ج}}{m_1 + m_2} \dots \dots \dots (۱)$$

(علم حرکت دفعہ ۴۴)  
فرض کرو کہ اثناء حرکت میں رسی کا تناؤ ت ہے اور مائع کا حاصل انتصابی دباؤ جو کاگ پر عمل کرتا ہے د ہے

∴  $m_1 s = m_1 \text{ ج} + ت - د \dots \dots \dots (۲)$   
اب اگر کاگ کو نکال دیا جائے اور اس کی جگہ پانی کا ایک مساوی حجم رکھ دیا جائے تو مجموعی دباؤ د اور  $\frac{m_1}{k}$  کا وزن دونوں ملکر اس میں اسراع س پیدا کریں گے۔

$$\therefore \frac{m_1}{k} s = \frac{m_1}{k} \text{ ج} - د \dots \dots \dots (۳)$$

(۳) کو (۲) میں سے تفریق کرنے سے

$$م_۱ س_۱ (۱ - \frac{1}{\gamma_1}) = ت + م_۱ ج_۱ (۱ - \frac{1}{\gamma_1})$$

$$\therefore ت = م_۱ (ج_۱ - س_۱) (۱ - \frac{1}{\gamma_1}) = \frac{م_۱ م_۲ ج_۱ (۱ - \frac{1}{\gamma_1})}{م_۱ + م_۲}$$

مشق ۲۔ مثال ماقبل میں ثابت کرو کہ ڈول کی منحنی سطح کے سب سے نچلے نقطہ پر کا دباؤ ابتدائی دباؤ سے زیادہ ہوگا اگر کاگ اور پانی کے جموں کی باہمی نسبت  $\frac{م_۱}{م_۲} : ۱$  سے بڑی ہو اور کم ہوگا اگر یہ نسبت  $\frac{م_۱}{م_۲} : ۱$  سے کم ہو۔

فرض کرو کہ ابتدا میں پانی کی گہرائی گ تھی اور بعد میں گ ہوگئی، نیز فرض کرو کہ ڈول کا نصف قطر ۱ ہے اور کاگ اور پانی کے حجم بالترتیب ج اور ح ہیں، یعنی  $ح = \pi \times ۱^۲ \times گ$

$$تبا \pi \times ۱^۲ \times گ = ج + ح$$

$$پس گ : گ :: ج + ح : ح$$

منحنی سطح کے سب سے نچلے نقطے پر حرکت سے پہلے جو دباؤ تھا وہ  $= د \times گ$ ، اور دوران حرکت میں جو دباؤ ہے وہ

$$= د \times گ (۱ - \frac{س}{ج}) \dots \dots (علم حرکت دفعہ ۸۰)$$

$$= د \times گ \times \frac{ج + ح}{ح} [۱ - \frac{م_۱}{م_۱ + م_۲}]$$

$$= \text{دگ} \times \frac{H+H}{H} \times \frac{M}{M+M} =$$

یہ رقم دگ سے بڑی ہوگی اگر

$$1 < \frac{M}{M+M} \times \frac{H+H}{H}$$

$$\text{یعنی اگر } (H+H) \times M < H(M+M)$$

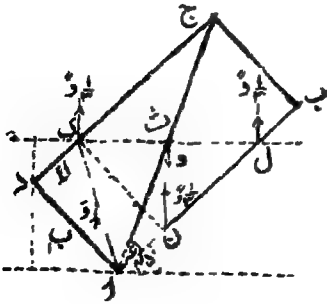
$$\text{یعنی اگر } M < H$$

$$\text{یعنی اگر } \frac{H}{M} < 1$$

مشق ۳ - ایک مستطیل اپنے ایک راس کے گرد جس کو ایک مائع کی سطح کے نیچے ثابت کر دیا گیا ہے حرکت سکتا ہے، مستطیل مائع کے اندر اس طے تیر رہا ہے کہ اسکے اضلاع انتصابی خط کے ساتھ مساوی زاوے بناتے ہیں اور اس کا نصف رقبہ مائع کے اندر ڈوبا ہوا ہے، اگر مستطیل کے اضلاع کے طول بالترتیب ۱ اور ۲ ہوں اور ضلع ۲ مائع کے اندر پورا غرق ہو تو ثابت کرو کہ مستطیل کی کثافت کو پانی کی کثافت کے ساتھ

نسبت ۱-۲ : ۲-۱ ہوگی

چونکہ آدھا مستطیل مائع کی سطح کے نیچے ہے اس لئے مائع کی سطح ک ل مستطیل کے مرکز ثقل



ث میں سے گزرتی ہے۔

دک کو لا کے مساوی فرض کرو اور  $\frac{1}{2}b$  پر عمود ک ن کھینچو۔

چونکہ ک اور ن ل افق کے ساتھ مساوی زاوے بناتے ہیں اس لئے  $n = l = k = b$

$\frac{1}{2}b = مستطیل اک + \Delta ک ن ل = لا \times b + \frac{1}{2}b^2$

$لا = \frac{b}{2} - اور ل = \frac{b}{2} + \frac{1}{2}b$

فرض کرو کہ مستطیل اور مائع کی کثافتیں بالترتیب ک اور ک ہیں۔ تب مستطیل کا وزن  $w = \frac{1}{2}b^2$  ک اور یہ مستطیل کے مرکز ثقل ث میں نیچے کی طرف عمل کرتا ہے۔

نیز مائع کا حال انتصابی دباؤ دو دباؤں کے مساوی ہے۔ اولاً وہ دباؤ جو مائع  $\frac{1}{2}b$  کے وزن کے مساوی ہے اور  $\frac{1}{2}b$  کے وسطی نقطہ میں سے سمت رأس میں عمل کرتا ہے اور ثانیاً وہ دباؤ جو مائع ک ن کے وزن کے مساوی ہے اور اس کے مرکز ثقل میں سے اوپر کی طرف عمل کرتا ہے۔

مائع  $\frac{1}{2}b$  کے وزن  $w = \frac{1}{2}b^2$  ک  $\frac{1}{2}b$  (ب۔  $\frac{1}{2}b$ ) ک  
مائع ک ن ل کا وزن  $w = \frac{1}{2}k \times n \times l = \frac{1}{2}b^2$  ک  
نیز بموجب علم سکون دفعہ ۱۰، مثلث ک ن ل کے مرکز ثقل پر جو دباؤ  $w$  عمل کرتا ہے وہ ہر لحاظ سے تین برابر اوزان  $\frac{w}{3}$  کے مساوی فرض کیا جاسکتا ہے جب کہ یہ تینوں وزن مثلث کے رأسوں پر اسی

ست میں علی کریں دیکھو شکل -

۱ کے گرد معیار اثر لینے سے

$$و \times \frac{1}{p} \text{ ارج حجم (عہ + مہ)} =$$

$$= \frac{ق}{م} [\text{لاجم مہ} + \text{الجم مہ} - (\text{ب} - \text{لاجم مہ})] - \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ})$$

جہاں عہ = ب ارج

$$\therefore \frac{ق}{م} \times \text{ارج (جم عہ - جب عہ)} = \frac{ق}{م} [\text{لاجم مہ} - \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ}) + \text{لاجم مہ}]$$

$$- \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ})$$

$$\therefore و (\text{ب} - \text{لاجم مہ}) = \frac{ق}{م} [\text{لاجم مہ} - \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ}) - \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ})]$$

$$\text{یعنی } \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ}) = \frac{ق}{م} \times \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ})$$

$$- \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ}) \times \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ})$$

$$\therefore \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ}) = \frac{ق}{م} \times \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ})$$

$$\therefore \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ}) = \frac{ق}{م} \times \frac{1}{p} (\text{ب} - \text{لاجم مہ})$$

نوٹ - مثلث کے وزن کی بجائے اس کے تینوں زاویوں میں سے ہر ایک پر کل وزن کی ایک تہائی کے برابر اوزان فرض کر لینے کی جو حکمت علی اوپر اختیار کی گئی ہے بالعموم سکونی سیالات کے سوالات میں مفید ثابت ہوتی ہے۔

### متفرق مثالیں نمبری ۱۶

۱۔ ایک تاجانص الاجز نصف کرہ جس کا وزن و ہے ایک مانع کے اندر

تیر رہا ہے، اگر اس کے کنارے پر ایک وزن  $W$  رکھ دیا جائے اور کنارہ نہ ڈوبے تو ثابت کرو کہ اسکا قاعدہ زاویہ مسن  $\frac{\pi}{2}$  میں سے گھوم جائیگا۔  
۲ ایک پتلا مجوف مخروط مع قاعدہ ایسا ہے کہ اس کو پانی کے اندر پورا ڈبو کر جہاں چھوڑا جائے وہیں تیرتا رہتا ہے، ثابت کرو کہ اس کا راسی زاویہ  $\frac{\pi}{2}$  جب  $\frac{\pi}{2}$  ہے۔

۳۔ لکڑی کے دو متوازی السطوح جن کے وزن بالترتیب ۱۰۰ پونڈ اور ۵۰ پونڈ ہیں پانی میں تیر رہے ہیں اور ان میں سے ہر ایک کی کثافت اضافی  $\frac{1}{2}$  ہے، ان مجسموں کی بالائی سطحوں کے وسطی نقاط پر لوہے کی ایک ایک کیل لگی ہوئی ہے جن پر ایک ایک ۱۰۰ پونڈ وزنی سلاخ دھری ہے، اگر سلاخ کے مرکز ثقل کا فاصلہ بڑے ٹکڑے کی کیل سے سلاخ کے طول کا ایک چوتھائی ہو تو بتاؤ کہ لکڑی کا ہر ایک ٹکڑا پانی کی سطح سے کتنا باہر رہے گا۔

۴۔ ایک منشور کا وزن  $W$  ہے اور کثافت اضافی  $\frac{1}{2}$ ، اس کی عمود تراش ایک قائم الزاویہ مساوی الساقین مثلث ہے، منشور پانی کے اندر اس طرح متوازن ہے کہ اس کا زاویہ قائمہ والا کنارہ پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے اور اس کے باقی متوازی کناروں میں سے ایک پانی کی سطح میں ہے اور دوسرا سطح کے باہر، موخر الذکر کنارے دو انتصابی چکنی سطحوں کو مس کرتے ہیں، ثابت کرو کہ منشور کی بالا ترین سطح اور سطح آب کے درمیان زاویہ مسن  $\frac{\pi}{2}$  بنتا ہے۔

۵۔ ایک متجانس الاجزا منشور جس کی تراش مثلث  $ABC$  ہے پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا کنارہ  $BC$  پانی کے اندر غرق ہے، ثابت

کرو کہ اس کی کثافت اضافی

$$\frac{\text{جب } 1 \text{ حجم ب}}{\text{جب ج}} \text{ ہے یا } \frac{\text{جب ب حجم 1}}{\text{جب ج}}$$

۶۔ ایک پتلے یکسان خول کی شکل ایک قائم مستدیر مخروط کی ہے جس کا راسی زاویہ ۶۰° ہے اور جس کا قاعدہ نہیں ہے۔ یہ خول پانی کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا کچھ حصہ پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے، اس کا راس نیچے کی طرف ہے اور مستدیر قاعدہ کا سب سے نچلا نقطہ عین پانی کی سطح میں ہے، ثابت کرو کہ وہ خط جو راس کو اس نقطہ کے ساتھ وصل کرتا ہے افق کے ساتھ زاویہ ۳۰° بنا رہا ہے۔

[اس صورت میں پانی کی سطح مخروط کو جس منحنی پر قطع کرتی ہے اس کو قطع ناقص کہتے ہیں، اس منحنی کا مرکز ثقل اس کا وسطی نقطہ ہے اور ہٹائے ہوئے پانی کا مرکز ثقل اس نقطہ اور مخروط کے راس کے خط وصل کو نسبت ۱:۳ میں تقسیم کرتا ہے]

۷۔ ایک وزنی نصف کرہی پیالہ میں کچھ پانی ہے، پیالہ کا نصف قطر ۱ ہے اور یہ ایک ایسی کھردری سطح مائل پر بحالت سکون پڑا ہے جسکا زاویہ میلان ۴۵° ہے، ثابت کرو کہ پیالہ کے وزن کو پانی کے وزن کے ساتھ جو نسبت ہے وہ

۲ جب ۴

جب ۲ - ۲ جب ۴

سے کم نہیں ہو سکتی جہاں  $\pi$  ۱ حجم ۴ پانی کی سطح کا رقبہ ہے۔



۸۔ ایک ڈول کو جو اُدھا پانی سے بھرا ہوا ہے ایک دستی کے ذریعہ لٹکایا گیا ہے جو ایک چرخے کے اوپر سے گزرتی ہے، چرخہ اتنی چھوٹی ہے کہ رستی کا دوسرا سر اس پر سے ہو کر ڈول کے اندر گرتا ہے اور اس سرے کے ساتھ ایک گولہ بندھا ہے جسکی کثافت اضافی کثافت (۲) ہے، اگر گولہ ڈول کے پینڈے کو مس نہ کرے اور اس کے ڈوبنے سے پانی ڈول سے باہر نہ نکل جائے تو ثابت کرو کہ توازن اس صورت میں ممکن ہو سکتا ہے جبکہ گولے کا وزن و اور  $\frac{K}{2}$  کے درمیان ہو جہاں و سے مراد ڈول اور پانی کا مجموعی وزن ہے۔

۹۔ دو ڈولوں میں پانی ہے، ہر ایک ڈول کی کمیت مع اس کے پانی کے م ہے یہ دونو ڈول ایک چکنی چرخے پر متوازن ہیں، اب لکڑی کے دو ٹکڑے جن کی کمیتیں بالترتیب  $M_1$  اور  $M_2$  ہیں اور جن کی اضافی کثافتیں بالترتیب  $k_1$  اور  $k_2$  ہیں الگ الگ دونو ڈولوں کے پینڈوں کے ساتھ اس طرح بانڈھ دئے گئے ہیں کہ یہ پورے کے پورے پانی کے اندر ڈوبے رہتے ہیں، ثابت کرو کہ اُس رسی کا تناؤ جو  $M$  کے ساتھ بندھی ہے

$$M \frac{(M_1 + M_2)}{M_1 + M_2 + M} \left( 1 - \frac{1}{k_1} \right)$$

۱۰۔ ایک اسٹوانہ جس کا ارتفاع  $H$  ہے اور کثافت  $k$ ، ایک مائع کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور اقی پر عمود ہے، مائع کی کثافت  $k_1$  ہے، اب اگر ہوا کی کثافت  $k_2$  سے کم ہو جائے تو دریافت

کرو کہ اسطوانہ اور کتنا ڈوب جائے گا یا اور کتنا اوپر اٹھ آئے گا۔

۱۱۔ ایک سلاح انتصابی حالت میں ایک متجانس الاجزا مائع کے اندر اس طرح تیر رہی ہے کہ اس کا کچھ حصہ مائع کے اندر غرق ہے، ثابت کرو کہ کمرۂ ہوائی کی کثافت میں خفیف سا اضافہ واقع ہونے سے سلاح کا جو مزید طول مائع کی سطح سے اوپر اٹھ آئے گا وہ اس طول کے مربع کے متناسب ہوگا جو غرق نہیں ہے۔

۱۲۔ کاگ کا ایک ٹکڑا جسکی شکل ایک اسطوانے کی ہے اور جسکی بلندی  $F$  ہے پانی کے ایک برتن کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور افق پر عمود ہے، اگر برتن کو ایک ہوا پمپ کے قابلہ کے اندر رکھ کر ہوا خارج کی جائے تو ثابت کرو کہ کاگ کا  $\frac{1}{2}$  (اض)  $F$  طول اور ڈوب جائے گا جہاں  $k$  اور  $F$  بالترتیب ہوا اور کاگ کی اضافی کثافتیں ہیں۔

۱۳۔ ایک جسم پانی کے اندر تیر رہا ہے، اگر ہوا کی کثافتیں بالترتیب  $k_1$ ،  $k_2$  اور  $k_3$  ہوں تو جسم کے جو جسم پانی کی سطح سے اوپر رہتے ہیں وہ بالترتیب  $H_1$ ،  $H_2$ ،  $H_3$  ہیں، ثابت کرو کہ

$$k_1 - k_2 + \frac{k_2 - k_3}{H_2} + \frac{k_3}{H_3} = 0$$

۱۴۔ دو دھاتوں  $A$  اور  $B$  کی اضافی کثافتیں بالترتیب  $k_1$  اور  $k_2$  ہیں، ان کو ملائے سے ایک بھرت تیار کیا گیا ہے جس کا وزن ہوا میں  $W$  اونس اور پانی میں  $B$  اونس ہے، ثابت کرو کہ بھرت میں  $A$  اور  $B$  کے جموں کو نسبت  $k_1(1 - \frac{W}{B}) - k_2(1 - \frac{W}{B})$



ثابت کیا ہوا ہے ، اس کا ضلع  $AB$  پورا مانع کی سطح سے باہر رہتا ہے ، اگر  $AC$  افق کے ساتھ  $30^\circ$  کا زاویہ بنائے اور مانع کی سطح  $BC$  کی تنصیف کرے تو ثابت کرو کہ ضلع  $ABC$  کی نسبت ضلع  $BC$  کے ساتھ  $2:1$  کے مساوی ہے ۔

۱۹۔ ایک مستطیل پتراجس کے اضلاع کی نسبت  $3:1$  ہے اپنے ایک چھوٹے ضلع کے وسطی نقطہ کے گرد بلا تکلف گھوم سکتا ہے اور اس کا یہ نقطہ مانع کی سطح کے نیچے ثابت کر دیا گیا ہے ۔ پترے کی سطح افق پر عمود ہے اور اس کا ایک قطر مانع کی سطح میں ہے ، پترے اور مانع کی اضافی کٹافوں کا مقابلہ کرو اور ثابت کرو کہ اس ثابت نقطہ پر کا دباؤ پترے کے وزن کا  $\frac{1}{2}$  ہے ۔

۲۰۔ ایک یکسان مربع پترے  $ABCD$  کا ہر ایک ضلع  $5$  انچ ہے ، اس کا ایک کونہ  $A$  پانی کی سطح سے  $4$  انچ نیچے ایک قبضہ کے ذریعہ ثابت کر دیا گیا ہے اور پترا ایک انتصابی سطح مستوی میں بلا تکلف حرکت کر سکتا ہے ، اگر پترا متوازن ہو جبکہ اس کا کونہ  $B$  عین پانی کی سطح میں ہو اور ضلع  $CD$  کا کچھ حصہ پانی کے اندر غرق ہو تو پترے کی کثافت اضافی دریافت کرو ۔

۲۱۔ ایک مستطیل اپنے ایک نقطہ  $A$  کے گرد بلا تکلف حرکت کر سکتا ہے یہ نقطہ ایک مانع کی سطح کے باہر ثابت کر دیا گیا ہے ۔ مستطیل بحالت توازن اس طرح ساکن ہے کہ

اس کا نصف رقبہ مائع کے اندر غرق ہے اور اس کے اضلاع انتصابی سمت کے ساتھ مساوی زاوے بناتے ہیں، ثابت کرو کے مستطیل کی کثافت کی نسبت مائع کی کثافت سے  $۳ \text{ ج} + ۱ \text{ د} : ۴ \text{ ج}$  ہے جہاں  $۱ \text{ د}$  اور  $۳ \text{ ج}$  مستطیل کے اضلاع ہیں اور  $۱ \text{ د} > ۳ \text{ ج}$ ،

۲۲۔ ایک یکساں مستطیل پتھرے  $۱ \text{ ج}$   $۳ \text{ ج}$  کی کثافت اضافی ک ہے اور اس کا ایک کونہ  $۱ \text{ د}$  پانی کی سطح کے نیچے گہرائی  $۳ \text{ ج}$  پر ثابت کر دیا گیا ہے، کونے  $۳ \text{ ج}$  اور  $۳ \text{ ج}$  سطح کے اوپر ہیں اور کونہ  $۱ \text{ د}$  نیچے پتھرے کے گرد بلا تکلف گھوم سکتا ہے۔ اگر  $۱ \text{ د}$   $۳ \text{ ج} = ۲ \text{ ج}$ ،  $۱ \text{ د} = ۲ \text{ ج}$  اور  $۱ \text{ د}$  مائع کی سطح سے زاویہ طہ بنائے جب کہ پتھرے متوازن ہو تو طہ معلوم کرنے کی مساوات دریافت کرو۔

۲۳۔ ایک مربع پتھر جس کی کثافت کم ہے پانی میں اسطرح تیر رہا ہے کہ اس کی سطح افق پر عمود ہے اور اس کا ایک رأس پانی کی سطح سے نیچے ہے، پانی کی کثافت کم ہے، اگر  $۹ \text{ کم} < ۳۲ \text{ کم}$  تو ثابت کرو کہ توازن کی تین حالتیں ہیں اور ان میں سے دو حالتوں میں کوئی قطر انتصابی نہیں ہے۔

۲۴۔ ایک ٹھوس نصف کرہ جو اپنی مستوی سطح کے ایک ثابت افقی قطر کے گرد بلا تکلف گردش کر سکتا ہے ایک ثابت نصف کرہی پیالہ میں خوب بھنس کر آتا ہے۔ پیالہ کی مستوی سطح متوازی الافق ہے اور اس کا مرکز ٹھوس نصف کرہ کے مرکز پر منطبق ہوتا ہے اگر نصف کرہ کسی زاویہ میں سے گھمایا جائے اور تب پیالہ کو ایک

ایسے مائع سے بھرا جائے جس کی کثافت اضافی ٹھوس کی کثافت اضافی سے دگنی ہو تو ثابت کرو کہ ٹھوس نصف کرہ ہمیشہ توازن کی حالت میں رہے گا۔

۲۵۔ ایک ٹھوس اسطوانہ ایک بھاری زنجیر کے ذریعہ انتصاباً لٹک رہا ہے اور اس کا کچھ حصہ پانی کے ایک برتن میں ڈوبا ہوا ہے، زنجیر ایک چکنی چرخی کے اوپر سے گزرتی ہے اور اس کے آزاد سرے والے حصے کا وزن نظام میں توازن پیدا کرتا ہے، اگر اسطوانہ کا قطر مناسب طول کا لیا جائے تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کا توازن تعدیلی ہو گا یعنی یہ نظام متوازن رہے گا خواہ اسطوانہ کا کوئی طول پانی میں غرق ہو۔

۲۶۔ ایک کرے کے اوپر ایک نصف کرہ پیالہ ساکن ہے، کرے کا نصف قطر پیالہ کے نصف قطر سے دو چند ہے، اگر پیالہ میں آہستہ آہستہ پانی ڈالا جائے تو ثابت کرو کہ قائم توازن اس وقت تک بحال رہے گا جب تک کہ پانی کا وزن پیالہ کے وزن کا نصف نہ ہو جائے۔



## باب ششم

اجسام کی اضافی کثافتیں دریافت کرنے کے طریقے

۱۔ اس باب میں ہم مختلف اشیا کی اضافی کثافتیں معلوم کرنے کے طریقوں پر بحث کریں گے۔

کسی شے کی کثافت اضافی بلحاظ پانی کے وہ نسبت ہے جو اس شے کے وزن کو اس کے مساوی الحجم پانی کے وزن کے ساتھ ہو۔

کثافت اضافی دریافت کرنے کے مشہور طریقے آلات مندرجہ ذیل کے استعمال پر مبنی ہیں

(۱) کثافت اضافی معلوم کرنے کی بوتل

(۲) آبی میزان

(۳) مانع پیم

(۴) لائٹلی

ان چاروں طریقوں پر ہم بالترتیب بحث کریں گے۔

۲۔ کثافت اضافی کی بوتل - یہ ایک معمولی بوتل

ہوتی ہے جس کے اندر مانع کی ایک معلوم مقدار آسکتی ہے، یہ

بوتل دو طرح کی ہوتی ہے، پہلی قسم میں بوتل کا منہ کھلا ہوتا ہے

اور اس کی گردن پر ایک نشان لگا ہوا ہوتا ہے، بوتل کو

ہمیشہ ٹھیک اس نشان تک بھرا جاتا ہے، دوسری قسم کی بوتل میں اس کے منہ پر ایک شیشے کی ایک پھنس کر آنے والی ڈاٹ ہوتی ہے جس کے اندر ایک باریک سوراخ ہوتا ہے، جب بوتل کو مائع سے بھر کر ڈاٹ اچھی طرح لگائی جاتی ہے تو زائد مائع اُس چھوٹے سوراخ کے راستہ پچک کر باہر نکل جاتا ہے۔

(۱) کسی مائع مفروضہ کی کثافت اصنافی معلوم کرو۔

فرض کرو کہ خالی بوتل کا وزن (مع ڈاٹ) جبکہ اس کے اندر کی ہوا خارج کر دی گئی ہے وہ ہے جب اسکو پانی سے بھر دیا جاتا ہے اور ڈاٹ لگادی جاتی ہے تو فرض کرو کہ وزن دہ ہوتا ہے

جب اس کو مائع زیر بحث

بھرا جاتا ہے تو فرض کرو کہ

اس کا وزن دہ ہوتا ہے۔

تب دہ = دہ = اتنے پانی کا

وزن جو بوتل کو عین بھرتا ہے

اور دہ = دہ = اتنے مائع کا

وزن جو بوتل کو عین بھرتا ہے۔ چونکہ مائع اور پانی کے مساوی

جموں کے اوزان بالترتیب دہ - دہ اور دہ - دہ ہیں اس لئے

دفعہ ۱۹ کے بموجب

$$\frac{\text{دہ} - \text{دہ}}{\text{دہ} - \text{دہ}} = \text{مائع کی کثافت اصنافی}$$

(۲) ایک ایسے ٹھوس جسم کی کثافت اصنافی معلوم کرو جو پانی میں حل نہیں ہوتا جسم کو توڑ کر اسکے چھوٹے چھوٹے ٹکڑے کر دو جو آسانی



بوتل کے اندر جاسکیں اور فرض کر دو کہ ان ٹکڑوں کا مجموعی وزن وہ ہے، ٹکڑوں کو بوتل کے اندر ڈالو، پھر بوتل کو پانی سے بھر کر اوپر سے ڈاٹ لگا دو اور بوتل کو تولو، فرض کر دو کہ یہ وزن  $W$  ہے، نیز فرض کر دو کہ جب بوتل صرف پانی سے بھری ہوئی ہو تو اس کا وزن  $W_0$  ہوتا ہے۔

تب  $W + W_0 =$  کل جسم کا وزن + پانی سے بھری ہوئی بوتل کا وزن  
 اور  $W =$  کل جسم کا وزن + پانی سے بھری ہوئی بوتل کا وزن  
 - جسم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

لہذا عل تفریق سے

$W - W_0 =$  ہٹائے ہوئے پانی کا وزن  
 اسلئے  $W$  اور  $W_0 - W$  بالترتیب جسم اور پانی کے مساوی جھول  
 کے وزن ہیں۔

پس مطلوبہ کثافت اضافی  $= \frac{W - W_0}{V}$

طریقہ تذکرہ بالا پر عمل کرتے وقت چند امور کا لحاظ رکھنا چاہیئے اور ان کے مطابق نتائج محصلہ میں تصحیح کرنی چاہیئے (۱) پانی کسی خاص تپش پر ہونا چاہیئے بلحاظ سہولت ۱۶ سنتی گریڈ پر مناسب ہوگا۔

(۲) دراصل تولنے کا عمل خلا میں کرنا چاہیئے، کیونکہ جیسا دفعہ ۶۲ میں بتایا جا چکا ہے کہ اگر ہوا کی ان مقداروں میں جن کو باٹ اور جسم جداگانہ ہٹاتے ہیں کوئی اختلاف ہوگا تو یہ اختلاف تجربہ کے نتائج کی عمدگی اور صحت پر اثر ڈالے گا، فی الحقیقت تولنے کا عمل ہوا میں کیا جاتا ہے اور بعد ازاں مناسب تصحیح کر لی جاتی ہے۔

۳۷۔ اگر جسم ایسا ہو جو پانی کے اندر گھل جائے مثلاً شکر تو اسکو ایک ایسے مائع میں تو لٹا چاہیے جس میں یہ گھل نہ سکے اور اس کی کثافتِ اصنافی پہلے بلحاظ اس مائع کے معلوم کر لینی چاہیے، شکر کی صورت میں الکحل کا استعمال نہایت مناسب ہوگا۔ پوٹاسیم پانی کو پھاڑ دیتی ہے اس لئے اسکو نفتہ میں تو لٹا چاہیے۔ دفعہ ماقبل کے طریقِ کتابت کے بموجب

$$\frac{\text{مٹھوس جسم کی کثافتِ اصنافی}}{\text{اُس مائع کی کثافتِ اصنافی}} = \frac{D + W - W}{D}$$

اب اگر اس مائع کی کثافتِ اصنافی بلحاظ پانی کے معلوم ہو تو جسم مذکور کی کثافتِ اصنافی بلحاظ پانی کے معلوم ہو سکتی ہے۔  
۳۸۔ مشق ۱۔ ایک کثافتِ اصنافی کی بوتل کا وزن جب یہ پانی سے بھری ہوئی ہو ۱۰۰۰ گرین ہے، اگر بوتل کے اندر ۳۵۰ گرین وزن کی کوئی پسی ہوئی شے ڈالی جائے تو اس کا وزن ۱۲۵۰ گرین ہو جاتا ہے، سفوف کی کثافتِ اصنافی معلوم کرو۔

یہاں ۱۲۵۰ گرین = ۱۰۰۰ گرین سفوف کا وزن۔ ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

$$\frac{1250 - 1000}{1000} = \frac{\text{شے کا وزن}}{\text{۱۰۰ گرین}} = \frac{250}{1000}$$

$$\frac{250}{1000} = \frac{\text{مطلوبہ کثافتِ اصنافی}}{\text{۳۵۰ گرین}} = \frac{350}{1000}$$

۳۹۔ مشق ۲۔ اگر ہوا کے وزن کو نظر انداز کیا جائے تو کثافتِ اصنافی

کی بوتل سے ایک ٹھوس جسم کی کثافت اضافی ک معلوم ہوتی ہے جس صورت میں ہوا کی کثافت اضافی ع کو بھی ملحوظ رکھا جائے تو ثابت کرو کہ جسم مذکور کی اصلی کثافت اضافی ک - ع (ک - ۱) ہے فرض کرو کہ جسم کی اصلی کثافت اضافی ک ہے اور حجم ح ہے اس پانی کا حجم ہے جو بوتل کے اندر آسکتا ہے، نیز فرض کرو کہ اس شے کی کثافت اضافی جس سے تولنے کے باٹ بنائے گئے ہیں ک ہے اور پانی کے حجم کی اکائی کا وزن حسب معمول د ہے۔

تب چونکہ و، و، اور و ظاہری وزن ہیں جو حسب دفعہ ۷۲ معلوم کئے گئے ہیں اس لئے بوتل کا وزن ہوا میں + پانی کا وزن ہوا میں = و کا وزن ہوا میں

یعنی بموجب دفعہ ۶۳ بوتل کا وزن ہوا میں + ح د (۱ - ع)

$$= و (۱ - \frac{ع}{ک}) \dots (۱)$$

پس بوتل کا وزن ہوا میں + پانی کے (ح - ح) حجم کا وزن ہوا میں + جسم کے ح حجم کا وزن ہوا میں = و کا وزن ہوا میں

یعنی بوتل کا وزن ہوا میں + (ح - ح) د (۱ - ع)

$$+ ح د (ک - ع) = و (۱ - \frac{ع}{ک}) \dots (۲)$$

مسادات (۱) کو مسادات (۲) میں سے تقریق کرنے سے

$$- ح د (۱ - ع) + ح د (ک - ع) = و (و - و) (۱ - \frac{ع}{ک})$$

$$یعنی ح د (ک - ۱) = (و - و) (۱ - \frac{ع}{ک}) \dots (۳)$$

نیز چونکہ جسم کا وزن ہوا میں = و کا وزن ہوا میں

$$: ح د (ک - ع) = و (۱ - \frac{ع}{ک}) \dots (۴)$$

(۳) کو (۴) پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{ک - ۱}{ک - ۷} = \frac{۱ - ۱}{۷ - ۱}$$

اب دفعہ ۷۲ (۲) سے ہمیں معلوم ہے کہ

$$\frac{ک}{(۷ - ۱) + ۷} = \frac{۱}{۷ - ۱}$$

$$\therefore ۷ - ۱ = ۷ - \frac{۱}{ک}$$

$$\therefore \frac{ک - ۱}{ک} = \frac{۱ - ۱}{ک}$$

$$\therefore ک - ک = ک - ک = ک - ک + ۷$$

$$\text{یعنی } ک - ک = ۷ - (ک - ۱)$$

### امثلہ نمبری ۱۷

۱۔ کثافت اضافی کی ایک بوتل کا وزن ۹۵ وے گرین ہے، جب اسکو پانی سے بھرا جائے تو اس کا وزن ۱۸۷ وے گرین ہوتا ہے اور جب ایک دوسرے مائع سے بھرا جائے تو ۱۴۲ وے گرین، مؤخرالذکر مائع کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۲۔ کچھ باٹوں سے کثافت اضافی کی ایک خالی بوتل کا دھڑا کر لیا گیا ہے اگر اس کو پانی سے بھر کر تولا جائے تو ان میں ۹۸۳ گرین کا اضافہ کرنا پڑتا ہے۔ لیکن اگر اس میں پانی کی بجائے ائیکل بھر کر تولا جائے تو صرف ۷۷۳ گرین کا اضافہ کرنا پڑتا ہے، ائیکل کی کثافت

اضافی معلوم کرو۔

۳۔ کثافت اضافی کی ایک بوتل کو جب پانی سے بھر کر تولا جائے تو اس کا وزن ۴۴ گرام ہوتا ہے لیکن جب اس بوتل میں کچھ لوہے کے ٹکڑے جٹکا وزن ہوا میں ۱۰ گرام ہے ڈالے جائیں اور پھر بوتل کو پانی سے بھر کر تولا جائے تو مجموعی وزن ۵۲.۷ گرام ہوتا ہے لوہے کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۴۔ کثافت اضافی کی ایک بوتل کا وزن جو پوری پانی سے بھری ہوئی ہے ۳۸.۳ گرام ہے، جب اس میں کسی ٹھوس شے کے ۲۲.۳ گرام ڈال کر اسکو تولا جاتا ہے تو کل وزن ۴۹.۸ گرام ہوتا ہے، ٹھوس شے کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۵۔ اگر کثافت اضافی کی ایک بوتل کو پانی سے پورا بھر کر تولا جائے تو اس کا وزن ۲۱۲ گرین ہوتا ہے، جب اس میں دھات کے ۵۰ گرین ڈال دئے جائیں اور زائد پانی کو نکل جانے دیا جائے تو اس کا وزن ۲۵۴ گرین ہوتا ہے، دھات کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۶۔ اگر ہوا کے اثر کو نظر انداز کر کے کسی مائع کی ظاہری کثافت اضافی کثافت اضافی کی بوتل کے ذریعہ معلوم کی جائے تو ثابت کرو کہ اصلی کثافت اضافی دریافت کرنے کے لئے اُسی تصحیح کی ضرورت ہوگی جو دفعہ ۴، مشق (۲) میں کی گئی ہے۔

۵۔ آبِ میزان - یہ ایک معمولی ترازو ہوتی ہے فرق صرف اس قدر ہے کہ اس کے ایک پلڑے کی سیخیں جن سے پلڑا لٹکا ہوتا ہے دوسرے پلڑے کی سیخوں کی نسبت چھوٹی ہوتی ہیں۔

اس وجہ سے اس میزان کا ایک پلڑا دوسرے پلڑے کی نسبت اونچا رہتا ہے، اس اونچے پلڑے کے نیچے ایک کائنٹا لگا ہوتا ہے جس کے ساتھ کوئی شے باندھ دی جاسکتی ہے۔  
(۱) ایک ایسے جسم کی کثافت اصفانی معلوم کرو جو پانی میں ڈوبا جاتا ہے۔

فرض کرو کہ حسب معمول ہوا میں تو لٹنے سے جسم کا وزن و ہے، اب جسم کو ایک مضبوط ڈوری سے اُس کاسٹے کے ساتھ لٹکا دو جو اونچے پلڑے کے پینڈے میں لگا ہوا ہے اور جسم کو پانی کے ایک برتن کے اندر اس طرح بلا تکلف لٹکنے دو کہ جسم پانی کے اندر پورا ڈوبا رہے، تب دوسرے پلڑے میں یاٹ رکھتے جاؤ حتیٰ کہ میزان کی ڈنڈی پھر افق کے متوازی ہو جائے، خیال رہے کہ جسم پانی کے اندر پورا ڈوبا رہے۔

فرض کرو کہ ان باٹوں کے وزنوں کا مجموعہ و ہے۔

تب و = جسم کا ظاہری وزن پانی میں = جسم کا اصلی وزن  
- ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

= د - ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

= و - و = ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

نیز چونکہ جسم کا وزن و ہے اس لئے مطلوبہ کثافت اصفانی

=  $\frac{D}{V}$   
اگر وہ مائع جو استعمال کیا گیا ہے پانی نہ ہو بلکہ کوئی اور  
سیال ہو تو

$$\frac{\text{جسم کی کثافت اضافی}}{\text{و-و}} = \frac{\text{اس مائع کی کثافت اضافی}}{\text{و-و}}$$

اس سے ثابت ہوا کہ جسم اور مائع مستعملہ کی اضافی کثافتوں کی نسبت وہی ہوتی ہے جو جسم کے اصلی وزن کو اس کمی کے ساتھ ہو جو مائع مفروض کے اندر جسم کو توڑنے سے اسکے اصلی وزن میں واقع ہوتی ہے۔

(۲) ایک ایسے جسم کی کثافت اضافی معلوم کرو جو پانی میں تیرتا ہے۔

اس صورت میں جسم مذکور کو کسی ایسے جسم کے ساتھ بانڈھ دینا چاہیے کہ دونوں ملکر پانی کے اندر ڈوب جائیں، موزن الیکٹرک جسم کو لنگر کہتے ہیں۔

فرض کرو کہ اکیلے جسم کا وزن و ہے اور لنگر کا وزن و ہے نیز جسم اور لنگر کا مجموعی وزن پانی کے اندر تولنے سے و ہے اور اکیلے لنگر کا وزن پانی میں تولنے سے و ہے۔

تب و = لنگر اور جسم دونوں کا اصلی وزن۔ لنگر اور جسم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن .... (صفحہ ۶۲)

= و + و - جسم اور لنگر دونوں کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

اسلئے و + و - لنگر اور جسم دونوں کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن ..... (۱)

یعنی و - و = محض لنگر کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن .... (۲)

لہذا تفریق کرنے سے

و- ۱ + ۱ = مخص جسم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

نیز چونکہ جسم کا اصلی وزن = و

اس لئے جسم کی مطلوبہ کثافت اضافی =  $\frac{و}{و-۱+۱}$

[نوٹ - یاد رہے کہ اس جواب میں و شامل نہیں ہے جو لنگر کا وزن ہے پس علی تجربہ میں اس کے معلوم کرنے کی کوئی ضرورت نہیں]

(۳) ایک دئے ہوئے مانع کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

ایک ایسا جسم لوجوئے ہوئے مانع اور پانی دونوں میں حل نہ ہوتا ہو اور فرض کرو کہ اس کا اصلی وزن و ہے۔

جب اس کو حسب معمول آبی میزان کے چھوٹے پڑے سے لٹا کر پانی کے اندر تو لا جائے تو فرض کرو کہ اس کا ظاہری وزن و ہے پانی کی بجائے دئے ہوئے مانع کے اندر اسی طرح تولنے سے فرض کرو کہ اس کا ظاہری وزن و ہے۔

تب و = جسم کا وزن - ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

اور و = جسم کا وزن - ہٹائے ہوئے مانع کا وزن

اس لئے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن = و- و

اور ہٹائے ہوئے مانع کا وزن = و- و

اس لئے و- و اور و- و بالترتیب مانع زیر بحث اور پانی کے مساوی محبوں کے وزن ہیں۔

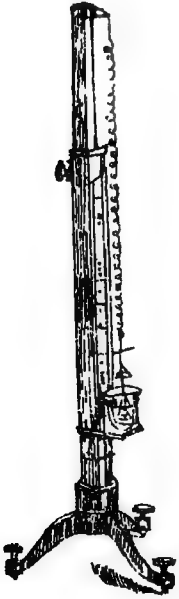
∴  $\frac{و-و}{و-و} =$  مطلوبہ کثافت اضافی



## ۷۔ جولی کی میزان

ہمیزان ایک لمبی پیچدار کمائی پر مشتمل ہوتی ہے جسکے نیچے کے سرے کے ساتھ ایک دوسرے کے اوپر دو پلڑے لگے ہوتے ہیں اس کو اس طرح رکھا جاتا ہے کہ نیچے کا پلڑا پانی کے اندر ڈوبا رہتا ہے، کمائی کے بالمقابل ایک لمبی درجہ بندی کی ہوئی پٹری لگی ہوتی ہے، اس ترازو کا استعمال اس طرح کرتے ہیں، اس جسم کو جسکی کثافت انسانی معلوم کرنا مقصود ہوتا ہے اوپر کے پلڑے میں رکھتے ہیں اور جس درجہ تک کمائی کھینچ جاتی ہے اس کو مقابل کی پٹری پر دیکھ لیتے ہیں۔ تب جسم کی بجائے بات رکھ کر دیکھتے ہیں کہ مذکورہ بالا درجہ تک کھینچاؤ پیدا کرنے کے لئے کتنے وزن کی ضرورت ہوتی ہے، اس طرح سے جسم کا

وزن معلوم ہو جاتا ہے، بعد ازاں جسم کو پانی کے اندر نیچے کے پلڑے میں رکھ دیتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ کمائی اوپر اٹھ جائیگی اور اس کو کھینچاؤ کے اُسی درجہ پر لانے کے لئے اوپر کے پلڑے میں مزید وزن رکھنے کی ضرورت پڑے گی، جو مزید وزن اس طرح سے رکھنا پڑیگا وہ صریحاً جسم کے وزن کی اُس کمی کو ظاہر کرے گا جو جسم مذکور کو پانی کے اندر توڑنے سے اسکے اصلی وزن میں واقع ہوتی ہے یعنی بالفاظ دیگر یہ وزن ہٹائے ہوئے پانی کے وزن کو ظاہر کریگا



اب ہمیں جسم کا اصلی وزن اور ہٹائے ہوئے پانی کا وزن دونوں معلوم ہو گئے جن سے کثافت اضافی معلوم ہو سکتی ہے۔  
 ۷۷ مشق ۱۔ تانے کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۹۰۰۰ گرام ہے، جب اس کو پانی کے اندر تو لایا جاتا ہے تو اس کا وزن ۵۷۷۷ گرام رہ جاتا ہے، اس کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

یہاں ۷۷۷۷ گرام = ۹۰۰۰ گرام۔ اس پانی کا وزن جس کو تانا ہٹا دیتا ہے

۷۷ ہٹائے ہوئے پانی کا وزن = ۱۰۱۲۵۵ گرام

۷۷ کثافت اضافی مطلوبہ =  $\frac{9000}{101255} = 88$

۷۷ مشق ۲۔ کاگ کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۳۰ گرام ہے، جب اس کے ساتھ سیسے کا ایک ٹکڑا باندھ کر دونوں کو پانی میں تو لایا جاتا ہے تو مجموعی وزن ۶ گرام ہوتا ہے، اگر سیسے کا وزن پانی کے اندر ۹۶ گرام ہو تو کاگ کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

اگر سیسے کا وزن ہوا میں ۷ ہو تو اس پانی کا وزن جس کو کاگ اور سیسہ دونوں ہٹاتے ہیں = ۷ + ۳۰۔ ان کا مجموعی وزن پانی میں

$$۷۳ + ۷ = ۶ - ۳۰ =$$

پس سیسہ کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

$$= ۹۶ - ۷ =$$

اس لئے مخف کاگ کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن =  $(۷۳ + ۷)$

$$- (۷۰ - ۹۶) = ۱۲۰، اس لئے کاگ کی کثافت اضافی =  $\frac{30}{120} = \frac{1}{4}$$$

مشق ۳۔ پلائی نم کے ایک گولے کا وزن ہوا میں ۲۰.۵۸۶ اونس ہے، پانی میں ۱۹.۵۸۶ اور گندھک کے تیزاب میں ۱۹.۵۳۶، پلائی نم اور گندھک کے تیزاب کی اصنافی کثافتیں معلوم کرو۔

پلائی نم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن = ۲۰.۵۸۶ - ۱۹.۵۸۶ = ۱ اونس  
پلائی نم کے ہٹائے ہوئے تیزاب کا وزن

$$۱۹.۵۳۶ - ۱۹.۵۸۶ = ۱۵۵ \text{ اونس}$$

$$\text{اس لئے پلائی نم کی اصنافی کثافت} = \frac{۲۰.۵۸۶ \text{ اونس}}{۱ \text{ اونس}} = ۲۰.۵۸۶$$

$$\text{اور گندھک کے تیزاب کی اصنافی کثافت} = \frac{۱۵۵ \text{ اونس}}{۱ \text{ اونس}} = ۱۵۵$$

۸۔ اگر وہ جسم جسکی کثافت اصنافی معلوم کرنا مقصود ہے پانی میں گھل جانے والا ہو جیسے شکر یا پانی کو جذب کرنے والا ہو تو اس کے اوپر موم کی تہ چڑھائی جاسکتی ہے۔

مشق ۴۔ ۶۸ گرام شکر کے اوپر ۱۱ گرام موم کی تہ چڑھائی گئی ہے موم کی کثافت اصنافی ۸۸ ہے، اگر دونوں کا مجموعی وزن پانی میں  $\frac{1}{4}$  گرام ہو تو شکر کی کثافت اصنافی معلوم کرو۔

اُس پانی کا وزن جسکو شکر اور موم دونوں ہٹاتے ہیں

$$= ۶۸ + ۱۱ - ۲۶ \frac{1}{4} = ۵۲ \frac{1}{4} \text{ گرام}$$

اور صرف موم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

$$= \frac{۱}{۸۸} \times ۱۱ \text{ گرام} = ۱۲ \frac{1}{4} \text{ گرام}$$

اس پانی کا وزن جسکو صرف شکر ہٹاتی ہے

$$= \frac{1}{4} \times 52 - \frac{1}{4} \times 12 = 30 \text{ گرام}$$

∴ شکر کی کثافت اضافی =  $\frac{98}{4} = 24.5$

## امثلہ نمبری ۱۸

[امثلہ ۱ تا ۱۷ میں ہوا کی کثافت اضافی کو نظر انداز کیا گیا ہے]

۱۔ اگر ایک جسم کا وزن ہوا میں ۷۳۲ گرام ہو اور پانی میں ۲۵۲ گرام تو اس کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۲۔ سربی شیشے کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۲۰۰ اونس ہے اور پانی میں ۱۰۶ اونس، اس کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۳۔ نیلے تھو تھے کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۳ اونس ہے اور تارپین کے تیل میں ۱۷۸۶ اونس، اگر تارپین کے تیل کی کثافت اضافی ۸۸ ہے تو نیلے تھو تھے کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۴۔ پوٹاسیم پانی کو بھاڑ دیتی ہے، اس کی کثافت اضافی معلوم کرنے کے لئے اس کے ایک ٹکڑے کو جس کا وزن ہوا میں ۵۳۳۵ گرام ہے نفعہ کے اندر تو لا گیا ہے نفعہ میں اس کا وزن ۹ گرام ہے، اگر نفعہ کی کثافت اضافی ۸۴۷ ہے تو پوٹاسیم کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۵۔ سیسے کے ایک ٹکڑے کا وزن پانی میں ۳۰ گرین ہے، اسکو کلڑی کے ایک ٹکڑے کے ساتھ باندھا گیا ہے جس کا وزن ہوا میں ۲۰ گرین ہے، دونوں کا وزن پانی میں ۲۰ گرین ہے، کلڑی کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۶۔ ایک ٹھوس جسم کا وزن جو پانی میں تیر سکتا ہے ۴ پونڈ ہے، اس کے ساتھ ایک وزنی دہات باندھ کر دونوں کو پانی میں تو لا گیا ہے اور ان دونوں کا وزن ۶ پونڈ ہے، صرف دہات کا وزن پانی میں ۸ پونڈ ہے، ٹھوس جسم کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۷۔ ایک جسم کے ساتھ جسکا وزن ۳۰۰ گرام ہے اور کثافت اضافی ۵ ہے ایک دوسرا جسم باندھ کر دونوں کو اکٹھا پانی میں تو لا گیا ہے اور یہ وزن ۲۰۰ گرام ہوتا ہے، اگر ساتھ بندھے ہوئے جسم کا وزن ۲۰۰ گرام ہو تو اس کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۸۔ شیشے کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۴ گرام ہے پانی میں ۲۲ گرام اٹکل میں ۲۵.۸ گرام، اٹکل کی کثافت اضافی دریافت کرو۔  
۹۔ سیسے کی ایک گولی کا وزن ہوا میں ۹ - ۱۵ اونس ہے اور زیتون کے تیل میں ایک اونس، اگر سیسے کی کثافت اضافی ۱۱.۸ ہو تو زیتون کے تیل کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۰۔ شیشے کے ایک گیند کا وزن ہوا میں ۶۷.۵۸ گرام ہے، پانی میں ۴۶.۵۸ گرام اور گندھک کے تیزاب میں ۲۹.۷۶ گرام تیزاب کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۱۔ شکر کے ایک ڈھیلے کا وزن ۴۰ گرام ہے، اس کے گرد ۵.۷۶ گرام موم کی تہ چڑھائی گئی ہے جس کی کثافت اضافی ۱.۹۶ ہے، اگر موم اور شکر دونوں کا مجموعی وزن پانی میں ۱۴.۷۶ گرام ہو تو شکر کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۲۔ تاجے کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۷۲ گرام ہے اس کے

ادپریموم کی تہ چڑھائی گئی ہے جس کا وزن ۱۸ گرام ہے اور جس کی کثافت اضافی ۹ ہے، اگر دونوں کا مجموعی وزن پانی میں ۶۲ گرام ہو تو تانے کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۳۔ سنگ مرمر کے ایک ٹکڑے کی کثافت اضافی ۲.۸ ہے، اس کا وزن پانی میں ۹۲ گرام ہے اور تارپین کے تیل میں ۵.۸ گرام، تیل کی کثافت اضافی اور سنگ مرمر کے ٹکڑے کا حجم دریافت کرو۔

۱۴۔ ایک جسم دو حالتوں میں تو لایا گیا ہے، ایک مائع کی کثافت اضافی ۸ ہے اور دوسرے کی ۲، دونوں حالتوں میں جسم کے ظاہری وزن بالترتیب ۱۸ گرام اور ۱۲ گرام ہیں، جسم کا اصلی وزن اور کثافت اضافی دریافت کرو۔

۱۵۔ ایک جسم کو خلا میں تو لے کر اس کا وزن معلوم کیا گیا ہے اور پھر ایک لنگر کو پانی میں تو لے کر معلوم ہوتا ہے کہ لنگر کا یہ وزن جسم کے اس وزن کا ۵ گنا ہے، نیز لنگر اور جسم دونوں کا مجموعی ظاہری وزن پانی میں جسم کے اسی وزن کا ۴ گنا ہے، جسم مذکور کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۶۔ ایک جسم کو ہوا اور پانی دونوں میں تو لایا گیا ہے، ہوائی وزن آبی وزن کا ۴ گنا ہے، جب اس کو کسی دوسرے سیال میں تو لایا جاتا ہے تو جسم کا ظاہری وزن جو اس سیال میں ہے وہ آبی وزن کے ۳ کے مساوی ہے، دوسرے سیال کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۷۔ کہا جاتا ہے کہ انگلستان کے شاہان سٹوارٹ کا تاج جو سترہویں صدی عیسوی میں توڑ دیا گیا خالص سونے کا بنا ہوا تھا۔ اس کی

کثافتِ اضافی ۱۹.۲ تھی اور وزن  $\frac{1}{4}$  ے پونڈ، دریافت کرو کہ اس کا پانی میں کیا وزن ہوگا۔

اگر اس میں چاندی رکثافتِ اضافی = ۱۰.۵ کی آمیزش ہوتی اور اس کا وزن پانی میں  $\frac{1}{4}$  ے پونڈ ہوتا تو بتاؤ اس میں ہر دہات کی کیا کیا مقدار ہوتی۔

۱۸۔ ایک جسم کی کثافتِ اضافی آبی میزان کے ذریعہ ک نکلتی ہے جبکہ تجربہ ہوا میں کیا جائے اور ہوا کے اثر کو نظر انداز کیا جائے۔ ثابت کرو کہ محصلہ کثافتِ اضافی اصلی کثافتِ اضافی سے بقدر  $\epsilon$  (ک-۱) بڑی ہے جہاں  $\epsilon$  ہوا کی کثافتِ اضافی کو تعبیر کرتا ہے۔

### ۷۹۔ مانع پیا

مانع پیا ایک آلہ ہوتا ہے جسکو کسی مانع کے اندر تیرانے سے مانع مذکور کی کثافتِ اضافی معلوم ہو سکتی ہے، مانع پیا کئی طرح کا ہوتا ہے لیکن یہاں ہم صرف دو قسموں کا ذکر کریں گے۔

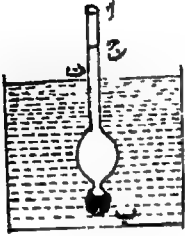
(۱) معمولی مانع پیا اور (۲) نکلس کا مانع پیا

۸۰۔ معمولی مانع پیا۔ اس آلہ میں شیٹے کی ایک ڈنڈی ہوتی ہے جس کے ایک سرے پر ایک یا دو جوف ہوتے ہیں، نیچے کے جوف میں پارہ بھرا ہوتا ہے جسکی وجہ سے تیرتے وقت مانع پیا کی ڈنڈی انتصابی سمت میں کھڑی رہتی ہے۔

کسی مانع مفروضہ کی کثافتِ اضافی معلوم کرو۔

مانع مفروضہ میں مانع پیا کو ڈال دو اور فرض کرو کہ یہ آلہ نقطہ ن تک مانع کی سطح کے اندر ڈوب جاتا ہے، جب اس کو پانی

میں ڈبو یا جاتا ہے تو فرض کرو کہ یہ پانی کے اندر نقطہ ج تک ڈوب جاتا ہے۔



فرض کرو کہ مائع پیمائش کا کل حجم  $H$  ہے اور ڈنڈی کی عمودی ترشح کا رقبہ  $A$  ہے جو ڈنڈی کے کل طول پر یکساں ہے۔

جب مائع پیمائش کو پہلے مائع کے اندر ڈالا جاتا ہے تو ڈنڈی کے اس حصہ کا طول جو مائع کے باہر رہتا ہے  $A \times 1$  ہے اور حجم  $A \times 1 \times 1$  ہے، پس جو حجم دئے ہوئے مائع کے اندر غرق ہے وہ  $H - A \times 1$  ہے۔

اسی طرح سے جب اسکو پانی میں رکھا جاتا ہے تو غرق شدہ حجم  $H - A \times 2$  ہے۔

دونوں صورتوں میں ہٹائے ہوئے مائع کے وزن مائع پیمائش کے وزن کے مساوی ہیں، یعنی دو حالتوں میں ہٹائے ہوئے مائع کے اوزان باہم مساوی ہیں۔

اسلئے اگر مائع زیر غور کی کثافت اضافی  $\rho$  ہو تو

$$(H - A \times 1) \times \rho = (H - A \times 2) \times \rho$$

$$\therefore \rho = \frac{H - A \times 1}{H - A \times 2}$$

بازار میں جو معمولی مائع پیمائش فروخت ہوتے ہیں ان کی ڈنڈیوں پر



بالعموم درجے لگے ہوتے ہیں اور ہر نشان کے مقابل اُس مائع کی کثافت اضافی لکھی ہوتی ہے جس کے اندر مائع پیم اُس خاص نشان تک ڈوب جاتا ہے۔

اگر ہم ایک ایسا مائع پیم بنانا چاہیں جس سے ہر قسم کے مائع کی کثافت اضافی دریافت ہو سکے تو اس کی ڈنڈی غیر معمولی طور پر لمبی رکھنی پڑے گی اس دشواری کے خیال سے مائع پیم تین طرح کے بنائے جاتے ہیں ایک وہ جو بالخصوص پانی سے بہت ہلکے مائعات کی اضافی کثافت معلوم کرنے کے لئے موزون ہوتے ہیں دوسرے وہ جو درمیانی مائعات کے لئے موزون ہیں اور تیسرے وہ جو بہت بھاری مائعات کی کثافت اضافی دریافت کرنے میں کام آتے ہیں۔

۸۱ - فرض کرو کہ مائع پیم کی ڈنڈی (ممدودہ بشرط ضرورت) پر و ایک ایسا نقطہ ہے کہ ڈنڈی کے طول ۱ و کا حجم ح ہے جہاں ح مائع پیم کا کل حجم ہے۔

$$\text{اسلئے } ح = ۱ \times ۱ \text{ و}$$

تب دفعہ ماقبل کے نتیجہ کی رو سے

$$\text{ض} = \frac{ح - ۱ \times ۱ \text{ و}}{ح - ۱ \times ۱ \text{ و}}$$

$$= \frac{۱ \times ۱ \text{ و} - ۱ \times ۱ \text{ و}}{۱ \times ۱ \text{ و} - ۱ \times ۱ \text{ و}}$$

$$= \frac{\text{وج}}{\text{ون}}$$

۱  
ج  
ن  
و

### • دن = وج

اس لئے نظری طور پر مانع پیا کی درجہ بندی یوں ہو سکتی ہے، فرض کرو کہ ج وہ نقطہ ہے جہاں تک مانع پیا پانی میں تیرتا ہے اور ڈنڈی پر یا ممدودہ ڈنڈی پر ایک نقطہ وایسا ہے کہ ڈنڈی کے طول وج کا حجم پانی کے افس حجم کے مساوی ہے جس کو مانع پیا پانی میں تیرتے وقت ہٹاتا ہے، تب کسی معلوم کثافت اضافی ض کے نشان کا مقام ن ذیل کی مساوات سے معلوم ہو سکتا ہے

### • دن = وج

اس مساوات پر غور کرتے سے فوراً معلوم ہو جاتا ہے کہ اگر اضافی کثافتیں سلسلہ حسابیہ میں ہوں تو دن فاصلے سلسلہ موسیقیہ میں ہونگے اور برعکس اس کے اگر فاصلے دن سلسلہ حسابیہ میں ہوں تو اضافی کثافتیں سلسلہ موسیقیہ میں ہونگی۔

پس درجہ بندی کے لحاظ سے معمولی مانع پیا دو طرح کے ہوتے ہیں (۱) ٹوڈل کا مانع پیا جو انگلستان میں زیادہ استعمال ہوتا ہے اس میں فاصلے دن کی قیمتیں سلسلہ حسابیہ کے موافق صعود کرتی ہیں، (مثلاً ۱، ۱.۲۵، ۱.۵، ۱.۷۵، ۲.۰، ..... ) اور ان کے جواب میں فاصلے دن کی قیمتیں سلسلہ موسیقیہ میں نزول کرتی ہیں، اس طرح سے درجہ بندی کے نشانات جوں جوں ڈنڈی پر نیچے آتے جائیں گے ان کا باہمی فاصلہ کم ہوتا جائیگا۔

(۲) بوسے کا مانع پیا جسکا استعمال یورپ کے دیگر ممالک میں

کیا جاتا ہے، اس میں دن کی قیمتیں سلسلہ حسابیہ میں ہوتی ہیں اس لئے درجہ بندی کے نشانات کے باہمی فاصلے برابر ہوتے ہیں اور ان کے متعلقہ ض کی قیمتیں سلسلہ موسیقیہ میں ہوتی ہیں۔

۸۲۔ مشق ۱۔ ایک معمولی مائع پیا کا کل حجم ۶ مکعب اینچ ہے اور اس کی ڈنڈی کی تراش مربع شکل کی ہے جس کا عرض  $\frac{1}{8}$  اینچ ہے، یہ مائع پیا ایک مائع میں تیرتے وقت ۲ اینچ سطح سے باہر رہتا ہے اور دوسرے مائع میں تیرتے وقت ۴ اینچ، دونوں مائعات کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ کرو۔ پہلے مائع میں غرق شدہ حجم  $6 - 2 \times \frac{1}{8} = \frac{19}{8}$  مکعب اینچ دوسرے مائع میں غرق شدہ حجم  $4 - 2 \times \frac{1}{8} = \frac{19}{4}$  مکعب اینچ اس لئے اگر مائعات کی اضافی کثافتیں بالترتیب ض<sub>۱</sub> اور ض<sub>۲</sub> ہوں

$$\begin{aligned} \text{تو } \frac{19}{8} \text{ ض}_1 &= \frac{19}{4} \text{ ض}_2 \\ \therefore \frac{\text{ض}_1}{\text{ض}_2} &= \frac{19}{19} \end{aligned}$$

مشق ۲۔ ایک معمولی مائع پیا کی ڈنڈی اسطوانہ کی شکل کی ہے اور درجہ بندی کا سب سے اوپر کا نشان کثافت اضافی اکو ظاہر کرتا ہے اور سب سے نیچے کا نشان ۲ اکو، بتاؤ کہ جو نشان ان دونوں کے عین درمیان میں ہوگا وہ کس کثافت اضافی کو تعبیر کریگا۔

دفعہ ۸۱ کے حروف اور علامات استعمال کرنے سے فرض کرو کہ اگر مائع کی کثافت اضافی ۱ ہو تو نقطہ ج مائع کی سطح میں ہوتا ہے اور اگر کثافت اضافی ۲ ہو تو نقطہ ن سطح میں ہوتا ہے۔

$$\text{یعنی } \frac{\text{وج}}{۱۵۲} = \text{ون} \quad \text{----- (۱)}$$

فرض کرو کہ ج ن کا نقطہ تنصیف ن ہے اور اس کے متعلقہ کثافت اضافی ک ہے

$$\text{اس لئے } \frac{\text{وج}}{ک} = \text{ون} \quad \text{----- (۲)}$$

$$\therefore \frac{\text{وج}}{ک} = \text{ون} = \frac{۱}{۴} (\text{وج} + \text{ون})$$

$$= \frac{۱}{۴} \left[ \frac{\text{وج}}{۱۵۲} + \text{وج} \right]$$

$$\therefore \frac{۱۱}{۴} = \frac{۵}{۴} + ۱ = \frac{۲}{ک}$$

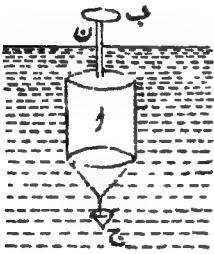
$$\text{یعنی } ک = \frac{۱۲}{۱۱} = ۱.۰۹$$

یہ امر قابل غور ہے کہ یہ جواب ۱ اور ۱.۰۹ کے ٹھیک درمیان میں نہیں ہے پس زیادہ عام طور پر اگر مائع پیا کے دو درجوں کی متعلقہ اضافی کثافتیں بالترتیب ض<sub>۱</sub> اور ض<sub>۲</sub> ہوں تو ان درجوں کے عین درمیانی نشان کی متعلقہ کثافت اضافی ض<sub>۱۰</sub> سادات ذیل سے حاصل ہوگی

$$\frac{۱}{ض_۱} + \frac{۱}{ض_۲} = \frac{۲}{ض_۱۰}$$

۳۴۔ نگلن سکالے پیا۔ اس آلہ میں دہات کا ایک مجوف برتن ۱ ہوتا ہے جس کے اوپر ایک پتلی ڈنڈی کے ذریعہ ایک چھوٹا پلڑا ب لگا ہوتا ہے، اس پلڑے میں باٹ رکھے جاسکتے ہیں، مائع کے نچلے سرے پر ایک چھوٹی وزن دار پیالی یا ٹوبلی ہوتی ہے جس کو اس قدر بوجھل

بنایا جاتا ہے کہ تیرتے وقت آلہ کا توازن قائم رہتا ہے۔  
یہ آلہ دو مائع کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ کرنے اور نیز  
کسی ٹھوس جسم کی کثافت اضافی معلوم کرنے میں کام آتا ہے۔  
اس کی ڈنڈی پر ایک نمایاں نشان ن لگا ہوتا ہے، آلہ کے  
استعمال کا طریقہ یہ ہے کہ اس کے اوپر کے پلڑے میں اتنا  
وزن رکھتے ہیں جس سے کہ یہ نشان ان دو مائع کی سطح  
میں آجائے جن کی اضافی کثافتوں



کا مقابلہ کرنا مقصود ہوتا ہے۔  
۱۔ کسی مائع کی کثافت اضافی معلوم کرو۔  
فرض کرو کہ آلہ کا وزن

و ہے اور وہ وزن جو آلہ کو  
دئے ہوئے مائع میں نقطہ ن  
تک ڈوبنے کے لئے پلڑے

میں رکھنا پڑتا ہے و ہے، اسی طرح سے وہ وزن جو آلہ کو  
نقطہ ن تک پانی میں ڈبو سکتا ہے و ہے۔

دفعہ ۵ کی رو سے ظاہر ہے کہ صورت اول میں و + و  
آلہ کے ہٹائے ہوئے مائع کا وزن ہے۔

اسی طرح سے و + و آلہ کے ہٹائے ہوئے پانی کے  
وزن کے مساوی ہے، لہذا دئے ہوئے مائع اور پانی کے مساوی  
حجموں کے وزن بالترتیب و + و اور و + و ہیں۔

$$\frac{و + و}{و + و} = \text{نسبہ کثافت اضافی}$$

(۲) ایک ٹھوس جسم کی کثافت اضافی دریافت کرو۔  
فرض کرو کہ آلہ کو نقطہ ن تک مائع میں ڈبونے کے لئے پلڑے  
ب میں وزن د رکھنا پڑتا ہے، اب اس وزن کو ہٹا کر پلڑے  
میں یہ ٹھوس جسم رکھ دو اور فرض کرو کہ آلہ کو ن تک  
ڈبونے کے لئے اس جسم کے علاوہ مزید وزن د کی ضرورت  
ہوتی ہے۔

تب صریحاً ٹھوس جسم کا وزن = د - د  
اب جسم کو پیالی ج میں پانی کے اندر رکھو اور فرض کرو کہ آلہ  
کو نقطہ ن تک ڈبونے کے لئے پلڑے ب میں د وزن  
رکھنا پڑتا ہے۔

ظاہر ہے کہ وزن د اور جسم کا وزن پانی کے باہر دونوں ملکر د ہی اثر  
پیدا کرتے ہیں جو جسم کا وزن پانی کے اندر اور وزن د ملکر  
پیدا کرتے ہیں۔

∴ ٹھوس جسم کا وزن + د = جسم کا وزن پانی میں + د  
∴ د - د = جسم کا وزن - جسم کا وزن پانی میں  
= جسم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن [دفعہ ۶۲]

نیز د - د = جسم کا وزن  
اس لئے مطلوبہ کثافت اضافی =  $\frac{د - د}{د}$   
غور کرنے سے معلوم ہو گا کہ نکلسن کے مائع پیم کے ہٹائے ہوئے  
مائع کا حجم مستقل ہوتا ہے اور معمولی مائع پیمائے ہٹائے ہوئے  
مائع کا وزن مستقل ہوتا ہے۔

۸۴۔ مشق پچاس کے مالع پیا کو پانی میں معین نشان تک ڈبوانے کے لئے ایک اوپر کے پلڑے میں ۲۰۰ گرین رکھتے پڑتے ہیں، جب اس کے اوپر کے پلڑے میں پتھر کا ایک ٹکڑا رکھ دیا جاتا ہے تو اس کو نشان معینہ تک ڈبوانے کے لئے مزید ۸۰ گرین کی ضرورت ہوتی ہے۔ اگر پتھر کے ٹکڑے کو نیچے کی پیالی میں رکھا جائے تو ۱۲۸ گرین درکار ہوتے ہیں، پتھر کی کثافت اصنافی معلوم کرو۔

اگر مالع پیا کا وزن ۱۲۸ گرین ہو تو ہٹائے ہوئے مالع کا وزن مساوی

$$(۱) \quad ۲۰۰ + ۹$$

$$(۲) \quad ۸۰ + ۹ + \text{پتھر کا وزن}$$

$$(۳) \quad ۱۲۸ + ۹ + \text{پتھر کا وزن پانی میں}$$

$$\therefore ۲۰۰ + ۹ = ۸۰ + ۹ + \text{پتھر کا وزن}$$

$$= ۱۲۸ + ۹ + \text{پتھر کا وزن پانی میں}$$

$$\therefore ۱۲۰ = \text{پتھر کا وزن} \quad (۱)$$

$$= ۷۲ = \text{پتھر کا وزن پانی میں}$$

$$= ۱۲۰ - \text{پتھر کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن} \quad (۲)$$

$$\therefore \text{مطلوبہ کثافت اصنافی} = \frac{\text{پتھر کا وزن}}{\text{پتھر کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن}} = \frac{۷۲}{۱۲۰ - ۱۲۰} = \frac{۷۲}{۰} = \frac{۱۲۰}{۳۸} = ۲.۵$$

۱۹۔ مسئلہ نمبری

۱۔ ایک معمولی مالع پیا کا وزن ۲ اونس ہے، اس کی درجہ بندی ۱ سے ۱۵۲

تک کی اضافی کثافتوں کے لئے کی گئی ہے آلہ کے اُن حصوں کے حجم مکعب انچوں میں دریافت کرو جو بالترتیب نشانات ۱، ۱۰۱ اور ۱۰۲ کے نیچے ہیں۔

۲۔ ایک معمولی مائع پیمائش کو جب پانی کے اندر چھوڑا جاتا ہے تو اس کے حجم کا  $\frac{9}{10}$  ڈوب رہتا ہے اور جب اس کو دودھ میں چھوڑا جاتا ہے تو اس کے حجم کا  $\frac{9}{10}$  ڈوب رہتا ہے، دودھ کی کثافت اضافی دریافت کرو۔  
۳۔ ایک مائع پیمائش کو جب ایک ایسے سیال کے اندر چھوڑا جاتا ہے جس کی کثافت اضافی ۲۰ ہے تو اس کی ڈنڈی ۴ انچ مائع کے باہر رہتی ہے، اور ۱۰ کثافت اضافی کے ایک دوسرے مائع میں ۸ انچ بتاؤ کہ ایک ایسے مائع میں جس کی کثافت اضافی ۳۰ ہے وہاں اس کی ڈنڈی مائع سے کتنی باہر رہے گی۔

۴۔ ایک مائع پیمائش کی درجہ بندی کا سب سے سچا نشان ۶۰ کثافت اضافی کو تعبیر کرتا ہے، اگر سب سے اوپر کے نشان اور سب سے نیچے کے نشان کا درمیانی نقطہ ۳۰ کثافت اضافی کو تعبیر کرے تو سب سے اوپر کے نقطہ کے متعلق کثافت اضافی دریافت کرو۔

۵۔ ایک معمولی مائع پیمائش کا حجم ۱۲ مکعب سنتی میٹر ہے اور وزن ۹ گرام، اگر اس کو ۸۵ کثافت اضافی والے ایک سیال میں چھوڑا جائے تو بتاؤ کہ اس کا کتنا حصہ سیال کے باہر رہے گا۔

۶۔ ایک معمولی مائع پیمائش کے جوف کا کچھ حصہ کثرت استعمال سے گھس گیا ہے، اس وجہ سے یہ پانی کی کثافت اضافی ۱۰۰۲ ظاہر کرتا ہے بتاؤ کہ اس کے وزن کی کوئی کسر کم ہو گئی ہے۔



۷۔ ۱، ب اور ج تین سیال ہیں، ان تینوں میں ایک معمولی مائع پیا  
چھوڑا گیا ہے جس کی ڈنڈی ۱ میں ۲ انچ باہر رہتی ہے، ب میں  
۳ انچ اور ج میں ۴ انچ، اگر ۱ کی کثافت اضافی ۸ ہو اور ب کی  
۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۸۔ نخلن کے ایک مائع پیا کا وزن ۸ اونس ہے، اس کو ایک سیال  
میں معین نشان تک ڈبونے کے لئے اس کے پڑے میں ۲ اونس کا مزید  
وزن رکھنا پڑتا ہے اور دوسرے سیال میں اسی نقطہ تک ڈبونے کے  
لئے ۵ اونس کا، دونوں سیالوں کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ کرو۔

۹۔ ایک نخلن کے مائع پیا کا وزن ۳۳ اونس ہے، دو مائعات میں  
اس کو ثابت نقطہ تک ڈبونے کے لئے اس کے پڑے میں بالترتیب  
۲ اونس اور ۳۳ اونس وزن رکھنے پڑتے ہیں، دونوں مائعات کی اضافی  
کثافتوں کا مقابلہ کرو۔

۱۰۔ ایک نخلن کے مائع پیا کا وزن ۳۳ اونس ہے، اس کو ثابت  
نقطہ تک پانی میں ڈبونے کیلئے ۳۳ اونس وزن درکار ہوتا ہے،  
بتاؤ کہ اس کو اس نقطہ تک ۲۵۲ کثافت اضافی والے ایک سیال میں  
ڈبونے کے لئے کتنا وزن درکار ہوگا۔

۱۱۔ ایک نخلن کے مائع پیا کو اس کے نقطہ معینہ تک ڈبونے کے  
لئے ۲۲ گرین درکار ہوتے ہیں، جب ایک ٹھوس شے اس کے اوپر  
کے پڑے میں رکھی جاتی ہے تو صرف ۱۲ گرین مزید وزن کی ضرورت  
ہوتی ہے۔ جب اس شے کو اس کے نیچے کی پیالی میں مائع کے اندر  
رکھا جاتا ہے تو ۱۶ گرین کافی ہوتے ہیں، اس ٹھوس شے کی کثافت اضافی

معلوم کرو۔

۱۲۔ ایک نخلس کے مائع پیا کا اپنا وزن ۱۲۵۰ گرین ہے، جب ایک چھوٹا جسم اس کے اوپر کے پلڑے میں رکھا جاتا ہے تو آگے کو اس کے نقطہ معینہ تک ڈوبنے کے لئے مزید ۵۳۰ گرین وزن پلڑے میں رکھنا پڑتا ہے، لیکن اگر جسم کو نیچے کی پیالی میں رکھا جائے تو ۶۲۰ گرین کی ضرورت ہوتی ہے، اس جسم کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۳۔ ایک نخلس کے مائع پیا میں باٹوں کی کثافت اضافی ۸ ہے اس کے اوپر کے پلڑے میں ۲ اونس وزن رکھنے سے مائع پیا جس نقطہ تک ڈوب جاتا ہے اس کو اُسی نقطہ تک ڈوبنے کے لئے نیچے کی پیالی میں کتنا وزن رکھنا پڑے گا؟

۱۴۔ تجربہ میں ہوا کے اثر کو نظر انداز کر کے ایک جسم کی کثافت اضافی نخلس کے مائع پیا سے کم دریافت کی گئی ہے، اگر ہوا کی کثافت اضافی عد ہو تو ثابت کرو کہ جسم کی اصلی کثافت اضافی کم - عد (کم - ۱) ہے نیز اگر جسم کا ظاہری وزن تجربہ سے و معلوم ہوا ہو تو اس کا اصلی وزن بھی معلوم کرو۔

فرض کرو کہ باٹوں اور جسم زیر بحث کی اصلی اضافی کثافتیں بالترتیب کم اور کم ہیں، اور د، د اور د کے وہی معنی ہیں جو دفعہ ۸۳ میں تجویز ہو چکے ہیں، نیز فرض کرو کہ جسم اور آلہ کے اصلی وزن بالترتیب و اور و ہیں

تب دفعہ ۸۳ کے مطابق

$$\frac{D - d}{D} = \frac{W - w}{W} \text{ اور کم}$$

چونکہ تجربہ دفعہ ۸۳ کے طریقہ پر کیا گیا ہے

$$۱ \text{ سلے } و + و (۱ - \frac{ع}{ک}) = \text{ہٹائے ہوئے پانی کا وزن}$$

$$و + و (۱ - \frac{ع}{ک}) + و (۱ - \frac{ع}{ک}) = \text{ہٹائے ہوئے پانی کا وزن}$$

$$\text{اور } و + و (۱ - \frac{ع}{ک}) + و (۱ - \frac{ع}{ک}) = \text{ہٹائے ہوئے پانی کا وزن}$$

: عمل تفریق سے

$$(۱) \quad \dots\dots (۱ - \frac{ع}{ک}) (و - و) = (۱ - \frac{ع}{ک}) و$$

$$(۲) \quad \dots\dots (۱ - \frac{ع}{ک}) (و - و) = (۱ - \frac{ع}{ک}) و$$

لہذا تقسیم کرنے سے

$$ک = \frac{و - و}{و - و} = \frac{ک - ع}{۱ - ع}$$

$$: ک = ع + ک (۱ - ع) = ک - ع (ک - ۱)$$

نیز (۱) سے

$$و = و \frac{۱ - \frac{ع}{ک}}{۱ - \frac{ع}{ک}} = و \frac{(۱ - \frac{ع}{ک})}{ک - ع}$$

$$[ک - ع (ک - ۱)] \frac{(۱ - \frac{ع}{ک})}{ک - ع}$$

$$= [۱ - \frac{ع}{ک}] [ک - ع (ک - ۱)]$$

ہم نے ان حسابات میں اس ہوا کے وزن کو نظر انداز کر دیا ہے جس کو

مانع پیا کا وہ حصہ جو ڈوبا ہوا نہیں ہے ہٹاتا ہے، یہ مستقل رہتا ہے اس لئے دُ کی طرح ساداتوں (۱)، اور (۲) میں روکنا نہیں ہوتا۔

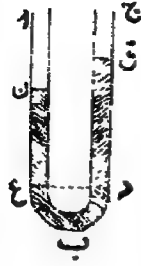
۱۵۔ خلا میں استعمال کرنے کے لحاظ سے ایک مانع پیا کی درجہ بندی صحیح ہے، ثبات کرو کہ اگر اسکو ہوا میں استعمال کیا جائے اور ہوا کی کثافتِ اصنافی کم ہو تو کسی شے کی محصلہ کثافتِ اصنافی میں اس کی اصلی کثافتِ اصنافی کے کثافت کا اضافہ ہو جائے گا جہاں کم ہو کثافت سے وہی نسبت ہے جو مانع پیا کے باہر کے حصہ کے حجم کو ڈوبے ہوئے حصہ کے حجم کے ساتھ ہے۔

۱۶۔ ایک معمولی مانع پیا کے جوت سے ایک ذرا سا کمٹا اتر گیا ہے، اور اس سے تین مانعات کی اصنافی کثافتیں عہ، ہہ اور جہ معلوم کی گئی ہیں، اگر ان کی اصلی اصنافی کثافتیں عہ بہ اور جہ ہوں تو ثابت کرو کہ

جہ عہ بہ (عہ - بہ)

جہ = عہ بہ (عہ - بہ) - جہ (عہ بہ - بہ عہ)

۸۵۔ لانٹلی کے ذریعہ کثافتِ اصنافی معلوم کرنے کا طریقہ اگر دو مانعات ایسے ہوں جو آپس میں نہ ملیں تو ان کی اصنافی کثافتوں کا مقابلہ ایک خمدار نلی کے ذریعہ بھی ہو سکتا ہے۔ ڈباج ایک خمدار نلی ہے، اس کی دونوں شاخیں ایک دوسرے کے متوازی ہیں اور اس کی عمودی تراشش ہر جگہ یکساں ہے۔



دو شاخوں میں دو مائع ڈالے  
گئے ہیں جن کی مشترک سطح  
د پر ہے اور جن کی کھلی سطحیں  
ن اور ج پر ہیں۔

فرض کرو کہ نقطہ د، شاخ

ج ب پر ہے اور شاخ ا ب

میں ایک نقطہ ع ایسا ہے کہ اس کی ہمواری د کی ہمواری کے  
برابر ہے۔

نیز فرض کرو کہ دو سیالوں کی اضافی کثافتیں بالترتیب ض اور  
ض ہیں، اور معیاری شے کے حجم کی ایک اکائی کا وزن  
د ہے تب ع اور د پر کے دباؤ بالترتیب

ض  $\times$  د  $\times$  ع  $+$  ن  $+$  اور ض  $\times$  د  $\times$  دق  $+$  ن ہیں جہاں ن کرہ  
ہوائی کے دباؤ کو تعبیر کرتا ہے۔

چونکہ مائع متوازن ہیں اس لئے یہ دباؤ باہم مساوی  
ہوں گے۔

$$\therefore \text{ض} \times \text{د} \times \text{ع} + \text{ن} = \text{ض} \times \text{د} \times \text{دق} + \text{ن}$$

$$\therefore \frac{\text{ض}}{\text{ع}} = \frac{\text{دق}}{\text{د}}$$

یعنی دو مائع کی اضافی کثافتوں کی باہمی نسبت مساوی ہے  
ان کے ارتفاعوں کی نسبت معکوس کے جہاں یہ ارتفاع بالترتیب  
سطح مشترک سے ناپے گئے ہیں۔

## امثلہ نمبری ۲۰

۱۔ ایک لامنائی کے نچلے حصہ میں پارہ پڑا ہے، اگر پارہ کی کثافت اصنافی ۶ و ۱۳ ہو تو بتاؤ کہ نلی کی ایک شاخ میں کتنے اینچ کی بلندی تک پانی ڈالا جائے کہ پارہ دوسری شاخ میں ایک اینچ اور اوپر چڑھ جائے۔

۲۔ ایک لامنائی کی ہر ایک شاخ ۸ اینچ لمبی ہے، نلی کی دونوں شاخیں آدھی پانی سے بھردی گئی ہیں، تب ایک شاخ میں اتنا تیل ڈالا گیا ہے جتنا کہ ممکن ہے، اگر تیل کی کثافت اصنافی  $\frac{13}{6}$  ہو تو معلوم کرو کہ نلی کے کتنے طول میں تیل ہے۔

۳۔ ایک یکساں خمدار نلی کی دو شاخیں انتصابی ہیں اور نلی کا جو حصہ ان شاخوں کے نچلے سروں کو ملتا ہے وہ متوازی الافق ہے اور اس کا طول ۲ اینچ ہے۔ نلی میں اتنا پانی ڈالا گیا ہے کہ وہ نلی کو ۶ اینچ تک بھردیتا ہے اور پھر ایک شاخ میں اتنا تیل ڈالا گیا ہے کہ تیل نلی کو ۵ اینچ تک بھردیتا ہے، اگر تیل کی اصنافی کثافت  $\frac{13}{6}$  ہو تو بتاؤ کہ تیل اور پانی کی مشترک سطح کہاں واقع ہوگی۔

۴۔ ایک لامنائی کے نچلے حصہ میں پارہ ہے، اس کی ایک شاخ میں ایک مائع ڈالا گیا ہے جو نلی کو ۸ اینچ تک بھردیتا ہے، اگر مائع کے ارتفاعوں کا فرق ۷ اینچ ہو اور پارہ کی کثافت اصنافی ۶ و ۱۳ ہو تو دوسرے مائع کی کثافت اصنافی دریافت کرو۔

۵۔ دو انتصابی نلیوں کی چلیپی تراشوں کے رقبے بالترتیب ۱ اور ۱۰ مربع اینچ ہیں، ان کے نچلے سروں کو ایک نلی کے ذریعہ ملا لیا گیا ہے

گیا ہے، اس نلی میں اور نیز انتصابی نلیوں میں کچھ پارہ پڑا ہے جسکی کثافت اضافی ۵۹۶ و ۱۳۵ ہے، بتاؤ کہ بڑی نلی میں کتنا پانی ڈالا جائے کہ چھوٹی نلی میں پارہ کی سطح ایک اینچ اوپر چڑھ جائے۔

۶۔ ایک لامنائی کی شاخوں کی تراشوں کے رقبے بالترتیب ۲ مربع سنتی میٹر اور ایک مربع سنتی میٹر میں، اس نلی کو انتصابی حالت میں رکھا گیا ہے نلی کے اندر کچھ پارہ ڈالا گیا ہے جسکی کثافت ۶۵ و ۱۳۵ ہے اور تب چوڑی شاخ میں ۵۲ مکعب سنتی میٹر پانی ڈالا گیا ہے، بتاؤ کہ اس نلی میں پانی کے دباؤ کی وجہ سے پارہ کی سطح پہلے سے کتنی نیچی ہو جائے گی۔

۷۔ ایک لامنائی کی شاخوں کے طول برابر ہیں اور ہر ایک کی تراش کا رقبہ ۵۹۶ ہے نلی میں کم کثافت کا ایک مانع ڈالا گیا ہے ایک شاخ مانع کی سطح پر کم (دک) کثافت کا ایک ٹھوس جسم بٹھایا گیا ہے جس کا حجم ۵۹۶ ہے، دوسری شاخ کا وہ طول جس میں مانع نہیں ہے ج ہے، تب اس شاخ کو جس کے اندر ٹھوس جسم تیر رہا ہے کم (دک) کثافت والے ایک اور سیال سے بھر دیا گیا ہے، ثابت کرو کہ دوسری شاخ کا وہ طول جس میں ابھی تک مانع نہیں ہے

$$ج = \frac{ک_۱ - ک_۲}{ک_۲ - ک_۱} + \frac{ک_۱ (ک_۱ - ک_۲)}{ک_۲ (ک_۱ - ک_۲)}$$

ہیئر کا مانع پیما۔ اس میں دو انتصابی نلیاں ہوتی ہیں جن کو ایک افقی نلی 'ق' کے ذریعہ ملا دیا جاتا ہے اور ق کے

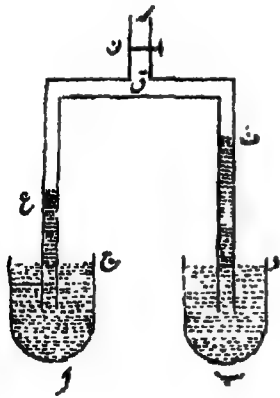
ساتھ ایک اور جھوٹی نلی پیوستہ ہوتی ہے جس کے اندر ایک روک ڈاٹ لگی ہوتی ہے انتصابی نلیوں کے سرے آن دو مائع ۱ اور ب میں الگ الگ ڈبہ دئے جاتے ہیں جنکی کشا فتوں کا مقابلہ کرنا مقصود ہوتا ہے۔ دیکھو شکل ذیل

ر کو کسی ہوا پمپ کے ساتھ ملانے سے یا محض چوسنے سے عمودی نلیوں کے اندر کی کچھ ہوا نکال لی جاتی ہے جس سے اندر کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ ۲ سے کم ہو کر ۱ ہو جاتا ہے تب دونوں مائع نلیوں میں ع اور ف کی بلندی تک چڑھ آتے ہیں۔

فرض کرو کہ مائع کے برتنوں ۱ اور ب کے اندر مائع کے سطحیں ج اور د پر ہیں۔ ج ع اور د ف کو ناپ لو۔

نیز فرض کرو کہ ۱ اور ب کے مائع کی اضافی کشا فتیں بالترتیب ض اور ض پر ہیں۔

دفعہ ۳۱ کی رُو سے



$$۲ = ۱ + ۱ \times ض + ج \times ع$$

$$۲ = ۱ + ۱ \times ض + د \times ف$$

$$\frac{ج \times ع}{د \times ف} = \frac{ض}{ض}$$

جس سے دونوں مائع کی اضافی کشا فتوں کی نسبت معلوم ہو گئی۔

اگر ایک مائع کی کشا فت اضافی ض معلوم ہو مثلاً پانی کی تو ض





# باب ہفتم

## گیسین

۸۸۔ دفعہ ۳ میں ہم بتا چکے ہیں کہ گیسوں اور مانعات میں بڑا ضروری فرق یہ ہے کہ مانعات کو دبا کر اُن کا حجم بظاہر ذرا بھی کم نہیں کر سکتے لیکن گیسوں کو دبا کر اُن کا حجم نہایت آسانی سے کم کیا جا سکتا ہے۔

کسی گیس کا دباؤ بھی اسی طرح سے ناپا جا سکتا ہے جس طرح کہ مائع کا مائع کی صورت میں دباؤ اُس کے وزن اور نیز اس بیرونی دباؤ کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے جو کہ مائع پر ڈالا جائے لیکن گیس کی صورت میں دباؤ کا انحصار بالعموم صرف اس بیرونی دباؤ پر ہوتا ہے جو کہ گیس پر عمل کر رہا ہو۔

۸۹۔ ہوا دیاؤ ڈالتی ہے۔ اس امر کی تصدیق کئی ایک

تجربوں سے ہو سکتی ہے۔

(۱) اگر ہم ہوا کا ایک چھکنا ہوا پمپ کے قابلہ کے اندر رکھیں اور قابلہ کی ہوا خارج کریں تو پھٹنے کے باہر کی ہوا کے دباؤ

کا مقابلہ اندر کی ہوا کا دباؤ نہیں کر سکے گا اور پھلنا پھولنا شروع کرے گا۔ اگر ہم ہوا کو بتدریج خارج کرتے جائیں تو پھلنا حجم میں بڑھتے بڑھتے بالآخر پھٹ جائے گا۔

(۲) اگر ہم شیشے کے ایک گلاس کو اوندھا کر کے پانی کے اندر دیکھیلیں تو معلوم ہوگا کہ گلاس کے اندر پانی کی سطح باہر کے پانی کی سطح سے نیچی ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ گلاس کے اندر کی ہوا پانی کو نیچے کی طرف دبا رہی ہے۔

(۳) اسی امر کے ثبوت کے لئے ایک اور تجربہ پہلے پہل میگڈی برگ کے نصف کروں کے ذریعہ سترھویں صدی



عیسوی کے وسط میں کیا گیا تھا دو مجوف نصف کروں کو ایک دوسرے کے اوپر اچھی طرح چسپاں کر کے ہوا بند بنا دیا گیا۔ جو ف کے اندر کی ہوا بذریعہ

ہوا پمپ خارج کی گئی، تب معلوم ہوا کہ ان نصف کروں کو علیحدہ کرنے کے لئے ایک بڑی قوت درکار ہوتی ہے اگر ان میں سے ہر ایک کا قطر ایک فٹ ہو تو ان کو علیحدہ کرنے کے لئے جو قوت لگانا پڑے گی وہ ۱۶۰۰ پونڈ وزن سے زیادہ ہوگی۔

۹۰۔ ہوا وزن رکھتی ہے۔ اس امر کو تجربی طریق

پر ذیل کے طریقہ سے ثابت کیا جا سکتا ہے ایک شیشے کا مجوف کرہ لو جس میں ایک روک ڈاٹ لگی ہوئی ہو، ہوا پمپ (دفعہ ۱۳۷) سے یا کسی دوسرے ذریعہ سے اس کے اندر کی ہوا خارج کر کے اس کو اچھی طرح تول لو۔

اب ڈاٹ کو کھول دو تاکہ اس کے اندر ہوا چلی جائے اور اندر کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے مساوی ہو جائے اس کو پھر اچھی طرح سے تولو۔

معلوم ہو گا کہ دوسری صورت میں کرہ کا وزن پہلی صورت کی نسبت زیادہ ہے۔ اور وزن کی یہ زیادتی ہوا کے وزن کی وجہ سے ہے۔ ہوا کی کثافت اضافی بلحاظ پانی کے ۱۲۹۳۔۰۰ معلوم کی گئی ہے یعنی ہوا کے ایک مکعب فٹ کا وزن قریباً ۱۲۹۳ اونس ہوتا ہے۔

اس لئے پارہ کے ۷۶ سنتی میٹر کے دباؤ پر خشک ہوا کی کثافت ۱۲۹۳۔۰۰ گرام فی مکعب سنتی میٹر ہوتی ہے۔

$$\frac{1}{1.293} = 0.7744 \text{ تقریباً}$$

۹۱۔ اسی طریقہ سے بتایا جا سکتا ہے کہ اور گیسیں بھی وزن رکھتی ہیں اور دباؤ ڈالتی ہیں۔

ذیل میں چند مشہور گیسوں کی اضافی کثافتیں: سنتی گریڈ کی پٹش اور پارہ کے ۷۶ سنتی میٹر کے دباؤ پر درج کی گئی ہیں۔

۵۰۰۱۲۹۳

ہوا

۵۰۰۱۴۳۰

آکسیجن

۵۰۰۰۰۸۹

ہائیڈروجن

۵۰۰۱۲۵۶

نائٹروجن

۵۰۰۱۹۷۷

کاربانک ایسڈ گیس

اس سے ظاہر ہے کہ ہائیڈروجن ہوا کی نسبت تقریباً ۱۴ گنا ہلکی ہوتی ہے، اس لئے غباروں میں بھرنے کے لئے اس گیس کو استعمال کرتے ہیں۔

کاربانک ایسڈ گیس ہوا کی نسبت بہت بھاری ہوتی ہے اور اس کو مائع کی طرح ایک برتن سے دوسرے برتن میں ڈال سکتے ہیں۔

## ۹۲۔ کرہ ہوائی کا دباؤ۔ شیشہ کی تین یا چار فٹ

لمبی ایک نلی جو جس کا ایک سرا رکھلا ہو اور دوسرا سرا بند ہو۔ اسکو احتیاط کے ساتھ پارہ سے بھرا اور اس کا کھلا سرا انگلی سے بند کر لو پھر نلی کو اٹھا کر کے اس کا کھلا سرا ایک ایسے برتن کے اندر ڈلو جو جس میں کرہ ہوائی کے دباؤ پر کچھ پارہ پڑا ہو۔ نلی کو انتصابی سمت میں رکھو تب معلوم ہوگا کہ نلی کے اندر کا پارہ کچھ نیچے اتر آیا ہے اور اس کی سطح ایک ایسے نقطہ پر آکر ٹھہر گئی ہے جس کی بلندی برتن کے پارہ کی سطح سے تقریباً ۲۹ یا ۳۰



اینج ہے -

آسانی کے لئے فرض کرو کہ

یہ ارتفاع ۳۰ انچ ہے -

اب تلی کے عین اندر س پر

کے ایک مربع انچ پر جو دباؤ

ہے وہ اُس پارہ کے وزن کے مساوی ہے جو اس مربع

انچ کے اوپر ۳۰ انچ تک قائم ہو۔

نیز تلی کے اندر س پر جو دباؤ ہے وہ اُس دباؤ کے مساوی

ہے جو باہر کے پارہ کی سطح پر ہے اور آخر الذکر دباؤ کرہ ہوائی

کا دباؤ ہے اس لئے ثابت ہوا کہ کرہ ہوائی کا دباؤ پارہ کے

۳۰ انچ اونچے ستون کے وزن کے مساوی ہے۔

یہ تجربہ بالعموم طریسیلی کے تجربہ کے نام سے موسوم

کیا جاتا ہے اور تلی کے اندر ج کے اوپر جو خلا ہے اسکو

اکثر خلائے طریسیلی کہتے ہیں -

اگر تلی کے اندر پارہ کے ستون کے ارتفاع کو بغور دیکھتے

میں تو معلوم ہوگا کہ یہ ہمیشہ بدلتا رہتا ہے جس سے

یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ کرہ ہوائی کے دباؤ میں ہمیشہ تغیر

واقع ہوتا رہتا ہے یہ دباؤ بالعموم کم ہوتا ہے جب کرہ ہوائی کے

اندر بخار کی زیادہ مقدار موجود ہو۔

(۳۹)۔ اگر س ج کی بلندی معلوم ہو تو ہم کرہ ہوائی کے دباؤ کو اس طرح بھی

بیان کر سکتے ہیں کہ یہ اتنے پونڈ وزن فی مربع فٹ یا فی مربع انچ کے مساوی ہے۔

چونکہ خالص پارہ کی کثافت پانی کی کثافت سے ۱۳۵۹۶ گنی ہوتی ہے اس لئے ثابت ہوا کہ پارہ کی کثافت فی مکعب فٹ ۱۳۵۹۶ اونس ہے اگر ستون س ج کی بلندی ۳۰ انچ ہو تو کرہ ہوائی کا دباؤ فی مربع انچ

= پارہ کے ۳۰ مکعب انچ کا وزن

$$= ۳۰ \times \frac{۱۳۵۹۶}{۱۷۲۸ \times ۱۶} \text{ پونڈ وزن}$$

$$= ۵۰۰۰۰ \times ۱۳۵۹۶ \text{ پونڈ وزن}$$

اسی طرح سے سنتی میٹر گرام اکائیوں میں اگر ستون کی بلندی ۷۶ سنتی میٹر ہو تو کرہ ہوائی کا دباؤ فی مربع سنتی میٹر

$$= ۷۶ \text{ مکعب سنتی میٹر پارہ کا وزن}$$

$$= ۷۶ \times ۱۳۵۹۶ \text{ مکعب سنتی میٹر پانی کا وزن}$$

$$= ۷۶ \times ۱۳۵۹۶ \text{ گرام وزن}$$

$$= ۱۰۳۳۵۲۹۶ \text{ گرام وزن}$$

$$= ۱۰۱۳۶۶۳۵۳۷۶ \text{ ڈائن}$$

۹۴- کرہ ہوائی کا معیاری دباؤ۔ کرہ ہوائی کا وہ دباؤ

جس کی وجہ سے سنتی گرید کی تپش پر بارپیا کے ستون کی

بلندی ۷۶ سنتی میٹر ہو کرہ ہوائی کا معیاری یا طبعی دباؤ

کہلاتا ہے دفعہ گذشتہ میں بتایا جا چکا ہے کہ یہ دباؤ فی مربع

سنتی میٹر ۱۰۱۳۶۶۳۵۳۷۶ ڈائن کے مساوی ہوتا ہے۔

انگلستان میں پارے کے ۳۰ انچ (= ۷۶۲) سنتی میٹر تقریباً

اونچے ستون کا دباؤ کرہ ہوائی کا معیاری دباؤ سمجھا جاتا ہے اور یہ دباؤ ۵.۷۱۴ پونڈ وزن فی مربع فٹ کے مساوی ہوتا ہے۔

چونکہ یہ معیاری دباؤ پارہ کی ایک خاص مقدار کے وزن پر موقوف ہے اس لئے (سب دفعہ ۷۷۷ علم حرکت) ظاہر ہے کہ زمین کی سطح کے سب مقامات پر یہ دباؤ یکساں نہیں ہوگا اس تغیر کی بنا پر یہ تجویز پیش کی گئی ہے کہ ہمیشہ دس لاکھ ڈائن (= ایک میگا ڈائن) فی مربع سنتی میٹر کے دباؤ کو معیاری دباؤ تصور کیا جائے۔ باریپا کی جو بلندی اس دباؤ کو ظاہر کرتی ہے وہ

$$= \frac{1000000}{135596 \times 981} \text{ سنتی میٹر} = 5.7 \text{ سم تقریباً}$$

بڑے بڑے دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کو اکائی مان کر اس کی رقوم میں بیان کئے جاتے ہیں۔

**۹۵۔** متجانس کرہ ہوائی کی بلندی۔ کرہ ہوائی کی کثافت اوپر تک یکساں نہیں ہے، اگر کثافت یکساں ہوتی یعنی یہ متجانس ہوتا تو اسکی بلندی نہایت آسانی سے محسوب ہو سکتی تھی تاہم اگر ایک متجانس کرہ ہوائی ایسا فرض کیا جائے جسکی کثافت ہر جگہ وہی ہو جو اصلی کرہ ہوائی کی سطح زمین پر ہے اور جو سطح زمین پر آتا ہی دباؤ ڈالے جو اصلی کرہ ہوائی ڈالتا ہے تو اس مفروضہ کرہ ہوائی کی بلندی متجانس کرہ ہوائی کی بلندی کہلاتی ہے۔

ہوا کی کثافت اضافی تقریباً ۱۳.۰۰ ہے یعنی ہوا کے ایک کعب



فٹ کا وزن = پانی کے ایک مکعب فٹ کے وزن کا ۰.۱۳ گنا  
 $= \frac{1}{4} \times 62 \times 0.13 = 2.013$  پونڈ وزن تقریباً  
 اگر تجانس کرہ ہوائی کی مطلوبہ بلندی فٹ ہو تو  $x$  ہوا کی  
 کثافت = پارہ کے باریسا کی بلندی  $x$  پارہ کی کثافت  
 $\therefore \text{فٹ} = \frac{\text{پارہ کی کثافت}}{\text{ہوا کی کثافت}} \times \text{پارہ کے باریسا کی بلندی}$

$$= \frac{135596}{50013} \times \frac{30}{12} \text{ فٹ}$$

$$= 261.46 \text{ فٹ تقریباً}$$

$$= 5 \text{ میل تقریباً}$$

پس اگر کرہ ہوائی کی کثافت ہر بلندی پر وہی رہتی جو سطح  
 زمین پر ہے اور اس کی بلندی ۵ میل ہوتی تو ایسا کرہ ہوائی  
 سطح زمین کے کسی نقطہ پر تقریباً وہی دباؤ ڈالتا جو اہلی کرہ ہوائی  
 فی الواقع ڈالتا ہے۔

۹۶۔ باریسا۔ باریسا ایک آلہ ہوتا ہے جس سے ہوا کا دباؤ  
 ناپا جاتا ہے۔ اس کی سادہ ترین صورت میں دیکھو دفعہ ۹۲  
 یہ ایک نلی اور ایک طرف پر مشتمل ہوتا ہے جس کے اندر کوئی  
 مانع بھرا ہوتا ہے کرہ ہوائی کا دباؤ نلی کے اندر اس  
 مانع کو سہاوت دیتا ہے طرف کے مانع کی سطح کے اوپر  
 نلی کے اندر مانع کی جو بلندی ہو اُس سے یہ دباؤ  
 ناپا جاتا ہے۔

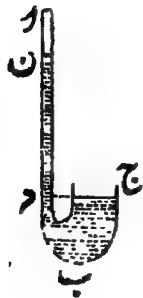
مانع جو استعمال کیا جاتا ہے وہ بالعموم پارہ ہوتا ہے کیونکہ اس کی کثافت مقابلہ بہت زیادہ ہے، کبھی کبھی گلسرین بھی استعمال کی جاتی ہے۔

پارے کے بارپیا کی بلندی عام طور پر ۲۹ اور ۳۰ انچ کے درمیان ہوتی ہے۔

اگر پارہ کی بجائے پانی استعمال کیا جائے تو بلندی تقریباً ۳۳ سے ۳۴ فٹ تک ہوگی۔

۹۷۔ سیفنی بارپیا۔ عام طور پر جو بارپیا استعمال میں آتا ہے اس کی شکل ایک خمدار نلی و ب ج کی سی ہوتی ہے، نلی کی لمبی شاخ و د کا قطر نلی کی چھوٹی شاخ و ب ج کے قطر سے مقابلہ بہت چھوٹا ہوتا ہے۔ استعمال کے وقت اس کو اس طرح رکھا جاتا ہے کہ نلی کی دونوں شاخیں انتصابی سمت میں رہیں۔

چھوٹی شاخ کا سرا ہوا میں کھلا رہتا ہے اور لمبی شاخ کا سرا و بند ہوتا ہے، لمبی شاخ کا طول عموماً ۳ فٹ رکھتے ہیں، نلی کے اندر پارہ بھر دیا جاتا ہے اور لمبی شاخ میں پارہ کے اوپر خلا ہوتا ہے۔ جب لمبی



شاخ میں پارہ کی ہوا ری ن پر ہو اور چھوٹی شاخ میں ج پڑے تو ہوا کا دباؤ پارہ کے اُس ستون کے وزن کے مساوی

ہوتا ہے جس کی بلندی ج اور ن کے انتصابی فاصلے کے برابر ہو یعنی جس کی بلندی ن کے برابر ہو جہاں نقطہ د لمبی شاخ میں ج کی ہمواری پر واقع ہے۔

چونکہ ن کے اوپر خلا ہے اس لئے د پر کا دباؤ پارہ کے اُس ستون کے وزن کے مساوی ہے جس کی بلندی ن د ہے۔

نیز چونکہ ج اور د ایک ہی ہمواری پر واقع ہیں اس لئے د پر کا دباؤ ج پر کے دباؤ کے مساوی ہے اور ظاہر ہے کہ ج پر کا دباؤ کرہ ہوائی کا دباؤ ہے۔ لہذا ثابت ہوا کہ کرہ ہوائی کا دباؤ ستون ن کے وزن کے مساوی ہے۔

نلی ن پر متساوی الفاصل نشان لگے ہوتے ہیں جن کو بڑھنے سے بارپا کا ارتفاع آسانی سے معلوم ہو سکتا ہے۔

۹۸۔ بارپا کی درجہ بندی کسی بارپا کی درجہ بندی کرنے میں ایک ضروری بات کو ہمیشہ ملحوظ رکھنا پڑتا ہے اور وہ یہ ہے کہ جب حصہ ب ل میں پارہ اوپر چڑھتا ہے تو ب ج میں نیچے اتر جاتا ہے اور بارپا کے ستون کی مطلوبہ بلندی ہمیشہ ان دو ہمواریوں کے فرق سے تعبیر ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ شاخ ب ل کی تراش یکساں ہے اور پل مربع پل کے مساوی ہے اور چوڑی نلی کی تراش کا رقبہ مقام ج کے قریب ایک مربع پل ہے۔

نیز فرض کرو کہ لمبی نلی میں پارہ بظاہر ایک پنچ اوپر چڑھ گیا ہے، چونکہ اس نلی کے اندر پارہ کا جو حجم بڑھ جائے گا اس کے جواب میں چوڑی نلی کے اندر پارہ کا اتنا ہی حجم کم ہو جائے گا اس لئے ظاہر ہے کہ چوڑی نلی میں پارہ  $\frac{1}{2}$  پنچ نیچے اتر جائیگا۔ پس ان دو ہمواریوں کا درمیانی فاصلہ بقدر  $(1 + \frac{1}{2})$  یعنی  $\frac{3}{2}$  پنچ کے بڑھ گیا ہے، یعنی اگر پارہ کی بلندی میں بظاہر ایک پنچ کا اضافہ ہو تو یہ نلی الحقیقت  $\frac{3}{2}$  پنچ کی زیادتی کو تعبیر کرتا ہے۔ پس  $\frac{3}{2}$  پنچ کی ظاہری زیادتی ایک پنچ کی حقیقی زیادتی کو تعبیر کرتی ہے۔

بار بار اس قسم کی تصحیح کی زحمت سے بچنے کے لئے نلی ب و کو ایسے حصوں میں تقسیم کرنے ہیں جن میں سے ہر ایک کا طول  $\frac{1}{2}$  پنچ ہوتا ہے اور ان پر درجے اس طرح لگا دئے جاتے ہیں گویا کہ یہ پنچ ہیں۔

زیادہ عام طور پر فرض کرو کہ لمبی نلی کی عمودی تراش  $\frac{1}{2}$  ہے اور چھوٹی نلی کی عمودی تراش  $\frac{1}{4}$  ہے، نیز فرض کرو کہ  $\frac{1}{4}$  دونوں مستقل ہیں۔

اگر لمبی نلی میں پارہ کی سطح فاصلہ لا اوپر چڑھ جائے تو چھوٹی نلی میں پارہ کی سطح  $\frac{1}{4}$  لائے نیچے اتر آئیگی۔

یعنی اگر پارہ کے ستون کی بلندی میں ظاہری زیادتی لا ہو تو اس کے متناظر حقیقی زیادتی لا  $+$   $\frac{1}{4}$  یعنی  $\frac{5}{4}$  لا ہوگی۔

اس لئے اس قسم کی تصحیح کا خیال کرتے ہوئے یہ ضروری ہے کہ لمبی نلی میں مسلسل درجوں کے حقیقی فاصلے اُن مفروضہ فاصلوں سے جو نلی پر منقوش ہوتے ہیں نسبت ۱: ۱ + ۱ + ۱ سے کم ہوں۔

لیکن اگر بارپما کی درجہ بندی اس طرح سے نہ کی جائے اور نشانات کے درمیانی فاصلوں کی قیمتیں ان کے اصلی مابینوں کے مطابق درج کی جائیں تو بارپما کی اصلی بلندی معلوم کیجئے گئے مفروضہ ہے کہ ظاہری بلندی کو ہر صورت میں مقدار  $1 + \frac{1}{1}$  سے ضرب دیا جائے۔ ایسا کرنے کو "تصحیح بوجہ گنجائش حوض" کہتے ہیں۔

۹۹۔ تصحیح بوجہ تپش۔ پارہ حرارت سے پھیلتا ہے اور پھلتے سے یہ اس کی کشافیت کم ہو جاتی ہے، علاوہ انہیں جس سلسلے سے پارہ کی ظاہری بلندی ناپی جاتی ہے اور جو بالعموم پتل کی بنی ہوئی ہے وہ بھی حرارت سے پھیلتی ہے، اس لئے ہمیں تصحیح پتلائی کی غرض سے کوئی معیاری تپش مقرر کرنی چاہئے کیونکہ ظاہر ہے کہ تپش جس قدر زیادہ ہوگی پارے کے ایک خاص طول کا وزن اسی قدر کم ہوگا پانی کے نقطہ انجماد کو بالعموم یہ معیاری تپش قرار دیتے ہیں۔

فرض کرو کہ تپش  $t$  سنتی گریڈ پر پارہ کی ظاہری بلندی  $F$  ہے اور  $\theta$  سنتی گریڈ پر متناظر بلندی  $F\theta$  ہے۔

اگر پارہ کے پھیلاؤ کی قدرتی درجہ سنتی گریڈ  $\theta$  (۱۸...۰) ہو تو  $F\theta$  (۱ +  $\theta$  ت) =  $F$

$$\therefore \text{فب} = \frac{\text{ف}}{\text{ا} + \text{ع ت}}$$

$$= \text{ف} (ا + ع ت) - ۱$$

اب چونکہ ع بہت چھوٹا ہے اس لئے مسئلہ ثنائی سے یہ

$$= \text{ف} (ا - ع ت) \text{ تقریباً}$$

نیز اگر پیمانہ کے نشانات بے سنی گریڈ پر اصلی انچوں کو تعبیر کریں اور پیمانہ کے خلی پھیلاؤ کی قدر یہ ہو تو ع ظاہری انچ درحقیقت تہ سنی گریڈ پر ف (ا + ب ت) انچوں کو تعبیر کرئیے۔

$$\therefore \text{فب} = (ا - ع ت) \text{ ظاہری انچ}$$

$$= \text{ف} (ا + ب ت) (ا - ع ت) \text{ اصلی انچ}$$

اب بدیل کی صورت میں یہ بہت چھوٹا ہوتا ہے اور تقریباً ۱۹۰۰۰۰ کے مساوی ہوتا ہے۔

$$\therefore \text{فب} = \text{ف} (ا - ع ت) (ب - ت) (ع - ب ت)$$

$$= \text{ف} (ا - ع ت) (ب - ت) \text{ تقریباً}$$

$$\text{نیز } ع - ب = ۱۸۰۰۰۰ - ۱۹۰۰۰۰$$

$$= ۱۶۰۰۰۰ \text{ تقریباً}$$

$$\therefore \text{فب} = \text{ف} - ۱۶۰۰۰۰ \times \text{ف ت}$$

لہذا ظاہری ارتفاع ف میں سے ایک فیصد مقدار

$$۱۶۰۰۰۰ \times \text{ف ت} \times \text{ف}$$

تفریق کرنی چاہئے۔

اسی طرح سے یہ باسانی ثابت کیا جاسکتا ہے کہ فادن بیت کے تپش پیا کی رو سے اگر درجہ تپش ت ہو تو مقدار

۹۰۰۰۰ x (۳۲-۴) تفریق کرنی پڑیگی۔

اس مقدار کی قیمت بذریعہ جداول معلوم ہوتی ہے جن میں  
تپش اور بارپیا کی بلندی دونوں کی معمولی قیمتوں کے لئے اس  
مقدار کی عددی قیمتیں مندرج ہوتی ہیں۔

۱۰۰۔ تصحیح جاذبہ ارض کے غیر مساوی اشتداد کی بنا پر۔

جب زمین کے کسی وسیع رقبہ پر بارپیا کے ارتفاعوں کا مشاہدہ  
کیا جائے تو ان کا باہم مقابلہ کرنے سے پہلے ان میں جاذبہ  
ارض کے غیر مساوی اشتداد کی بنا پر تصحیح کر لینا ضروری ہے۔  
اس غرض سے بالعموم ان مشاہدات کو جاذبہ ارض  
کی اس قیمت کی رقوم میں تحویل کر لیتے ہیں جو کہ عرض بلد ۴۵° میں سطح  
سمندر پر ہوتی ہے یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ

ج = ج (۱-۰۰۲۵۷) + ۲ لہ - ۱۵۹۶ x ۴۰

یہاں ج سے مراد اس مقام پر کی جاذبہ ارض ہے  
جس کا عرض بلد لہ ہے اور جکی بلندی سطح سمندر سے ۴۰  
سنٹی میٹر ہے اور ج عرض بلد ۴۵° درجہ میں سطح سمندر پر  
جاذبہ ارض کو تعبیر کرتا ہے۔

پس یہ معلوم کرنے کے لئے کہ بارپیا کا ارتفاع ۴۵° عرض  
بلد میں سطح سمندر پر کیا ہوگا ہمیں مشاہدہ کردہ ارتفاع کو

۱-۰۰۲۵۷ x ۲ لہ - ۱۵۹۶ x ۴۰ x ۴۰ سے  
ضرب دینا چاہئے۔

۱۰۱- ان کے علاوہ بعض اوقات شعریٹ اور بخاری دباؤ کی

بنا پر بھی تصحیح کرنے کی ضرورت پیش آتی ہے۔  
شعریت کی وجہ سے نلی میں پارہ کی سطح ہموار نہیں رہتی  
بلکہ محدب ہوتی ہے۔

نلی کے اندر جو پارہ ہے اس میں سے کسی نہ کسی مقدار  
میں بخارات نکلتے رہتے ہیں جن کا میلان پارے کے ستون کو  
نیچے دبانے کی جانب ہوتا ہے۔

لیکن غلطی واقع ہونے کے یہ دونوں اسباب پارہ کے بارپیا  
کی صورت میں بہت کم وقت رکھتے ہیں۔

پانی کے بارپیا کی صورت میں بخاری دباؤ نسبتاً زیادہ  
قابل لحاظ ہوتا ہے۔

۱۰۲۔ بے مائع بارپیا۔ اس بارپیا میں پارہ یا کسی اور  
سیال کا کوئی ستون استعمال نہیں کیا جاتا یہ آلہ محض ایک ہوا بند  
کبس یا صندوق پر مشتمل ہوتا ہے جس کے اندر کی ہوا کا کچھ  
حصہ خارج کیا ہوا ہوتا ہے اس صندوق پر دھات کا بنا ہوا  
ایک پیلا ڈھکنا ہوتا ہے جس کی حرکت سے کرہ ہوائی کا  
دباؤ معلوم ہوتا ہے ڈھکنے کی اس حرکت کو جو درحقیقت  
نہایت خفیف ہوتی ہے دو بیرونی کی دوسے مفاعف  
کر کے ایک ڈائل پر سوئی کے ذریعہ نمایاں طور پر  
دکھایا جاتا ہے۔ اس آلہ کی درجہ بندی پارہ کے  
ایک معیاری بارپیا کے ساتھ اس کا مقابلہ کرنے سے کی جاتی  
ہے۔



بے مائع بارپیا بہت چھوٹا اور ہلکا بنا یا جاسکتا ہے اس میں خاص فائدہ یہ ہے کہ اس کو ایک جگہ سے دوسری جگہ آسانی سے لے جاسکتے ہیں لیکن یہ ضرور ہے کہ اس میں وہ صحت میسر نہیں آتی جو پارہ کے بارپیا میں

## امثلہ نمبری ۲۱

۱۔ ایک کان کے تلے پر پارہ کا بارپیا ۴.۵ سنی میٹر پر ہے، تباؤ کو اسی جگہ پرتیل کے ایک بارپیا کی بلندی کیا ہوگی جبکہ پارہ ادرتیل کی اضافی نشانیوں بالترتیب ۱۳۵، ۵۹۶ اور ۱۳۹ ہوں۔

۲۔ پانی کے بارپیا کی بلندی ۱.۳۳ سنی میٹر ہے، اگر ۷ سنی میٹر نصف قطر کے ایک مستدیر قرص کو پانی کے اندر ۵۰ میٹر کی گہرائی تک ڈبوایا جائے تو قرص پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۳۔ جب پارہ کا بارپیا ۳۰ اینچ پر ہو تو گلسرین بارپیا کی نلی میں ۲۶ فٹ تک چڑھ سکتی ہے۔ اگر پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۵۶ ہو تو گلسرین کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

اگر بارپیا کی نلی کے اندر پارہ کی سطح پر لوہے کی ایک گولی تیرائی جائے تو تباؤ کہ پارہ کے ارتفاع پر اس کا کیا اثر پڑے گا؟

۴۔ ایک سیلابی بارپیا کی نلی کا قطر ۷ سنی میٹر ہے اور حوض کا ۵.۵ سنی میٹر اگر نلی کے اندر پارہ کی سطح ۲.۵ سنی میٹر اور اونچی ہو جائے تو دریافت کرو کہ بارپیا کی بلندی میں، درحقیقت کیا تبدیلی واقع ہوئی ہے۔

۵۔ ایک سیلابی بارپیا کی نلی کا قطر ۶ اینچ ہے اور حوض کا ۱۶ اینچ

اگر پارہ کی سطح ۱ پانچ اور اونچی ہو جائے تو دریافت کرو کہ باہر پانی کی بلندی میں درحقیقت کیا تبدیلی واقع ہوئی ہے۔

۱۰۴۔ گیس کے دباؤ اور کثافت کا باہمی تعلق۔ یہ آسانی سے بتایا جاسکتا ہے کہ جب کسی گیس پر کا دباؤ بدلتا ہے تو اس کی کثافت بھی بدلتی ہے۔

شیشہ کا ایک معمولی گلاس لو اور اس کو اونڈل کر کے پانی کے اندر عموداً دھکیلو جوں جوں گلاس پانی کے اندر غرق ہوتا جائیگا پانی گلاس کے اندر اوپر چڑھتا آئے گا۔ اس سے ظاہر ہے کہ اس عمل سے ہوا کا حجم کم ہوتا جاتا ہے، اب گلاس کے اندر کی ہوا کا دباؤ اس پانی کے دباؤ کے مساوی ہے جس کو یہ مس کرتی ہے اور صریحاً یہ دباؤ پانی کی سطح پر کے دباؤ سے زیادہ ہے۔ نیز چونکہ سو خزانہ دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے مساوی ہے جو ابتداءً گلاس کے اندر کی ہوا کا دباؤ تھا اس لئے ثابت ہوا کہ جب ہوا کے حجم کو کم کیا جاتا ہے تو اس کا دباؤ بڑھ جاتا ہے۔

اب ایک لڑکے کی ہوائی بندوق پر غور کرو۔ گولی باہر نکالنے کے لئے لڑکا تیزی سے بندوق کے نشانہ کو آگے کی طرف دھکیلتا ہے اور اس عمل سے ہوا کے حجم کو کافی طور پر کم کر دیتا ہے۔ چونکہ گولی ایک خاص رفتار کے ساتھ نکلتی ہے اس لئے ثابت ہوا کہ ہوا کے حجم کے کم ہونے سے اس کا دباؤ ضرور بڑھ گیا ہوگا۔

ایک اور مثال لو۔ ایک پھکنے کا منہ جس کے اندر کچھ ہوا ہو اسطرح بند کر دو کہ یہ ہوا باہر نہ نکل سکے۔ پھکنے کو ایک ہوا پمپ کے اندر رکھ کر متا بلہ کی ہوا خارج کرو۔ جوں جوں ہوا خارج ہوتی جاتی ہے پھکنے پر کا دباؤ کم ہوتا جاتا ہے۔ اس لئے اس کے اندر کی ہوا پر بھی دباؤ کم ہوتا جاتا ہے جس کی وجہ سے یہ پھیلنا شروع کرتی ہے اور پھکنے حجم میں بڑھتا جاتا ہے۔

گیس کے حجم اور دباؤ کا باہمی ربط ایک کلیہ سے ظاہر ہوتا ہے جو تجربہ سے حاصل کیا گیا ہے، اس کلیہ کو بال کا کلیہ کہتے ہیں۔ وہ یہ ہے:-  
کسی گیس کی ایک دی ہوئی مقدار کا دباؤ اس کے حجم کے بالعکس متناسب ہوتا ہے بشرطیکہ اسکی تپش میں تبدیلی واقع نہ ہو یہ کلیہ بر اعظم یورپ میں بالعموم میری آوٹ کے کلیہ سے موسوم ہوتا ہے۔

۱۰۴۔ ہوا کی صورت میں اس کلیہ کی تصدیق تجربی طور پر یوں ہو سکتی ہے، ا ب ج ایک خمدار نلی ہے جس کا سوراخ یکساں ہے اور جس کے بازو ب ا اور ب ج سیدھے ہیں۔ بازو ب ج ب ا کی نسبت بہت لمبا ہوتا ہے اور پر ایک پھوٹا پیچ یا ٹوپی ہوتی ہے جس کو بوقت ضرورت لگا کر نلی ب ا کو ہوا بند بنا دیا جاتا ہے تب پہلے اس ٹوپی یا پیچ کو نکال لو اور ج میں سے نلی کے اندر



اتنا پارہ ڈالو کہ دونوں نلیوں  
میں یہ مسادی مہواری پر ہو۔  
فرض کرو کہ ان نلیوں میں  
اس کی سطح بالترتیب داورع ہے۔  
دھکنے کو کس کر بند کر دو۔  
ایسا کرنے سے ہوا کی کچھ  
مقدار کرہ ہوائی کے دباؤ پر  
تلی میں بند ہو جائے گی۔

ج میں سے اتنا پارہ ڈالو کہ لمبے بازو میں پارہ کی بلندی  
گ پر آجائے۔ تب چھوٹے بازو میں پارہ کی بلندی کسی  
نقطہ قی تک پہنچی جو نقطہ گ سے بہت نیچے ہوگا، اس سے  
یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ چھوٹے بازو کے اندر کی ہوا حجم میں  
کم ہوگئی ہے۔

فرض کرو کہ پارہ کے بارپیمائے کا ارتفاع اس وقت  
ہے اور نقطہ قی کی مہواری پر بڑے بازو میں  
ایک نقطہ س ہے۔

تب بند ہوا کا دباؤ

= نقطہ قی پر کا دباؤ

= نقطہ س پر کا دباؤ

= ستون س گ کا وزن + گ پر کا دباؤ

= ستون س گ کا وزن + ستون ف کا وزن

= ستون (س گ + ف) کا وزن

$$\frac{\text{آخری دباؤ}}{\text{ستون (س گ + ف) کا وزن}} = \frac{\text{ابتدائی دباؤ}}{\text{ستون ف کا وزن}}$$

$$\frac{\text{س گ + ف}}{\text{ف}} =$$

$$\frac{\text{د}}{\text{ق}} = \frac{\text{ہوا کا ابتدائی حجم}}{\text{ہوا کا آخری حجم}}$$

پیمائش کا عمل احتیاط کے ساتھ کرنے سے ازروئے تجربہ ثابت ہوتا ہے کہ

$$\frac{\text{د}}{\text{ق}} = \frac{\text{س گ + ف}}{\text{ف}}$$

$$\frac{\text{ابتدائی حجم}}{\text{آخری حجم}} = \frac{\text{آخری دباؤ}}{\text{ابتدائی دباؤ}}$$

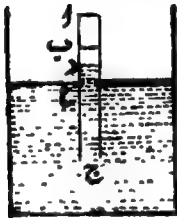
$$\frac{1}{\text{ابتدائی حجم}} = \frac{1}{\text{آخری حجم}} = \frac{\text{ابتدائی دباؤ}}{\text{آخری دباؤ}}$$

اس طرح سے حجم کی کمی کے متعلق کلیہ مذکور ثابت ہو گیا۔

۱۰۵۔ ہوا کے پھیلاؤ کے متعلق بائل کا کلیہ حسب ذیل

طریقہ سے ثابت ہو سکتا ہے۔

ایک برتن میں کچھ پارہ ڈالو اور ایک نلی راج ایسی لو جس کے اندر کچھ پارہ ہو اور جس کا سراج کھلا ہو۔ نلی کو پارہ کے اندر اس طرح غرق کرو کہ اس کا محل انتصابی رہے اور اس کا کھلا سراج برتن میں پارہ کی سطح کے اندر ڈوبا رہے اولاً نلی کو اس طرح رکھو کہ پارہ کی سطح نلی کے اندر اور باہر برابر رہے۔ فرض کرو کہ نلی کا وہ نقطہ جواب پارہ کی سطح میں واقع ہے ب ہے، بنا بریں نلی کے اندر کی بند ہوا کرہ ہوائی کے دباؤ پر طول لب گھیرتی ہے۔



نلی کو کچھ فاصلہ تک پارہ کے باہر اٹھاؤ۔ معلوم ہو گا کہ اندر کی ہوا پھیل گئی ہے اور پارہ نلی کے اندر اوپر اٹھ آیا ہے۔ فرض کرو کہ اب پارہ

اور بند ہوا کی مشترک سطح د پر ہے۔

اگر تجربہ کرتے وقت پارہ کے باہر کا ارتفاع ف ہو تو نلی کے اندر کی ہوا کا ابتدائی دباؤ ج ک ف تھا۔ جہاں ک پارہ کی کثافت ہے اور ج جاذبہ ارض لیکن نلی کو اوپر اٹھانے کے بعد اندر کی ہوا کا دباؤ وہی ہے جو پارہ کا د پر ہے اور یہ دباؤ  $= \text{ع پر کا دباؤ} - \text{ج} \times \text{ک} \times \text{د} = \text{ج} \text{ک} (\text{ف} - \text{د})$

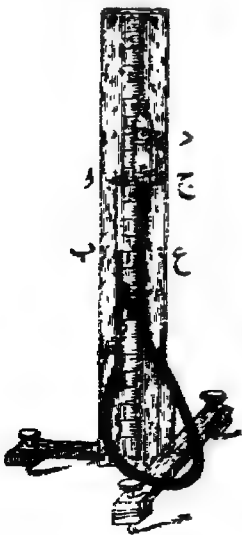
نیز ابتدائی اور آخری حجم بالترتیب  $\omega$  ب اور  $\omega$  د کے مساوی ہیں  
پیمائش کا عمل احتیاط کے ساتھ کرنے سے یہ تجربہ سے

$$\text{معلوم ہوتا ہے کہ } \frac{\omega - \epsilon}{\omega} = \frac{\omega}{\omega}$$

$$\text{یعنی } \frac{\text{آخری دباؤ}}{\text{ابتدائی دباؤ}} = \frac{\text{ابتدائی حجم}}{\text{آخری حجم}}$$

۱۰۶۔ بائل کا کلیہ ذیل کے طریقہ سے بھی ثابت ہوتا ہے۔  
جو دراصل دفعہ ۱۰۴ کے طریقہ کی ترمیم شدہ صورت ہے۔  
ہوا کے حجم کی کمی یا زیادتی دونوں پر اس طریقہ کا یکساں  
اطلاق ہو سکتا ہے۔

$\omega$  ب اور ج د دو شیشے کی نمایاں ہیں جو ربڑ کی لچکدار  
نلی کے ایک ٹکڑے سے باہم ملحق کر دی گئی ہیں۔ یہ نمایاں  
ٹکڑے کے ایک انتصابی قالب کے ساتھ لگا دی گئی ہیں۔  $\omega$  ب کا



ادپر کا سرا بند ہے لیکن ج د کے ادپر کا  
سرا کھلا ہے قالب کے ساتھ ایک انتصابی  
پیمانہ نصب کیا ہوا ہے اور ج د انتصابی  
سمت میں اس پیمانہ کے توازی حرکت  
کر سکتا ہے۔ ربڑ کی نلی اور شیشے کی  
نلیوں کے نچلے حصہ میں پارہ  
بھر دیا جاتا ہے نلی  $\omega$  ب کے ادپر کے  
حصہ میں ہوا ہے جس کا دباؤ کسی خاص

وقت میں  $F + E$  سے تعبیر ہوتا ہے۔ جہاں نقطہ  $E$  کی بلندی وہی ہے جو  $B$  کی ہے اور  $F$  پارہ کے باہر کا ارتفاع ہے،  $E$  کی ج  $D$  کو اوپر نیچے حرکت دینے سے معلوم ہوگا کہ ہر حالت میں

$$\frac{1}{B + E} = \frac{1}{F + E}$$

یعنی حجم  $\propto \frac{1}{\text{دباؤ}}$

۱۰۷۔ قریب قریب زمانہ حال تک یہی خیال کیا جاتا رہا کہ بائل کا کلیہ بدیعہ حجم ہے قابل اعتبار اور صحیح تجربوں کی بنا پر اب یہ معلوم ہوا ہے کہ تمام گیسوں کے لئے یہ کلیہ پورے طور پر صحیح نہیں۔ بایں یہ اس کلیہ کو ان گیسوں کے لئے جن کا مائع بنانا نہایت دشوار ہے (مثلاً ہوا۔ آکسیجن ہائیڈروجن اور نائٹروجن) قریباً قریباً مکمل طور پر صحیح خیال کیا جاسکتا ہے اکثر گیسوں اس شرح کی نسبت جو کلیہ مذکور کی رو سے ہونی چاہیئے زیادہ دب جاتی ہیں یہ تجربہ سے ثابت ہے کہ سوائے ہائیڈروجن کے باقی سب گیسوں میں جوں جوں دباؤ حدود اعتدال کے اندر بڑھتا جاتا ہے، حجم اور دباؤ کا حاصل ضرب کم ہوتا جاتا ہے اور گیس کی امانت جس قدر آسان ہوتی ہے اسی قدر حاصل ضرب مذکور بالا میں یکساں زیادہ نمایاں ہوتی ہے برعکس اس کے ہائیڈروجن کی صورت میں جوں جوں دباؤ بڑھتا جاتا ہے حجم اور دباؤ کے حاصل ضرب میں بھی خفیف اضافہ ہوتا جاتا ہے۔ جو گیس مکمل طور پر بائل کے کلیہ کے تابع ہو کامل گیس کہلاتی ہے۔



متذکرہ بالا گیس تقریباً کال گیس ہیں +

۱۰۸۔ فرض کرو کہ ابتداءً ایک خاص کیت کی گیس کا دباؤ 'ح' اور کثافت کے ہے۔ اب اگر اس کی تپش مستقل رہے اور دباؤ 'د' پر اس کا حجم 'ح' اور کثافت 'ک' ہو جائے تو از روئے کلیہ بال

$$\frac{د}{ح} = \frac{د}{ح}$$

یعنی د ح = د ح - - - - - (۱)  
نیز ک ح اور ک ح دونوں گیس مذکور کی کیت کو تعبیر کرتے ہیں جو کہ مستقل رہتی ہے۔

$$ک ح = ک ح \dots \dots \dots (۲)$$

عمل تقیم سے مساوات (۱) اور (۲) سے

$$\frac{د}{ک} = \frac{د}{ک}$$

پس کسی ایک گیس کی صورت میں ہمیشہ مستقل رہتا ہے  
فرض کرو کہ اس کی قیمت 'م' کے مساوی ہے اس لئے  
د = م ک

مشق۔ اگر یہ مان لیا جائے کہ ہوا کی کثافت اضافی ۱۳.۰۶ ہے  
پارہ کی بارپا کا ارتفاع ۳۰ انچ ہے پارہ کی کثافت اضافی  
۱۳۶۵۹۶ ہے اور ج کی قیمت ۳۲۵۲ ہے تو ثابت کرو کہ م کی قیمت  
فٹ ثانیہ اکائیوں میں تقریباً ۸۴۱۹.۰۶ ہے۔

نیز س'گ' فٹ اکائیوں میں م کی قیمت دریافت کرو جبکہ  
ج' ۹۸۱ کے برابر ہو اور پارہ کے بار پیمائے کا ارتفاع ۷۶ سنتی میٹر ہو۔  

$$د = \frac{۳}{۱۳} \times ۱۳۵۵۹۶ \times ج' \times \frac{۱}{۶۲}$$
 پونڈل فی مربع فٹ  
 اور ک =  $۶۰۰۱۳ \times \frac{۱}{۶۲}$  پونڈ

$$\therefore م = \frac{۳}{۱۳} \times ۱۳۵۵۹۶ \times ۳۲۵۲ \times \frac{۱}{۶۰۰۱۳}$$

$$= \frac{۱۰۹۳۴۸۰}{۱۳} = ۸۴۱۹۰.۶ \text{ تقریباً}$$

س'گ' فٹ نظام میں

$$د = ۹۸۱ \times ۱۳۵۵۹۶ \times ۷۶ \text{ ڈائن فی مربع سنتی میٹر}$$

اور ک =  $۶۰۰۱۳$  گرام فی مکعب سنتی میٹر

$$\therefore م = \frac{۹۸۱ \times ۱۳۵۵۹۶ \times ۷۶}{۶۰۰۱۳} = \frac{۹۸۱ \times ۳۵۵۶۰ \times ۷۶}{۱۳}$$

$$= ۴۴۹۷۴۱۰۰۰ \text{ تقریباً}$$

۱۰۹- مشق ۱- پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۵۶ سے اور اسکا بار پیمائے ۳۰ اینچ ہے۔  
 گیس کے ایک بلبلے کا حجم ایک جھیل کی تہ پر جو ۷۰ فٹ گہری ہے  
 ایک مکعب انچ ہے۔ بتاؤ کہ جب بلبلہ سطح پر آئے گا تو اس کا حجم کیا ہوگا  
 اگر پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۶۲ ہو تو جھیل کی تہ پر دباؤ  
 فی مربع فٹ

$$= ۱۷۰ + ۱۳۵۶ \times \frac{۱}{۶۲}$$

$$= ۲۰.۲$$

نیز جھیل کی سطح پر دباؤ =  $۱۳۵۶ \times \frac{۱}{۶۲} = ۲۱.۲$   
 پس اگر حجم مطلوبہ لا ہو تو

$$لا \times ۲۱.۲ = ۲۰.۲ \times ۱$$

∴ لا = ۶ مکعب انچ

مشق ۲۔ پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہے، ہوا کے ایک مکعب فٹ کا وزن  $\frac{1}{16}$  اونس ہے، اگر آبی باریٹا کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو تو بتاؤ کہ پانی کے نیچے کس گہرائی پر ہوا کا ایک بلب ڈوب جائیگا۔ فرض کرو کہ گہرائی لا پر حباب مذکور عین تیر سکتا ہے۔ یہ صورت صریحاً اس وقت واقع ہوگی جبکہ اس گہرائی پر ہوا کی کثافت پانی کی کثافت کے عین برابر ہو۔ تب بائل کے کلیہ کی رو سے

$$\frac{۳۴ + ۶}{۳۴} = \frac{\text{گہرائی لا پر ہوا کی کثافت}}{\text{کرہ ہوائی کی کثافت}}$$

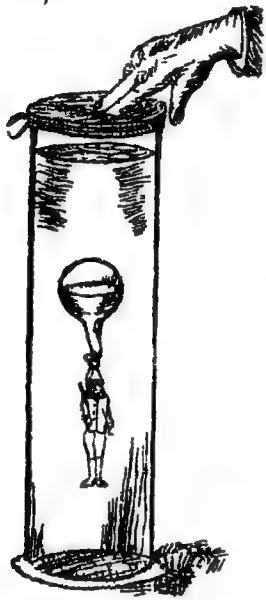
$$= \frac{\text{پانی کی کثافت}}{\text{کرہ ہوائی کی کثافت}} \quad \text{کیونکہ حباب عین تیر سکتا ہے}$$

$\frac{۱۰۰۰}{۱۶} = ۸۰۰$  ∴ لا ۲۰۱۶۶ فٹ = ۵ میل سے قدرے زیادہ  
پانی کے اندر اس گہرائی سے زیادہ پر حباب ڈوب جائے گا۔ اور اس سے کم گہرائی پر اوپر اُٹھ جائے گا۔

۱۱۰۔ کارٹنری خواص۔ یہ کھلونا شیشے کے ایک جوف پر مشتمل ہوتا ہے جس کے پیندے میں ایک سورخ ہوتا ہے اس کو متوازن رکھتے کے لئے اس کے پیندے کے ساتھ کچھ وزن لگا ہوتا ہے جو عموماً آدمی کی شکل کا ہوتا ہے جوف کے اندر استقر ہوا رکھی جاتی ہے کہ پورا کھلونا پانی کے اندر عین تیر سکتا ہے۔

ذیل کی شکل میں یہ کھلونا ایک اسطوانہ کے اندر جس میں پانی ہے تیر رہا

ہے۔ اسطوانہ کے منہ کو ربڑ کے ایک ٹکڑے سے بند کر دیا گیا ہے۔ اگر ربڑ کو ہاتھ سے دبایا جائے تو بائل کے کلیہ سے اس کے نیچے کی ہوا کا دباؤ بڑھ جاتا ہے۔ یہ مزید دباؤ پانی میں سے منتقل ہوتا ہوا کھلونے کے اندر کی ہوا پر اثر ڈالتا ہے جسکا حجم کلیہ بائل کی رو سے کم ہو جاتا ہے۔



اس کا لازمی نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ خواص اب پہلے کے نسبت بہت کم پانی ہٹاتا ہے جس کی وجہ سے پانی کا اُسی دباؤ کم ہو جاتا ہے۔ نیز چونکہ خواص کے وزن میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی اس لئے یہ ڈوب جاتا ہے۔

جب ربڑ پر سے ہاتھ ہٹا لیا جائے تو دباؤ کم ہو جاتا ہے اور خواص بالعموم پھر تیرنے لگتا ہے۔

بعض اوقات برتن بہت گہرا ہوتا ہے اور برتن کے پینڈے تک پہنچنے میں یا قبل ازیں خواص کے اندر کی ہوا کا حجم استقدر کم ہو جاتا ہے کہ خواص کا وزن ہٹائے ہوئے پانی کے وزن سے بڑھ جاتا ہے۔ جب ایسا ہو تو خارجی دباؤ کے ہٹا لینے پر بھی خواص اوپر نہیں اُٹھے گا۔

## امثلہ نمبری ۲۲

۱۔ ۴ درجہ سنتی گریڈ پیش کے پانی کے لحاظ سے پارہ کے ۷۰۰ ملی میٹر کے دباؤ پر ہوا کی کثافت اضافی ۱۱۹ ... معلوم کی گئی ہے بتاؤ کہ میٹری ۱ باؤ (یعنی پارہ کے ۷۰ ملی میٹر) پر ہوا کی کثافت اضافی کیا ہوگی ؟

۲۔ یہ معلوم ہے کہ جب پارہ کا بار پیماس ۴۵ s ۲۹ انچ پر ہو تو ... اکب انچ ہوا کا وزن ۳۱ گرین ہوتا ہے بتاؤ کہ جب پارہ کے بار پیماس کا ارتفاع ۳۰ s ۲۳ انچ ہو جائیگا تو ... اکب انچ ہوا کے وزن میں کیا تبدیلی واقع ہوگی ؟

۳۔ اگر آبی بار پیماس ۳۳ فٹ پر ہو تو پانی کی سطح کے نیچے ۱۰ فٹ کی گہرائی پر ایک جاب کا حجم ۳ مکعب انچ ہوتا ہے بتاؤ کہ کس گہرائی پر اس کا حجم ۲ مکعب انچ ہوگا۔

۴۔ یہ فرض کر کے کہ آبی بار پیماس کا ارتفاع ۵ فٹ ہے بتاؤ کہ ایک گلاس اوندھا کر کے پانی کے اندر کس گہرائی تک غرق کیا جائے کہ اس کے اندر کی ہوا کا حجم ابتدائی حجم کا ایک تہائی رہ جائے۔

نیز بتاؤ کہ ایک مخروطی گلاس کو اوندھا کر کے پانی کے اندر کس گہرائی تک ڈبویا جائے کہ پانی اس کی نصف بلندی تک اس کے اندر چڑھ جائے۔

۵۔ اسطوانہ کی شکل کی ایک امتحانی نلی کو اٹا کر کے پانی کے اندر انتصاباً غرق کیا گیا ہے۔ جب نلی کا وسطی نقطہ ۵ s ۳۲ فٹ کی

گہرائی پر ہوتا ہے تو نلی کے اندر اس کے نصف طول تک پانی اوپر چڑھ آتا ہے۔ آبی بارپیا کا ارتفاع معلوم کرو۔

۷۔ ایک یکساں نلی کی چوٹی کھلی ہے اور پیندا بند ہے اس کو اٹا کر کے پارہ کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کے ۲۵ سنتی میٹر طول میں گیس بھری رہتی ہے جس کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے مساوی ہے، بتاؤ کہ نلی کو کتنا اوپر اٹھایا جائے کہ اس کے ۵۰ سنتی میٹر طول میں گیس بھر جائے۔

۸۔ چائے دانی کے ڈھکنے میں جو ایک چھوٹا سوراخ رکھا جاتا ہے اور نیز شراب کے ڈب میں جو نکاسی سوراخ ہوتا ہے اس کے فوائد بیان کرو۔

۸۔ ایک مجوف بند اسطوانہ کے اندر جس کا طول ۲ فٹ ہے ایک فشارہ ہے۔ جب فشارہ اسطوانہ کے قاعدہ سے ۱۲ انچ کے فاصلہ پر ہو تو اندر کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ یعنی فی مربع انچ ۱۵ پونڈ کے مساوی ہوتا ہے، قاعدہ کے ایک سوراخ میں سے اسطوانہ کے اندر اس قدر اور ہوا بھری گئی ہے کہ پہلے کی نسبت اسطوانہ کے اندر اب تین گنی ہوا ہو جاتی ہے۔ اگر فشارہ کو ۴۰ انچ اوپر اٹھنے دیا جائے تو فشارہ کی دونوں جانب ہوا کا دباؤ محسوب کرو۔ فشارہ اپنے ابتدائی محل سے کتنے انچ اوپر اٹھے کہ یہ بھر متوازن ہو جائے۔

۹۔ ایک غبارہ کو گیس سے آدھا بھرا ہوا ہے۔ جب پارہ کا بارپیا ۳۰ انچ ہو تو غبارہ ہوا میں عین معلق رہ سکتا ہے، اگر بارپیا اتار کر ۲۸ انچ پر آجائے تو بتاؤ کہ کیا واقع ہوگا۔

اگر کل غبارہ میں ۳۰ انچ کے دباؤ پر گیس بھری ہو تو کیا واقع ہوگا۔

۱۰۔ گیس جمع کرنے کے لئے اسطوانہ کی شکل کا ایک برتن استعمال کیا گیا ہے جو پانی میں اونڈیا گیا ہوا ہے۔ اس کا قطر  $2\frac{1}{4}$  فٹ ہے اور اس کا وزن ۶۰ پونڈ ہے۔ بتاؤ کہ اسطوانہ کے وزن کا کونسا حصہ باؤں سے سہارا جاسے کہ اس سے جو گیس میسر آئے اس کا دباؤ پانی کے ایک انچ ارتفاع کے سادی ہو۔

۱۱۔ ایک پائمنٹ کی شیشی کے اندر ہوا ہے جس کا دباؤ کرہ ہوئی کے دباؤ کے سادی ہے جب شیشی کے ساتھ ۵ اونس وزن اور نکلا دیا جاتا ہے تو یہ پانی میں عین تیر سکتی ہے، اس وزن کو پٹا کر شیشی کی گردن نیچے کی طرف کر کے اسے آہستہ سے نیچے دبایا جاتا ہے، ثابت کر دو کہ شیشی پانی میں عین تیر سکیگی جب اندر کے پانی کی سطح بیرونی سطح سے ۱۱ انٹ نیچے ہو۔ اور شیشی ڈوب جائیگی اگر اس کو اور نیچے دبا دیا جائے اور اوپر اٹھ آئے گی اگر دباؤ ذرا کم کر دیا جائے، آبی بار پیم کا ارتفاع ۳۳ انٹ ہے اور پانی کے ایک پائمنٹ کا وزن ۲۰ اونس ہے۔

۱۲۔ ایک ہوا بند اسطوانہ کی بلندی ۲ ۱/۲ ہے، اس اسطوانہ کے آدھے حصے میں ہوا ہے اور آدھے میں پانی، ہوا کا دباؤ کرہ ہوئی کے دباؤ کے سادی ہے جو پانی کے ارتفاع ۴ فٹ کے دباؤ کے برابر ہے، اسطوانہ میں مزید بلندی تک اور پانی اس طرح بھر دیا گیا ہے کہ ہوا کھٹنے نہیں پاتی جس سے قاعدہ پر کا دباؤ دگنا ہو جاتا ہے ثابت کرو کہ

$$ک = ۱ + ف - ۲ \text{ ا ف } + ف^۲$$

۱۳۔ ایک انتصابی اسطوانہ کی افقی تراش ایک مربع ہے جس کا ہر ضلع ایک فٹ ہے، اس کے اندر ایک بے وزن فشارہ پھنس کر آتا ہے۔ ابتداءً فشارہ کے نیچے کی ہوا ۷ فٹ طول کی جگہ گھیرے ہوئے ہے اور اس کا دباؤ بیرونی ہوا کے دباؤ کے مساوی ہے۔ اگر فشارہ پر  $\frac{1}{2}$  مکعب فٹ لٹا رکھا جائے تو یہ ایک فٹ نیچے چلا جاتا ہے اور اگر علاوہ ازیں فشارہ پر ۶ مکعب فٹ پانی ڈالا جائے تو یہ  $\frac{34}{100}$  فٹ اور نیچے چلا جاتا ہے، لوہے کی کٹا فٹ اصنافی اور آبی بار پیماس کا ارتفاع دریافت کرو۔

۱۴۔ ایک مجوف اسطوانہ جس کا ارتفاع ۱۰ فٹ ہے اوپر سے کھلا ہے اس کو اٹا کر کے پانی کے اندر اتنا ڈبوایا گیا ہے کہ اس کا طول ک پانی کے اندر ہے۔ ثابت کرو کہ اندر کی ہوا جو جگہ گھیرے ہوئے ہے اس کا طول لا ذیل کی مساوات سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(L + l) \rho = (H + h) \rho = F \times F$$

جہاں  $F$  آبی پیماس کا ارتفاع ہے

۱۵۔ ایک کھلے کنستر کی بلندی  $\frac{1}{2}$  فٹ ہے، اس کو اٹا کر کے پارہ کے ایک برتن میں رکھا گیا ہے اور اوپر سے اتنا دبا یا گیا ہے کہ اس کا پینڈا پارہ کی سطح میں آ جاتا ہے، اگر سیما بی بار پیماس کا ارتفاع ۳۰ انچ ہو تو بتاؤ کہ کنستر کے اندر پارہ کتنا اوپر چڑھ جائے گا؟

۱۶۔ ایک مخروطی گلاس کی بلندی ۴ انچ ہے، اس کو اٹا کر کے پانی کے اندر اس قدر غرق کیا گیا ہے کہ اندر کے پانی کی سطح باہر کے پانی کی سطح سے ۳۴ فٹ نیچے ہے، اگر آبی بار پیماس کا ارتفاع ۳۴ فٹ



ہو تو مخروط کے اس حصہ کی بلندی دریافت کرو جس کے اندر ہوا ہے۔  
 ۱۷۔ ایک پتلا مخروط جس کا وزن ۵ ہے ایک مائع کے اندر عین ڈوب جاتا ہے جبکہ اس کا قاعدہ نیچے کی طرف ہو لیکن اگر اس کا رأس نیچے کی جانب ہو تو اسی گہرائی تک ڈوبنے کے لئے اس کے اندر ۵ وزن اور رکھنا پڑتا ہے، ثابت کرو کہ مخروط کا ارتفاع ۴ م گمراہ ۱۱ م ہے جہاں ۴ م مائع مذکور کے بار پیمائے کا ارتفاع ہے۔

۱۸۔ ایک مستدیر اسطوانہ کا ایک سرابند ہے، اس کا ارتفاع ۸ فٹ ہے اور اس کی بیرونی اور اندرونی عمودی تراشوں کے، قبوں کی نسبت ۴:۷ ہے، بند سرے کی موٹائی کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے اور اسطوانہ کی کثافت اضافی ۲ ہے، اسطوانہ کے کٹے ہوئے سرے کو نیچے کی طرف کر کے اسے پانی کے اندر ڈبویا گیا ہے، ثابت کرو کہ اگر کٹے سرے کی گہرائی ۳ فٹ سے زیادہ ہوگی تو اسطوانہ خود بخود اور نیچے ڈوب جائے گا آبی بار پیمائے ۳۳ فٹ پر ہے۔

۱۹۔ ایک اسطوانہ کا ارتفاع ۵ فٹ ہے اور اس کا محور امتصائی ہے، اسطوانہ کے اندر ہوا ہے جس کا دباؤ کرۂ ہوائی کے دباؤ کے مساوی ہے، اسطوانہ کے منہ کو ایک پھنس کر آنے والے فشار سے بند کیا ہوا ہے جس کی کمیت ۳۰ پونڈ ہے، اگر فشار اپنے ہی وزن سے ۲ فٹ نیچے اتر جائے تو بناؤ کہ فشار کو اور ۲ فٹ نیچے اتارنے کے لئے اس پر کتنا مزید دباؤ ڈالنا پڑے گا؟

۲۰۔ ایک اسطوانہ کے اندر جس کا محور امتصائی ہے ۵ و ۶۲ پونڈ وزن کا ایک فشار خوب پھنس کر آتا ہے۔ اسطوانہ کے اندر کچھ ہوا ہے

جس کا طول ۱ فٹ ہوتا ہے جبکہ فشارہ کے اوپر ۳ فٹ کی بندی تک پانی ڈالا جائے، پانی کے اند ایک رسی کے ذریعہ ایک کرہ آزادانہ لٹکایا گیا ہے جو پانی کے اند پورا غرق ہو جاتا ہے، اگر اسطوان کا قطر ایک فٹ ہو تو بتاؤ کہ فشارہ اور کتنا نیچے اتر جائیگا؟

۲۱۔ ایک افقی اسطوانہ کے دونوں سرے بند ہیں اور اس کے عین وسط میں ایک پھنس کر آنے والا فشارہ ہے جس کا وزن ۱۰ ہے۔ فشارہ کے دونوں جانب ہوا ہے جس کا دباؤ کرد ہوائی کے دباؤ ۲۲ کے مساوی ہے، اسطوانہ کو ایک جانب سے اٹھا اٹھایا گیا ہے کہ اس کا محور افقی کے ساتھ زاویہ عم نہ بناتا ہے، بتاؤ کہ فشارہ جس مقام پر پھر متوازن ہوگا اس کا فاصلہ ابتدائی مقام سے

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 1 \text{ فٹ}$$

ہوگا جہاں اسطوانہ کا طول ۵۲ ہے۔ فشارہ کا رقبہ ہے اور لہ مستقل مقدار  $\frac{1}{2}$  کو تعبیر کرتا ہے۔

۲۲۔ ایک اختصائی اسطوانہ کا قاعدہ بند ہے اور یہ ہوا سے بھرا ہوا ہے، اس کا ارتفاع ۱۰ فٹ ہے اور اس کے منہ پر ایک پھنس کر آنے والا بے وزن فشارہ ہے جس پر آہستہ آہستہ پانی ڈالا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ فشارہ کے اوپر اسطوانہ کے اندر پانی کی اتنی مقدار ڈالی جاسکتی ہے جو اس کے ف۔ ف۔ طول کو بھر دے بشرط اس کے کہ پانی اوپر سے بہنا شروع ہو۔ اس ف۔ ف۔ آبی باریبیہ کے ارتفاع کو تعبیر کرتا ہے اگر ف۔ ف۔ تو کیا واقع ہوگا۔

۱۱۱۔ ایک گیس کے دباؤ، پھنس اور کشافت کا باہمی ارتباط

تجربہ سے ثابت کیا جاسکتا ہے کہ اگر کسی گیس کی ایک خاص مقدار کا دباؤ مستقل رہے تو اس کی تپش کے ہر ایک درجہ سنتی گریڈ کے اضافہ کے جواب میں جو اضافہ اس کے حجم میں واقع ہوگا وہ اس حجم کا  $3645 \div 100 = \left( \frac{1}{273} \right)$  تقریباً گنا ہوگا جو صفر درجہ سنتی گریڈ پر گیس مذکور کا ہو۔

پس اگر گیس کی ایک خاص کمیت کا حجم  $^{\circ}$  سنتی گریڈ پر  $ج$  ہو اور  $3645 \div 100$  کو تعبیر کرے تو تپش میں ہر ایک درجہ سنتی گریڈ کے اضافہ سے گیس کے حجم میں  $ج$  کا اضافہ ہوگا اور بنا بریں  $ت$  سنتی گریڈ پر کل اضافہ  $ج.ت$  ہوگا۔  
لہذا اگر  $ت$  سنتی گریڈ پر ہوا کے حجم کو  $ح$  سے تعبیر کیا جائے

$$ح = ج + ج.ت = ج.(1 + ت)$$

نیز اگر  $ت$  سنتی گریڈ اور  $^{\circ}$  سنتی گریڈ پر کثافتیں بالترتیب  $ک$  اور  $ک.ج$  ہوں تو

$$ک.ج = ک.ح$$

$$\text{اس لئے } \frac{ک.ج}{ک} = \frac{ج}{ح} = 1 + ت$$

$$ک.ج = ک.(1 + ت)$$

مندرجہ بالا کلیہ کو بعض اوقات گے لڑک کے کلیہ سے اور بعض اوقات چارلس کے کلیہ سے موسوم کرتے ہیں۔

۱۱۲۔ دفعہ ماقبل کا کلیہ تمام گیسوں پر صادق آتا ہے جو گیسیں قریب قریب کمال ہیں ان کی صورت میں  $ت$  کی قیمت اس مقدار

یعنی  $\frac{1}{243}$  کے نہایت قریب ہے۔

تپش نا پنے میں اگر سستی گرید تپش پیا کی بجائے فارن ہیت استعمال کیا جائے تو اس کی قیمت تقریباً  $\frac{5}{9} \times \frac{1}{32}^{\circ}\text{F}$  ہوگی۔

مشق ۱۔ اگر ہوا کی ایک خاص مقدار کا حجم ۱۰ سنتی گریڈ پش پر ۳۰۰

مشق ۱۔ اگر ہوا کی ایک خاص مقدار کا حجم ۱۰ سنتی گریڈ پیمائش پر ۳۰۰ کلب سنتی میٹر ہو تو اس کا حجم ۲۰ سنتی گریڈ پر (جب دباؤ وہی رہے) معلوم کرو اگر ۱ سنتی گریڈ پر حجم ح ہو تو

$$2 \times \frac{2 \times 3}{2 \times 3} = 2 \times \frac{1}{2 \times 3} \times 1 + 2 = 3 \dots$$

$$r \dots \times \frac{123}{283} = 2 \therefore$$

لہذا ۲۰ سستی گریہ پر حجم مطلوبہ =  $C + 20 \times \frac{1}{243} \times C$

$$700 \times \frac{293}{283} = 7 \frac{293}{283} =$$

$$= \frac{140}{283} \times 100 \text{ کعب سنٹی میٹر}$$

$$= \frac{۲۷۳ + ت}{۸۰۰} \quad ت = ۸۰۰ \text{ سنتی گریڈ}$$

۱۱۳۔ فرض کرو کہ کچھ گیس ۰ سنتی گریڈ پر ایک اسطوانہ کے اندر بند ہے اور اتنے وزن کے ایک فشار کو خفائے ہوئے ہے کہ گیس کا دباؤ ۰ ہے۔ اگر گیس کی کثافت ک ہو تو

$$د = م ک \quad (۱)$$

اب اسطوانہ کو اتنا گرم کرو کہ اس کی تپش ۰ سنتی گریڈ ہو جائے۔ فرض کرو کہ گیس کی کثافت اب ک ہے۔ تب کلیہ چارلس سے ظاہر ہے کہ

$$ک = ک (۱ + عد ت) \quad (۲)$$



(۱) اور (۲) کی رو سے

$$د = م ک (۱ + عد ت)$$

اس سے گیس کی تپش، دباؤ اور کثافت کا باہمی ربط معلوم

ہوتا ہے۔  
۱۱۴۔ تپش مطلق۔ اگر کسی گیس کو بالترجیح ٹھنڈا کرتے جائیں حتیٰ کہ اس کی تپش صفر درجہ سنتی گریڈ سے بھی بہت نیچے ہو جائے اور گیس مائع نہ بنے بلکہ چارلس اور بائل کے کلیوں کے تحت میں رہے تو کسی تپش ۱ پر گیس کا دباؤ صفر ہو جائیگا جہاں  
 $۱ + عد ت = ۰$

$$\text{یعنی } ت = - \frac{۱}{عد} = - ۲۷۳$$

اس - ۲۷۳ درجہ کی تپش کو ہوائی تپش پیم کا صفر مطلق کہتے ہیں اور کسی گیس کی تپش جو اس صفر سے نیچی جائے

تپش مطلق کہلاتی ہے، تپش مطلق کو بالعموم  $T$  سے تعبیر کرتے

ہیں  $T = \frac{1}{\alpha} + T$   
 لہذا  $\Delta = M_k (1 + \alpha T) = M_k \alpha (\frac{1}{\alpha} + T)$

$= M_k \alpha T$

اب اگر گیس کی ایک خاص مقدار کا حجم  $V$  ہو تو

$\Delta T = M \alpha [C \times K] = M \alpha \times \text{گیس کی کمیت}$

$=$  ایک مقدار مستقل

اسلئے اگر کسی گیس کی کوئی خاص کمیت دی ہوئی ہو تو اس کے دباؤ اور حجم کا حاصل ضرب اس کی تپش مطلق کے متناسب ہوتا ہے۔  
**مشق ۱۔** ایک کرہ کے اندر ہوا ہے کرہ کے نصف قطر کو دگنا کر دیا

کیا ہے اور نیز اس کی تپش کو  $\theta$  سنتی گریڈ سے  $91^\circ$  سنتی گریڈ کر دیا گیا ہے ثابت کرو کہ ایسا کرنے سے آخری دباؤ ابتدائی دباؤ کا  $\frac{1}{4}$  رہ گیا ہے،  
 مان لو کہ پھیلاؤ کی قدر فی درجہ سنتی گریڈ  $\frac{1}{273}$  ہے۔

فرض کرو کہ ابتدائی دباؤ  $\Delta$  اور آخری دباؤ  $\Delta'$  ہے، ابتدائی کثافت  $K$  اور آخری کثافت  $K'$  ہے۔

چونکہ کرہ کے نصف قطر کو دگنا کر دیا گیا ہے اس لئے آخری حجم ابتدائی حجم کا ۸ گنا ہے

$\therefore K' = \frac{1}{8} K$

$\therefore \frac{\Delta'}{\Delta} = \frac{M K' (1 + \alpha \theta')}{M K (1 + \alpha \theta)} = \frac{1}{8} \left[ \frac{91}{273} + 1 \right]$

$$\frac{1}{4} = \frac{343}{424} \times \frac{1}{4} =$$

## امثلہ نمبری ۲۳

[ذیل کی اشہ میں عد کو  $\frac{1}{4}$  کے برابر فرض کرو]

۱۔ صفر درجہ سنتی گریڈ کی تیش اور پارہ کے ۷۶ سنتی میٹر کے دباؤ پر حجم محسوب کرو

(۱) اس ہوا کا حجم ۸۰ سنتی میٹر کے دباؤ اور ۶۰ سنتی گریڈ کی تیش پر ۱۰۰ کعب سنتی میٹر ہو

(۲) اس ہوا کا جس کا حجم ۳ ہوائی کروں کے دباؤ اور ۱۰۰ فٹن ہیت تیش پر ۳ کعب فٹ ہو۔

۳۔ گیس کی ایک خاص مقدار پارہ کے ۵۷ اینچ دباؤ اور ۶۹ سنتی گریڈ پر ۹ کعب اینچ گھیرتی ہے، بتاؤ پارہ کے ۵۱ اینچ دباؤ اور ۶۹ سنتی گریڈ تیش پر کتنی جگہ گھیرے گی؟

۴۔ پارہ کے ۳۱ اینچ دباؤ اور ۴۹ سنتی گریڈ تیش پر ہوا کی ایک خاص کیت ۵ کعب اینچ جگہ گھیرتی ہے، بتاؤ پارہ کے ۴۵ اینچ دباؤ اور ۷۸ سنتی گریڈ تیش پر اس کا حجم کیا ہوگا؟

۵۔ سطح مندر پر تیش ۷۸ سنتی گریڈ ہے اور پارہ ۵۰ فٹ میٹر پر ہے۔

نیز ایک پباڈ کی جوٹی پر تیش ۹۳ سنتی گریڈ ہے و دباؤ پارہ ۴۰۰ فٹ میٹر پر ہے۔ دونوں جگہوں پر ہوا کے ایک کعب میٹر کے اوزان کا مقابلہ کرو۔

۵۔ ایک استوانہ میں دو گیسیں ہیں جن کے: تھلاط کو ایک حرکت کرنے والا فشارہ رو کے ہوئے ہے۔ دونوں گیسیں ۷۸ سنتی گریڈ پر ہیں اور ان میں

سے ایک کا حجم دوسری کے حجم کا دگنا ہے۔ اگر زیادہ حجم والی گیس کی تپش کو تہ بڑا دیا جائے تو ثابت کرو کہ فشار  $\frac{2}{3} \frac{L}{V} \frac{E}{T}$  جگہ میں سے حرکت کرے گا جہاں  $L$  اسطوانہ کا طول ہے اور  $E$  پھیلاؤ کی قدر فی درجہ سنتی گریڈ ہے۔

۶۔ ایک کرہ کے اندر ہوا ہے، کرہ کے نصف قطر کو دگنا کر کے اس کی تپش کو ۵۵ سینٹی گریڈ سے ۵۵ سینٹی گریڈ کر دیا گیا ہے، اگر ہوا کے پھیلاؤ کی قدر فی درجہ سنتی گریڈ  $\frac{1}{3}$  ہو تو ثابت کرو کہ اندر کی ہوا کا دباؤ پہلے کی نسبت  $\frac{1}{3}$  رہ جائے گا۔

۷۔ ۹۰ سینٹی گریڈ تپش پر ہوا کے ایک سینٹی میٹر مکعب کا وزن ۰۰۱ گرام ہے جبکہ بار سپا کا ارتفاع ۶۶ سینٹی میٹر ہے، پاورہ کی کثافت ۱۳۵۵۹۶ ہے، جاذبہ افش کے اسراع کی عددی قیمت ۹۸۱ ہے اور مستقل دباؤ کے ماتحت نقطہ انجماد سے لیکر نقطہ جوش تک ہوا کے پھیلاؤ کی شرح اس سے ۳۶۶ ڈیگرم ہوتی ہے۔ ایک گرام ہوا کے لئے  $\frac{1}{3}$  کی قیمت محسوب کرو۔

۸۔ ایک فشارہ ایک اسطوانہ میں پھنس کر آتا ہے اور اس کے اندر آزادانہ حرکت کرتا ہے، ابتداً اس کو اسطوانہ کے عین وسط میں رکھا گیا ہے اور اسطوانہ کے سرے بند کر دئے گئے ہیں۔ جب اسطوانہ کو انتصابی سمت میں رکھا جاتا ہے تو فشارہ کا فاصلہ بالائی سرے سے اسطوانہ کے کل طول کا  $\frac{1}{3}$  گنا ہوتا ہے لیکن اگر دونوں حصوں کی تپشوں کو بڑا کر بالترتیب  $T$  اور  $2T$  کر دیا جائے جہاں  $T$  اور  $2T$  مطلق تپشیں ہیں تو فشارہ پھر اسطوانہ کے وسط میں آ جاتا ہے، ثابت کرو کہ اسطوانہ کی ابتدائی مطلق



تپش  $t$  سے  $t_0$  تھی۔  
**۱۱۵۔** گیسوں کے آمیزہ کا دباؤ۔ یہ تجربہ سے ثابت کیا جاسکتا ہے کہ اگر دونوں میں دو قسم کی گیسیں موجود ہوں اور دونوں ایک ہی تپش اور دباؤ پر ہوں تو ان کو ملائے سے ان کے آمیزہ کا دباؤ وہی رہیگا جو پہلے تھا بشرطیکہ دونوں گیسوں میں کسی قسم کا اتحاد کیمیائی واقع نہ ہو۔

**۱۱۶۔** دو گیسیں ایک ہی تپش پر ہیں اور ان میں سے ہر ایک کا حجم  $V$  ہے ان کے دباؤ بالترتیب  $P_1$  اور  $P_2$  ہیں۔ اگر ان کو ملا دیا جائے اور آمیزہ کا حجم بھی  $V$  ہو تو آمیزہ کا دباؤ  $P_1 + P_2$  ہوگا بشرطیکہ تپش میں کوئی تبدیلی واقع نہ ہو۔  
 دوسری گیس کے حجم کو ایسے بدللو کہ اس کا دباؤ  $P_1$  ہو جائے، تب کلیہ بائل کی رو سے اس کا حجم  $V_1$  ہوگا۔  
 اب ہمارے پاس دو مختلف گیسوں کے دو حجم  $V_1$  اور  $V_2$  ہیں اور ہر ایک کا دباؤ  $P_1$  ہے، ان کو ملا دو۔

دفعہ گزشتہ کے تجربہ کی بنا پر آمیزہ کا حجم  $(V_1 + V_2)$  اور دباؤ  $P_1$  ہوگا۔

اب فرض کرو کہ آمیزہ کا حجم  $V$  بنا دیا گیا ہے اور اس کے متناظر دباؤ کی قیمت  $P$  ہے۔ تب بائل کے کلیہ کی رو سے

$$P \times V = (P_1 \times V_1 + P_2 \times V_2)$$

$$P = P_1 + P_2$$

۱۱۷۔ دو گیسوں کو جن کے حجم  $H$  اور  $H$  اور دباؤ  $D$  اور  $D$  ہیں باہم ملا کر ایک ایسے ظرف میں ڈالا گیا ہے جس کا حجم  $H$  ہے۔ اگر تپش نہ بدلے تو آمیزہ کا دباؤ محسوب کرو۔

دوسری گیس کو دباؤ  $D$  سے  $D$  پر لے آؤ تب بائل کے کلیہ کے مطابق اس کا حجم  $H$  سے  $H$  ہو جائے گا۔

اب ہمارے پاس حجم  $H$  اور  $H$  کی دو گیسیں ہیں اور ہر ایک کا دباؤ  $D$  ہے، حسب سابق ان کو ملانے سے حجم

$H + H$  کا ایک آمیزہ حاصل ہوگا جس کا دباؤ  $D$  ہوگا۔

اب فرض کرو کہ آمیزہ کا حجم بدل کر  $H$  اور بنا بریں اس کا دباؤ  $D$  کر دیا گیا ہے۔ تب بائل کے کلیہ کی رو سے

$$D \times H = (H + H) \times D = D \times H + D \times H$$

یعنی مطلوبہ دباؤ  $D = D + D$

۱۱۸۔ اگر دفعہ ۱۱۷ کی مانند ہمارے پاس متعدد گیسیں ہوں

جن میں سے ہر ایک کا حجم  $H$  ہو لیکن دباؤ بالترتیب  $D$ ،  $D$ ،  $D$ ، .... ہوں تو جب ان کو ملانے سے بالآخر آمیزہ کا حجم  $H$  بنا دیا جائے تو آمیزہ کا دباؤ  $D + D + D + \dots$  ہوگا۔

یہ کلیہ ڈالٹن کے کلیہ سے موسوم ہے۔ اس کو بالفاظ دیگر

یوں بھی بیان کیا جاسکتا ہے: اگر ایک خاص حجم کے اندر بہت سی گیسوں کو بھر دیا جائے تو ہر ایک گیس کا دباؤ اتنا ہی

ہوگا جتنا کہ باقی گیسوں کی عدم موجودگی میں اس کا ہوتا، یعنی آمیزہ کا مجموعی دباؤ سب گیسوں کے انفرادی دباؤں کے مجموعہ کے سادی ہوگا۔

مشق — دو گیسوں کی کیتیں بالترتیب م اور م ہیں اور ہر ایک کے دباؤ اور کثافت کی نسبت بالترتیب ک اور ک، اگر ان کو لانے سے پیش میں کوئی فرق نہ آئے تو ثابت کرو کہ آمیزہ میں دباؤ کی نسبت کثافت کے ساتھ  $\frac{مک + مکت}{م + م}$  ہوگی۔

### ۱۱۹۔ بار پیمائی کے ذریعہ بلندیوں کا معلوم کرنا

اگر کرہ ہوائی حالت سکون میں ہو اور اس کی پیش مستقل ہو اور اگر اس میں ایسے نقطے لئے جائیں جن کی بلندیاں سطح زمین کے اوپر سلسلہ حسابیہ میں ہوں (جس کا مشترک فرق بہت چھوٹا ہو) تو ان نقطوں پر کے دباؤ سلسلہ ہندسیہ میں ہونگے۔ فرض کرو کہ ایک انتصابی خط پر نقاط ن، ن، ن، ن، ن، ن کا ایک سلسلہ ایسا ہے کہ

$$و ن = ن ن = ن ن = ن ن = ... = ن ن - ن$$

= ن جہاں بہت چھوٹا ہے

ہوا کے ایک چھوٹے اسطوانہ پر غور کرو جس کی افقی تراش بہت چھوٹی ہے اور جس کا محور خط مستقیم و ن، ن، ن، ن، ن، ن ہے [نوٹ]۔ جو طاب علم احصاء و نکلات سے واقف ہے اسے چاہیے

اس موقع پر ضمیمہ کتاب ہذا کا مطالعہ کرے

چونکہ بہ بہت چھوٹا ہے اس لئے ہم کسی دو مسلسل نقاط کی درمیانی  
تہ میں ہوا کی کثافت کو یکساں تصور کر سکتے ہیں۔

فرض کرو کہ نیچے سے شروع ہو کر اوپر کی جانب مسلسل تہوں  
کی کثافتیں بالترتیب  $k, k', k'', \dots$  ہیں اور بنا برین  
ان کے دباؤ بالترتیب  $m, m', m'', \dots$  ہیں۔  
پس ان دباؤں کو ہم بالترتیب نقاط  $A, B, C, \dots$  پر  
کے دباؤ تصور کر سکتے ہیں۔

و اور  $n$  پر کے رخوں کے دباؤں میں جو فرق ہے وہ جزو  
دن کے وزن کو سہارے ہوئے ہے۔

اس لئے  $m - m' = \rho \cdot h$  جہاں  $\rho$  بہ  
اسی طرح سے اسطوانوں  $n, n', n'', \dots$

$n, n', n'', n''', \dots$  کے لئے  
لہذا  $m - m' = \rho \cdot h$  جہاں  $\rho$  بہ  
 $m - m' = \rho \cdot h$  جہاں  $\rho$  بہ  
.....

$m - m' = \rho \cdot h$  جہاں  $\rho$  بہ

لہذا  $k = k' + \rho \cdot h$

$k = k' + \rho \cdot h$  جہاں  $\rho$  بہ

$k = k' + \rho \cdot h$  جہاں  $\rho$  بہ

$$ک = ک - [ا - \frac{ج}{م}] = ک - [ا - \frac{ج}{م}]$$

پس کثافتیں ک، ک، ک، ..... اور اس لئے اُن کے  
متناظر دباؤ سلسلہ ہندسیہ میں ہیں۔  
اگر ن کے عین اوپر کثافت ک ہو تو حسب بالا

$$ک = ک - [ا - \frac{ج}{م}] = ک - [ا - \frac{ج}{م}]$$

اگر ہم رہ کی بجائے ف رکھیں جس کے یہ معنی ہونگے کہ  
زمین سے بلندی ف پر کثافت ک ہے تو

$$ک = ک - [ا - \frac{ج}{م}]$$

$$\text{فرض کر دو کہ } \frac{ج}{م} = \frac{1}{م}$$

$$ت ب ک = ک - [ا - \frac{ج}{م}] = ک - [ا - \frac{1}{م}]$$

اب نہ کو لا انتہا بڑاؤ لیکن ف کو بدستور مستقل رکھو جس کا  
مفہوم یہ ہوگا کہ ون جن تہوں میں منقسم ہے ان کی تعداد کو لا انتہا  
بڑا دیا گیا ہے تب چونکہ

$$ن = [ا - \frac{1}{م}] = \infty$$

جس میں جو سے مراد لوکار تھوں کے نیپیری نظام کا اساس ہے  

$$: k = k \cdot \frac{w}{m} \cdot \frac{h}{m}$$

اس صابطہ سے بلندی ف پر کی کثافت سطح زمین پر کی کثافت  
 کی رقوم میں معلوم ہوتی ہے۔ لیکن یہ کثافت اس مفروض  
 کی بنا پر محسوب کی گئی ہے کہ ج کی قیمت ہر جگہ مستقل رہتی  
 ہے اور یہ امر صریحاً زمین کی سطح کے اوپر محدود فاصلوں تک  
 ہی درست تصور ہو سکتا ہے۔

علاوہ ازیں اس میں تپش کو بھی غیر متغیر فرض کیا گیا ہے جو  
 امر واقع کے خلاف ہے کیونکہ ارتفاع کے قابل لحاظ تفاوت  
 سے تپش میں بھی اختلاف واقع ہوتا ہے۔

۱۲۰۔ بار پیمائے کے پڑھنے سے دو مقامات کی بلندیوں کا فرق  
 دریافت کرو۔

دفعہ ماقبل کے صابطہ سے  

$$k = k \cdot \frac{w}{m} \cdot \frac{h}{m}$$

فرض کرو کہ دو مقامات مذکورہ پر بار پیمائے اور ع پر ہے، تب  

$$E : E_1 = k : k \quad (\text{حب کلیہ بائل})$$

$$: \frac{E}{E_1} = \frac{w}{m} \cdot \frac{h}{m}$$

$$: k \cdot \frac{w}{m} \cdot \frac{h}{m} = \frac{E}{E_1} \cdot \frac{w}{m} \cdot \frac{h}{m}$$

$$\therefore \text{فٹ} = \frac{م}{ج} \text{ لوک نو } \frac{ع}{ج} = \frac{م}{ج} \text{ لوک نو } \frac{ع}{ج} \times \text{لوک نو}$$

$$= \frac{م \text{ لوک نو}}{ج} [ \text{لوک نو } \frac{ع}{ج} - \text{لوک نو } \frac{ع}{ج} ]$$

پس دو مقامات کا عمودی ارتفاع فٹوں میں حاصل کرنے کے لئے مقامات مذکورہ پر بار پیمائی کی جو بلندیاں ہوں ان کے لوکارتوں کے فرق کو مقدار مستقل  $\frac{م}{ج}$  لوک نو ۱۰ سے ضرب دینا پڑتا ہے۔

دفعہ ۱۰۸ گئی مشق میں م کی جو قیمت محسوب کی گئی ہے اس کی رو سے اور ج = ۳۲۵۲ اور لوک نو =  $\frac{۱}{۵۳۳۴۲۹} = \frac{۱}{۲۵۳۰۲۶}$  لینے

سے مذکورہ بالا مقدار مستقل کی قیمت تقریباً ۶۰۲۰۰ ہوتی ہے جبکہ جدول کی اکائی فٹ مانی جائے۔

اگر س، گ، فٹ اکائیاں استعمال کی جائیں تو دفعہ ۱۰۸ میں م کی قیمت ۷۷۹۷۴۱۰۰۰ معلوم کی جا چکی ہے۔ نیز چونکہ اس نظام کے مطابق ج = ۹۸۱، اس لئے یہ

$$\text{مقدار مستقل} = \frac{۷۷۹۷۴۱۰۰۰}{۹۸۱}$$

$$= ۱۸۳۰۳۰۰ \text{ تقریباً}$$

مشق ۱۔ ثابت کرو کہ بار پیمائی کا ۷ سنتی میٹر سے ۷۵ سنتی میٹر پر آجما تقریباً ۱۰۵ میٹر کے صعود کو تعبیر کرتا ہے جہاں

لوک ۲ = ۶۴۳۴۲۹، لوک ۶ = ۷۸۸۰۸۱، لوک ۷ = ۷۵۰۶ = ۱۶۸۷۵۰۶  
 مشق ۲۔ اگر بار پیم کا پارہ ۳۰ انچ سے ۲۵ انچ پر اتر آئے اور اس سے  
 ۴۵۰۰ فٹ کا صعود تعبیر ہو تو بتاؤ کہ جب بار پیم کا پارہ ۲۰ انچ پر ہوگا تو  
 اس سے ۱۰۰۰ فٹ کا ارتفاع تعبیر ہوگا۔

۱۲۱۔ اب ہم ذیل میں ناقص بار پیموں کے متعلق چند  
 مثالیں درج کرتے ہیں۔

مشق ۱۔ کرہ ہوائی کے دباؤ پر کی ۱۰ اکعب فٹ ہوا کو ایک ایسے  
 بار پیم کے خلا میں داخل کر دیا گیا ہے جو پہلے ۷۶ سنتی میٹر پر تھا۔ اس عمل سے  
 پارہ نیچے اتر جاتا ہے اور ہوا ۱۵ اکعب سنتی میٹر جگہ گھیرتی ہے، بار پیم کا  
 آخری ارتفاع دریافت کرو۔

کرہ ہوائی کے دباؤ کو ۱۱ سے تعبیر کرو۔ تب بائل کے کلیہ کے مطابق

$$\frac{\text{ہوا کا آخری دباؤ}}{۱۱} = \frac{\text{ابتدائی حجم}}{\text{آخری حجم}} = \frac{۱۰}{۱۵} = \frac{۲}{۳}$$

$$\therefore \text{ہوا کا آخری دباؤ} = \frac{۲}{۳} \times ۱۱$$

پارہ کے ستون کے اوپر اب ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کا  $\frac{۲}{۳}$  ہے  
 یعنی اب پارہ کے ستون کا طول ابتدائی طول کا  $\frac{۲}{۳}$  ہے اور اس لئے  
 اب یہ صرف  $\frac{۲}{۳} \times ۲۵$  سنتی میٹر ہے۔

مشق ۲۔ جب صحیح بار پیم کا ارتفاع ۳۰ انچ ہو تو ایک بار پیم کا  
 ارتفاع ۲۸ انچ ہوتا ہے جبکہ موخر الذکر بار پیم کی نلی کے  $\frac{۲}{۳}$  انچ طول  
 میں ہوا ہو۔ اگر صحیح بار پیم کا پارہ ۲۹ انچ پر آ جائے تو ثابت کرو کہ ناقص  
 بار پیم  $\frac{۲}{۳}$  انچ پر ہوگا۔





جبکہ کرۂ ہوائی کا دباؤ پارہ کے ف انچوں کے برابر ہو -  
 پہلی صورت میں ہوا کا دباؤ عہ - ۱ انچوں کے دباؤ کے مساوی ہے  
 اور اس لئے اس کا طول اس وقت  $= \frac{ف}{عہ - ۱} \times لا$  [بوجب کلیئہاں]  
 پس بارہیما کی نلی کا کل طول  $= ۱ + \frac{ف لا}{عہ - ۱}$   
 اور دوسری صورت میں ہوا کا دباؤ = بہ - ب اور یہ جس قدر طول کو  
 گھیرے ہوئے ہے وہ  $= ۱ + \frac{ف لا}{عہ - ۱} - ب$   
 اس لئے بائل کے کلیہ سے (بہ - ب)  $(۱ + \frac{ف لا}{عہ - ۱} - ب) = ف لا$   

$$\therefore ف لا = \frac{(عہ - ۱)(بہ - ب)(۱ - ب)}{(عہ - ۱) - (بہ - ب)}$$
  
 تیسری صورت میں اگر اصلی طول جہ ہو تو ہوا کا طول  
 $= ۱ + \frac{ف لا}{عہ - ۱} - ج$   
 اور اس کا دباؤ = جہ - ج

$$\therefore (۱ + \frac{ف لا}{عہ - ۱} - ج)(جہ - ج) = ف لا$$

$$\therefore جہ = ج + \frac{ف لا}{۱ - ج + \frac{ف لا}{عہ - ۱}}$$

$$جواختصار کے بعد = ج + \frac{(جہ - ج)(بہ - ب)(۱ - ب)}{(ج - ۱)(عہ - ۱) - (بہ - ب)(ج - ۱)}$$

## امثلہ نمبری ۲۴

۱- اس کی کیا وجہ ہے کہ بارہیما کے اوپر کے حصہ میں تھوڑی سی ہوا

داخل کرنے سے اس کا پارہ بہت زیادہ نیچے اتر جاتا ہے لیکن لوہے کے ایک ٹکڑے سے جو پارہ کی سطح پر تیرتا ہے یہ بہت کم نیچے دبتا ہے۔

۲۔ ایک بار پیمیا ۳۰ انچ پر ہے، نلی کی عمودی تراش کا رقبہ  $\frac{1}{4}$  مربع انچ ہے اور پارہ کے اوپر مکمل طور پر خلا ہے، بار پیمیا کے اندر باہر سے ایک مکعب انچ ہوا داخل کر دی گئی ہے جس سے پارہ ۴ انچ نیچے اتر جاتا ہے۔ بناؤ کہ خلا کا حجم پہلے کتنا تھا۔

۳۔ ہوا کا ایک بلبل جس کا حجم پارہ کے ۳۰ انچ دباؤ پر ایک مکعب انچ ہے بار پیمیا کی نلی کے اندر چلا جاتا ہے نلی کی عمودی تراش کا رقبہ ایک مربع انچ ہے اور اس کے خلا کا طول ایک انچ ہے، بناؤ کہ پارہ کتنا نیچے اتر جائے گا۔

۴۔ بار پیمیا کی ایک یکساں نلی کی چوٹی طرف کے پارہ کی سطح سے ۳۳ انچ کی بلندی پر ہے لیکن نلی کے اندر کچھ ہوا داخل ہو جانے کی وجہ سے بار پیمیا ۲۸ و ۶ انچ پر رہتا ہے جبکہ کمرہ ہوائی کا دباؤ پارہ کے ۲۹ انچ کے مساوی ہوتا ہے، بناؤ کہ اگر اس بار پیمیا کا پارہ ۴۸ و ۲۹ انچ پر ہو تو اس سے کس قدر اصلی ارتفاع تغیر ہوگا۔

۵۔ بار پیمیا کی ایک یکساں نلی کی چوٹی طرف کے پارہ کی سطح سے ۳۶ انچ کی بلندی پر ہے۔ نلی کے اندر کچھ ہوا ہونے کی وجہ سے بار پیمیا ۲۷ انچ پر ہوتا ہے جبکہ درحقیقت اس کو ۵ و ۲۸ انچ پر ہونا چاہیے، بناؤ کہ اگر بار پیمیا ۳۰ انچ پر ہو تو اس سے درحقیقت کتنا ارتفاع تغیر ہوگا؟

۶۔ جب صحیح بار پیمیا ۳۰ انچ پر ہو تو ایک ناقص بار پیمیا جسکی نلی کے اندر کچھ ہوا ہے ۲۸ انچ پر ہوتا ہے، اگر ان دونوں آلوں کو ہوا پمپ کے

قابلہ کے اندر رکھ کر قابلہ کی کچھ ہوا خارج کی جائے تو ان کا پارہ بالترتیب ۱۵ اینچ اور ۶ و ۱۴ اینچ پر ہوتا ہے۔ ثابت کرو کہ ناقص بار پیمائی کی نلی کا وہ طول جو طرٹ کے پارہ کی سطح سے ناپا جائے ۳۵ و ۳۱ اینچ ہے۔

۷۔ میٹری ادٹ کی نلی کی درجہ بندی انچون میں کی گئی ہے چھوٹی ساق میں پارہ ۴ درجہ پر ہے اور اس کے اوپر کے اس حصہ کا طول جس میں ہوا ہے ۵ اینچ ہے۔ دوسری ساق میں پارہ ۳۸ درجہ پر ہے اور بار پیمائی اس وقت ۵ و ۲۹ اینچ کا دباؤ ظاہر کرتا ہے۔ بتاؤ کہ مذکورہ بالا ۵ اینچ ہوا پر کس قدر دباؤ ہے اور نیز بتاؤ کہ صرف بار پیمائی کے دباؤ کے ماتحت یہ ہوائی کے کتنے طول کو گھیرے گی۔

۸۔ ایک یکساں سوراخ والی لامنائی کی ساقیں انتصابی ہیں، ان میں سے ایک ساق کا سرا بند ہے اور دونوں ساقوں کے اندر مساوی بلندی تک پارہ ہے۔ اگر کھلی ساق میں اتنا پارہ اور ڈال دیا جائے جو نلی کے ۸ اینچ طول کو بھرنے کے لئے کافی ہو تو بند ساق کے اندر پارہ ایک اینچ اوپر چڑھ جاتا ہے اور اگر مزید برآں اتنا پارہ اور ڈالا جائے جو نلی کے ۱۱ اینچ کو بھر سکے تو دوسری ساق میں ارتفاع ایک اینچ اور بڑھ جاتا ہے، پارہ کے بار پیمائی کا ارتفاع محسوب کرو۔

۹۔ ایک بار پیمائی کی نلی کے اندر پارہ کی سطح کے اوپر کچھ ہوا ہے جسکی درجہ سے یہ بار پیمائی ۷۰۰ ملی میٹر پر ہوتا ہے جبکہ معیاری بار پیمائی ۶۱۲ ملی میٹر پر ہو۔ اندر کی ہوا کا دباؤ فی مربع سنٹی میٹر گراموں کے وزن میں دریافت کرو جبکہ پارہ کی کثافت اسمانی ۹۶ و ۱۳۵ ہو۔

۱۰۔ ایک بار پیمائی کی خمدانی کا سوراخ یکساں ہے اور اس کا خلا ناقص

ہونے کی وجہ سے جب اصلی بار پیمیا ۳۲ اینچ پر ہوتا ہے تو یہ بار پیمیا ۳۱ اینچ ظاہر کرتا ہے اور اس کے خلا کا طول ایک اینچ ہوتا ہے اگر تپش میں کوئی تبدیلی واقع نہ ہو تو بتاؤ کہ جب یہ ناقص بار پیمیا  $\frac{1}{4}$  ۲۹ اینچ پر ہوگا تو اصلی بار پیمیا کتنے اینچ پر ہوگا۔

۱۱۔ جب اصلی بار پیمیا کا ارتفاع ۳۰ اینچ ہو تو ناقص خلا والے بار پیمیا کا ارتفاع ۲۹.۵۸ اینچ ہوتا ہے، بتاؤ کہ نلی کے اندر کی ہوا کا حجم کرہ ہوائی کے دباؤ پر کیا ہوگا۔

۱۲۔ ایک بار پیمیا ۳۰ اینچ پر ہے اور طریقہ سیلی کے خلا کا طول ۲ اینچ ہے اگر ہوا کا ایک حباب جو کرہ ہوائی کے دباؤ پر نلی کے  $\frac{1}{4}$  اینچ طول کو گھیرتا ہے خلا کے اندر داخل کر دیا جائے تو بتاؤ کہ پارہ کی سطح ۳ اینچ نیچے اتر جائے گی۔ نیز ثابت کر دو کہ جب ناقص بار پیمیا لا اینچ پر ہو تو اصلی بار پیمیا

$$\text{لا} + \frac{۱۵}{۳۲ - ۱۱} \text{ اینچ}$$

۱۳۔ جب صحیح بار پیمیا کے ارتفاع ۳۰.۵۴ اور ۲۹.۵۸ اینچ ہوں تو ایک ناقص بار پیمیا کے ارتفاع بالترتیب ۲۹.۵۸ اور ۲۹.۵۴ ہوتے ہیں۔ اگر ناقص بار پیمیا ۲۹ اینچ پر ہوگا تو بتاؤ کہ کرہ ہوائی کا دباؤ ۳۰.۵۴ اینچ ہوگا۔

۱۴۔ ایک بار پیمیا کے اندر خلا سے طریقہ سیلی کا طول ۱ اینچ ہے اور جب اصلی بار پیمیا ج اینچ پر ہو تو یہ آلہ ب اینچ پر ہوتا ہے اگر یہ غلطی ناقص خلا کی وجہ سے پیدا ہو تو بتاؤ کہ اس آلہ کے ظاہری درجہ اینچ کے ارتفاع کے متاخر اصلی بار پیمیا کا ارتفاع

$$د + \frac{۱ (ج - ب)}{د + ۱ - ب}$$

یعنی ہوگا -

## باب ہشتم

سیالات کے خواص کی تشریح کے لئے آلات اور کلیں

۱۲۲۔ ظرف خواص۔ یہ دھات کے ہوئے چرس یا اسطوانے کی شکل کا ایک جوف ظرف ہوتا ہے جو نیچے کی طرف سے کھلا ہوتا ہے اور اس قدر وزن ہوتا ہے کہ اپنے ہی وزن سے پانی کے اندر آسانی سے ڈوب جاتا ہے اور اس ہوا کو جو اس کے اندر ہوا اپنے ساتھ نیچے لے جاتا ہے، اس کو ایک زنجیر کے ذریعہ جو اسکے اوپر کے سرے کے ساتھ بندھی ہوتی ہے پانی کے اندر لٹکا دیتے ہیں۔ غوطہ خور اس کے اندر بھیکر

گہرے پانی کی

تہ میں اتر جاتے

ہیں اور وہاں جو

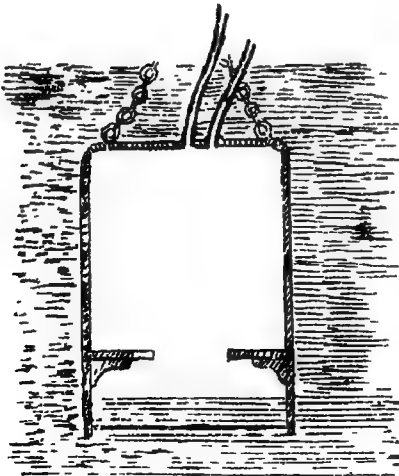
کام چاہیں اطمینان

سے سرانجام دے

لیتے ہیں۔

جوں جوں ظرف مگر

پانی کے اندر



اُترتا جاتا ہے اس کے اندر کی ہوا کا دباؤ جو ہر صورت میں اس پانی کے دباؤ کے مساوی رہتا ہے جس کو یہ مس کرتی ہے بتدریج بڑھتا جاتا ہے۔ پس بائل کے کلیہ کی رو سے ہوا کا حجم کم ہوتا جاتا ہے اور پانی بتدریج ظرف کے اندر چڑھتا آتا ہے۔

ہوا کے اس سکڑاؤ کو روکنے کے لئے ظرف کی بالائی سطح سے ایک نلی پیوستہ ہوتی ہے جو ظرف کی ہوا کو باہر کی ہوا کے ساتھ وصل کرتی ہے۔ اس نلی کے ذریعہ ظرف مذکور کے اندر مصنوعی طور پر ہوا بھرتے رہنے سے پانی کی سطح کو جس بلندی پر چاہیں رکھ سکتے ہیں۔ اس کے علاوہ اسی طرح کی ایک اور نلی بھی ہوتی ہے جو خراب ہوا کے اخراج کی غرض سے لگائی جاتی ہے۔

زنجیر کا تناؤ ظرف کے وزن سے بقدر ہٹائے ہوئے پانی کے وزن کے کم ہوتا ہے۔ اگر ظرف کے اندر مزید ہوا پمپ نہ کی جائے تو جوں جوں ظرف نیچے اُترتا جائے گا ہٹائے ہوئے پانی کا وزن کم ہوتا جائے گا اور بنا بریں زنجیر کا تناؤ دم بدم بڑھتا جائے گا۔

۱۲۳۔ معلوم کثافت والے پانی کے اندر ایک ظرف خواص شکایا گیا ہے۔ اگر اوپر سے مزید ہوا نہ بھری جائے تو

(۱) دی ہوئی گہرائی  $h$  پر ہوا کا سکڑاؤ

(۲) اس گہرائی پر زنجیر کا تناؤ

(۳) کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کی اس مقدار کا حجم جو اس گہرائی پر پانی کو ظرف سے باہر رکھنے کی خاطر ظرف میں بھری جانی چاہئے۔

معلوم کرو

(۱) فرض کرو کہ ظرف کا طول  $ب$  ہے اور  $ل$  گہرائی پر اس کے طول  $لا$  میں ہوا ہوتی ہے۔ نیز فرض کرو کہ کرہ ہوائی کے دباؤ پر بار پیمائے کا ارتفاع  $ف$  ہے۔

اب اگر کرہ ہوائی کا دباؤ  $\pi$ ، ظرف کے اندر کی ہوا کا دباؤ  $\pi'$ ، اور پانی کے حجم کی اکائی کا وزن  $و$  ہو تو

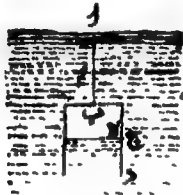
$$\pi = و ف$$

$$\text{اور } \pi = ب \pi' لا$$

$$\pi' = و \frac{ف}{لا}$$

اور توازن کے لئے ضرور ہے  
کہ ہوا کا دباؤ اور پانی کا دباؤ  
ظرف کے اندر سطح مشترک  
پر باہم مساوی ہوں۔

[ کلیہ بائل کی رو سے ]



$$\pi = ج \text{ پر کا دباؤ} = و (لا + ل) + \pi$$

$$= و (لا + ل + ف)$$

$\pi$  کی ان دو قیمتوں کو باہم مساوی کرنے سے

$$و \frac{ف ب}{لا} = و (لا + ل + ف)$$



لہذا لا + (ا + ف) لا - ف ب = .

یہ درجہ دوم کی ایک مساوات ہے جس کی ایک اصل مثبت ہے اور دوسری منفی۔ ہمیں صرف مثبت اصل سے بحث ہے، تب ہوا کا دباؤ ظرف کے اندر = ب۔ لا (۲) اگر ظرف کی تراش کا رقبہ ر ہو تو خارج شدہ پانی کا حجم ر لا ہو گا اس لئے اس کا وزن و ر لا ہو گا۔ پس اگر ظرف کا وزن و ہو تو زنجیر کا تناؤ

= و - و ر لا

کامل طور پر صحیح اور درست نتائج حاصل کرنے کے لئے اس جواب میں اندر کی ہوا کا وزن جمع کرنا چاہئے۔ لیکن چونکہ ہوا کا وزن ظرف کے وزن سے مقابلتہ نہایت قلیل ہوتا ہے اسلئے اس کو نظر انداز کرنے سے اہم غلطی کا اندیشہ نہیں۔

(۳) فرض کرو کہ ظرف کا حجم ح ہے اور کرہ ہوائی کے دباؤ پر اس ہوا کا حجم جو پانی کو دہ کی ہمواری پر رکھنے کے لئے ظرف مذکور کے اندر بھری پڑتی ہے ح ہے۔

اس صورت میں ہوا کا دباؤ ظرف کے اندر

= پانی کا دباؤ د پر

= و (ب + ا) + و (ا + ب + ف) = و (ب + ا + ف) =

پس کرہ ہوائی کے دباؤ یعنی و (ب + ا + ف) پر (ح + ح) حجم کی ہوا، دباؤ و (ا + ب + ف) پر حجم ح رکھیگی۔

اسلئے بائل کے کلیہ کے مطابق

$$(ح + ح) = ح (۱ + ۱ + ۱ + ۱)$$

$$ح = ح \frac{۱ + ۱ + ۱ + ۱}{۱} \text{ جو حجم مطلوبہ ہے}$$

۱۲۴۔ مشق ۱۔ ایک ظرف غواص اسطوانہ کی شکل کا ہے اور اسکی اندرونی گنجائش ۲۰۰ مکعب فٹ ہے۔ ظرف مذکور جس شے کا بنا ہوا ہے اس کا حجم ۲۰ مکعب فٹ ہے، اور ظرف کا وزن ۲ ٹن ہے، ظرف کے ساتھ وزن باندھ کر اس کو ڈبوایا گیا ہے۔ اگر پانی کے باہر کا ارتفاع ۳۳ فٹ ہو تو بتاؤ کہ کس گہرائی پر وزن اتار لئے جائیں کہ ظرف اوپر اٹھنے کے عین ناقابل ہو۔

فرض کرو کہ مطلوبہ گہرائی لا ہے تب اندر کی ہوا کا دباؤ = (۳۳ + ۱) جہاں ۱ ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ہے۔ اور بائل کے کلیہ کی رو سے

$$\text{اس دباؤ پر ہوا کا حجم } x = (۳۳ + ۱) \times ۲۰۰ = ۲۰۰ \times ۳۴$$

(بائل کے کلیہ کی رٹ سے)

اس لئے خارج شدہ مانی کا حجم ۱ مکعب فٹوں میں)

$$\frac{۳۳ \times ۲۰۰}{۳۳ + ۱} + ۲۰ =$$

نیز چونکہ اس پانی کا وزن ۲ ٹن ہونا چاہئے، اسلئے

$$۶۲ \frac{۱}{۲} \times \left( \frac{۳۳ \times ۲۰۰}{۳۳ + ۱} + ۲۰ \right) = ۲۲۴۰ \times ۲$$

$$۹۴ \frac{۲۲۹}{۳۲۳} = ۹۴$$

نوٹ-ظرف کے اندر کی ہوا کو مس کرنے والے پانی کے دباؤ اور ظرف کے پیندے پر پانی کے دباؤ کے درمیان جو تفاوت ہے اس کو مشق ہذا میں نظر انداز کر دیا گیا ہے۔

**مشق ۲۔** دفعہ ۱۲۳ کے ظرف غواص کے اندر سوڈا واٹر کی ایک ایسی بوتل کھولی گئی ہے کہ اگر اس کو بیرونی ہوا میں کھولا جائے تو اس سے حجم  $H$  کی گیس خارج ہوتی ہے۔

ثابت کرو کہ زنجیر کا تناؤ بقدر  $\frac{H}{(F + \frac{1}{2}B)}$  کے کم ہو جاتا ہے  
اس میں  $\frac{H}{F}$  کے مربعوں کو نظر انداز کر دیا گیا ہے۔  
دفعہ ۱۲۳ کے مطابق

$LA + (L + \frac{1}{2}F) - FB = \dots (1)$   
جب بوتل کھولی جاتی ہے تو فرض کرو کہ  $LA$  کی قیمت  $LA + MA$  ہو جاتی ہے۔

نیز گیس کا ابتدائی حجم اور ظرف کے اندر کی ہوا کا مجموعی حجم دونوں ملکر  $F$  دباؤ کے تحت ظرف کے  $B + \frac{1}{2}F$  طول کو بھرتے ہیں پس بائل کے کایہ سے  $(LA + MA)$   $(LA + \frac{1}{2}F + B) = (B + \frac{1}{2}F)F$  مساوات (۱) کو (۲) میں سے تفریق کرنے سے

$MA + 2LA + L + \frac{1}{2}F = \frac{1}{2}F$  ..... (۳)

چونکہ  $\frac{1}{2}F$  بہت چھوٹا ہے اس لئے مساوات بالا سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ  $MA$  بھی بہت چھوٹا ہے اور بنا بریں  $MA$  کے مربع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے اس امر کا لحاظ رکھتے ہوئے مساوات (۳) یوں

بھی لکھی جاسکتی ہے۔

(۴) .....  $\frac{ح ف}{[۲ لا + ۱ د + ۱ ن]} =$   
 اب زنجیر کا ابتدائی تناؤ = و۔ ل۔ لا د  
 اور زنجیر کا آخری تناؤ = و۔ ل۔ [لا + ما] د

پس تناؤ کی کمی = ر ما د =  $\frac{ح ف}{[۲ لا + ۱ د + ۱ ن]}$  ..... مساوات (۴) سے

$$= \frac{ح ف}{[۲ لا + ۱ د + ۱ ن] + [۲ لا + ۱ د + ۱ ن]}$$
 ..... مساوات (۴) سے

### امثلہ نمبری ۲۵

۱۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف خواص کا ارتفاع ۶ فٹ ہے،  
 ظرف کو پانی کے اندر اتنا اتارا گیا ہے کہ اس کی چوٹی ۸۰ فٹ کی  
 گہرائی پر آجاتی ہے۔ اگر پانی کے بار پیماس کا ارتفاع  $\frac{۱}{۱۳}$  فٹ ہو تو  
 اندر کی ہوا کا دباؤ معلوم کرو۔

۲۔ اگر ایک ظرف خواص کو ہوا سے ہمیشہ بھرا ہوا رکھا جائے  
 تو بتاؤ کہ کس گہرائی پر اس کے اندر کے بار پیماس کا ارتفاع ۳۰ انچ سے  
 ۳۱ انچ ہو جائے گا جبکہ پارہ کی کثافت اضافی  $\frac{۱}{۱۳}$  فرض کی جائے  
 ۳۔ پانی کے اندر ایک ظرف خواص کے نیچے اترنے سے پارہ  $\frac{۱}{۱۲}$  انچ اوپر چڑھ  
 جاتا ہے، بتاؤ کہ ظرف سطح کے نیچے کس گہرائی پر ہے۔ (پارہ کی  
 کثافت اضافی =  $\frac{۱}{۱۳}$ )

۴۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف خواص کا ارتفاع ۹ فٹ ہے

اس کو پانی کے اندر اتنا غرق کر دیا گیا ہے کہ اس کے اندر کے پانی کی سطح باہر کے پانی کی سطح سے ۱۰ فٹ نیچے ہے، اگر پانی کے بار پیماس کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو تو بتاؤ کہ ظرف کا پیندا کس گہرائی پر ہے۔ نیز اگر ظرف کی تراش کا رقبہ ۲۵ مربع فٹ ہو تو بتاؤ کہ جو کرہ ہوائی کے دباؤ پر کی ہوا کا کتنا حجم ظرف کے اندر بھرا جائے کہ ظرف کے اندر سے کل پانی خارج ہو جائے۔

۵۔ ایک ظرف خواص کو جس کی گنجائش ۱۲۵ مکعب فٹ ہے نکلیں پانی کے اندر ۱۰۰ فٹ کی گہرائی تک غرق کیا گیا ہے۔ اگر نکلیں پانی کی کثافت اضافی ۰.۲ ہو اور پانی کے بار پیماس کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو تو کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کی جو مقدار ظرف کو بھر سکے اس کا حجم دریافت کرو۔

۶۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ظرف خواص ہے جس کا پیندا پانی کے نیچے ۱۰ فٹ کی گہرائی پر ساکن ہے، اوپر سے ہوا پمپ کر کے اندر سے پانی کو کلیتہً خارج کر دیا گیا ہے۔ جو ہوا اب ظرف کے اندر ہے اس کی کثیت کا مقابلہ اس ہوا کی کثیت کے ساتھ کرو جو کرہ ہوائی کے دباؤ پر ظرف کو عین بھرنے کے لئے کافی ہو، پانی کا بار پیماس ۳۴ فٹ پر ہے۔

۷۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ظرف خواص ۱۰ فٹ اونچا ہے۔ اسکو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ پانی اسکے اندر ۲ فٹ اوپر چڑھ آتا ہے۔ اب اسکے اندر اتنی ہوا اور پمپ کردی جاتی ہے جو کرہ ہوائی کے دباؤ پر ظرف کا ۶۰ واں حصہ بھر سکے، ایسا

کرنے سے پانی ایک فٹ نیچے اتر جاتا ہے۔ ظرف کی چھٹی کی گہرائی اور نیز پانی کے بار پیم کا ارتفاع معلوم کرو۔

۸۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف غواص کو اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کے دسویں حصہ میں پانی چڑھ آتا ہے، اگر پانی کے بار پیم کا ارتفاع ۳۳ فٹ ۹ انچ ہو اور پارہ کی کثافت اضافی ۳۵ ہو تو بتاؤ کہ ظرف کے اندر ایک معمولی بار پیم کا ارتفاع کیا ہوگا، نیز معلوم کرو کہ ظرف کے اندر پانی کی سطح باہر کے پانی کی سطح سے کتنی نیچی ہوگی۔

۹۔ ایک ظرف غواص کو یکساں رفتار سے پانی کے اندر غرق کیا جاتا ہے اور بذریعہ پمپ اس کے اندر متواتر اتنی ہوا داخل کی جاتی ہے کہ ظرف ہمیشہ ہوا سے عین بھرا رہتا ہے۔ معلوم کرو کہ جوں جوں ظرف نیچے اترتا جاتا ہے اس ہوا کی مقدار (یعنی کیت) جو بذریعہ پمپ داخل کی جاتی ہے فی ثانیہ کس شرح سے بدلتی ہے؟

۱۰۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف غواص کا حجم ح اور ارتفاع  $\frac{H}{2}$  ہے جہاں  $\frac{H}{2}$  پانی کے بار پیم کا ارتفاع ہے، ظرف کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کا پچھلا سرا سطح کے نیچے  $\frac{H}{2}$  کی گہرائی پر ہے، اگر اب ظرف کے  $\frac{1}{2}$  حصہ میں پانی ہو تو ثابت کرو کہ ظرف کے اندر جو ہوا ہے اس کا حجم کرہ ہوائی کے دباؤ پر

$$\frac{2}{5} \left[ \frac{19}{2} + n \right] \text{ ح ہوگا۔}$$

۱۱۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرفِ غواص کو پانی کے اندر غرق کیا گیا ہے، جب ظرف کے اندر  $\frac{1}{4}$  حصہ میں پانی بھر جائے تو ظرف کی چوٹی جس گہرائی پر ہوتی ہے وہ اس گہرائی کی  $\frac{1}{3}$  گہنی ہے جبکہ ظرف کے اندر  $\frac{1}{4}$  حصہ میں پانی ہوتا ہے، ثابت کرو کہ ظرف کا ارتفاع پانی کے بار پیمائے کے ارتفاع کا  $\frac{1}{4}$  ہے۔

۱۲۔ ایک ظرفِ غواص کی چوٹی میں ایک چھوٹا سوراخ کر دیا گیا ہے کیا پانی اندر جانے لگا یا ہوا باہر آئے گی؟

۱۳۔ لکڑی کا ایک ٹکڑا پانی میں آدھا ڈوبا رہتا ہے، اس کو ایک ایسے ظرفِ غواص کے اندر ڈال دیا گیا ہے جس کا ارتفاع ۱۰ فٹ اور قطر ۸ فٹ ہے اور جس کی چوٹی پانی کی سطح کے نیچے ۷ فٹ کی گہرائی پر ہے۔ اگر پانی کے بار پیمائے کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو اور ہوا کی کثافت اضافی کرہ ہوائی کے دباؤ پرک ہو تو بتاؤ لکڑی کا کتنا حصہ اب پانی کے اندر ڈوبا رہے گا۔

۱۴۔ ایک مخروطی ظرفِ غواص کو جس کے محور کا طول ۱۶ فٹ ہے پانی کے اندر اتارا گیا ہے، جب اس کا رأس سطح سے  $\frac{1}{4}$  فٹ کی گہرائی پر ہوتا ہے تو ظرف کے اندر ۴ فٹ کی اونچائی تک پانی چڑھ آتا ہے، پانی کے بار پیمائے کا ارتفاع معلوم کرو۔

۱۵۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرفِ غواص کو پانی کے اندر غرق کیا گیا ہے کہ اندر کی ہوا اس کے اندرونی حجم کا  $\frac{2}{3}$  حصہ گھیر لی ہے، اس کے بعد ظرف میں اتنی ہوا اور بھری جاتی ہے جس کی مقدار اندر کی ہوا کے نصف کے مساوی ہے، بتاؤ کہ ظرفِ غواص کو

اور کتنا غرق کیا جائے کہ اس کے نصف حصہ میں ہوا رہ جائے۔  
 ۱۶۔ ایک ظرفِ خواص کی اونچائی ۱۰ فٹ ہے، اس کے اندر پارہ کا ایک بار پیما ہے جس کا ارتفاع باہر کی ہوا میں ۵ فٹ اونچ ہوتا ہے اور اندر کی ہوا میں ۵ فٹ اونچ، ظرف کی چوٹی کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے محسوب کرو جب ظرف کی شکل (۱)، مخروط ہو (۲)، اسطوانہ ہو۔

۱۷۔ ایک کھلے ظرف کی کثافت پانی کی کثافت سے زیادہ ہے، ظرف کا منہ نیچے کی طرف کر کے اس کو پانی کے اندر دھکیلا گیا ہے، ثابت کرو کہ ایک خاص گہرائی تک غرق کرنے کے بعد اس کا توازن غیر قائم ہو جائے گا۔

۱۸۔ ایک ظرفِ خواص کی شکل اسطوانہ کی ہے اور اس کا ارتفاع ۱۰ فٹ ہے، ظرف کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کی چوٹی کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے ۵ فٹ ہے اور اس وقت ظرف کا اُدھا حصہ پانی سے بھر جاتا ہے۔ اب اگر اتنی ہوا اور پمپ کی جائے کہ ظرف کا سب پانی خارج ہو جائے تو ثابت کرو کہ فاصلہ ۴ فٹ - ۲ فٹ اور نیچے اتر جانے سے آدھے ظرف میں پھر پانی بھر جائے گا جہاں ۵ فٹ پانی کے بار پیم کا ارتفاع ہے۔

۱۹۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرفِ خواص کا ارتفاع ۱۰ فٹ ہے اور اندرونی نصف قطر ۲ فٹ، اس کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کی چوٹی ۱۰ فٹ کی گہرائی پر ہے۔ اب اگر ظرف کے اندر کی ہوا کی تپش ۱۰ سنتی گریڈ سے ۱۵ سنتی گریڈ کر دی جائے



اور پانی کے بار پیماس کا ارتفاع اسوقت ۳ فٹ ہو تو ثابت کرو کہ زنجیر کا تناؤ ۶۷ پونڈ زیادہ ہو جائے گا۔

۲۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ظرفِ غواص ہے جس کی عمودی تراش کا رقبہ  $L$  ہے، ظرف کو پانی کے اندر لٹکایا گیا ہے اور اس کی ہموار چوٹی کی گہرائی سطحِ آب سے  $h$  ہے اور اندر کی ہوا ظرف کے طول  $b$  کو گھیرے ہوئے ہے، ایک آدمی جو ظرف کے اندر پہلے تختی پر بیٹھا ہوا تھا، ظرف کے پانی میں گر پڑتا ہے اور تیرنے لگتا ہے۔ اگر آدمی کا حجم  $R$  عہ ہو اور اس کی کثافت اضافی  $\rho$  ہو تو ثابت کرو کہ (۱) ظرف کے اندر پانی اوپر چڑھ جاتا ہے اور (۲) پانی کی جو مقدار اب ظرف کے اندر ہے وہ پہلی مقدار کی نسبت کم ہے۔

نیز سہار نے والی زنجیر کے تناؤ میں جو تبدیلی واقع ہوئی ہے اسکو محسوب کرو۔

[جس ہوا کو آدمی ہٹائے ہوئے ہے اس کے وزن کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے]

(۱) ابتدا میں ظرف کے اندر کی ہوا کا حجم =  $L(b - \rho)$  (ب۔ عہ)  
اگر ظرف کے اس حصہ کا طول جس کے اندر آخر میں ہوا ہے  
ب۔ بہ ہو تو اس وقت ہوا کا حجم =  $L(b - \rho)$  (ب۔ بہ)۔ آدمی  
کا وہ حجم جو پانی سے باہر ہے۔

=  $L(b - \rho) - (R - \rho)$  (ب۔ بہ)۔ (ب۔ عہ) کیونکہ جو پانی  
آدمی نے ہٹا دیا ہے اس کا حجم  $R - \rho$  ہے

$$= (ب - ب - عه + عه ض)$$

پس اگر ہوا کا دباؤ ابتدا میں  $\pi$  اور آخر میں  $\pi'$  ہو تو بائل کے کلیہ سے

$$ل (ب - عه) \times \pi = ل (ب - ب - عه + عه ض) \times \pi'$$

لیکن چونکہ دفعہ ۱۲۳ کے مطابق

$$\pi = و (ب + ل + ف) \text{ اور } \pi' = و (ب - ب + ل + ف)$$

جہاں ف پانی کے بارپٹا کے ارتفاع کو تعبیر کرتا ہے۔

$$\text{اندا (ب - عه)} (ب + ل + ف) = (ب - ب - عه + عه ض) (ب - ب + ل + ف)$$

$$= ب - ب - ب + ل + ف - عه + عه ض - [ب + ل + ف] (ب - ب + ل + ف) =$$

(۱) .....

جوبہ میں درجہ دوم کی ایک مساوات ہے، ظاہر ہے کہ اس کی دوسری رقم منفی ہے اور تیسری مثبت۔ اس لئے اس کی اصلیں مثبت ہیں۔

یعنی یہ مثبت ہے جس کے یہ معنی ہیں کہ پانی اوپر چڑھ جاتا ہے

(۲) اگر ظرف کا کل ارتفاع ف ہو تو اس کے اندہ پانی کی مقدار ابتدا میں

$$= ل (ف - ب)$$

اور آخر میں  $= ل [ف - (ب - ب)]$ ۔ اس پانی کی مقدار جس کو آدمی نے ہٹا دیا ہے

$$= ل (ف - ب + ب) - ل عه ض$$



ایک ڈول اوپر پھینچا جاتا ہے جس کا وزن ایک ٹھیل مقدار  
و کے مساوی ہے۔ اگر پانی کے بار پیم کا ارتفاع  $F$  ہو تو ثابت  
کرو کہ زنجیر کے تناؤ میں تقریباً  $\frac{F}{F + \frac{1}{2}W}$  کا اضافہ ہو جاتا ہے

۲۲۔ اسطوانہ کی شکل سے ایک ظرف غواص کا ارتفاع  $h$  ہے  
اور اس کا اندرونی حجم اتنا ہے کہ اس کے اندر وزن کا پانی  
آسکتا ہے۔ ظرف کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کے  
بالا ترین نقطہ کی گہرائی  $g$  ہے، اگر تیش  $T$  سنی گریڈ سے بڑھا کر  
 $T_0$  سنی گریڈ کر دی جائے تو ثابت کرو کہ سہارنے والی

زنجیر کے تناؤ میں تقریباً  $\frac{g(T_0 - T)}{T_0 + \frac{1}{2}W}$  کا اضافہ ہو گا

کی کمی واقع ہو جاتی ہے جہاں  $F$  پانی کے بار پیم کا ارتفاع  
کو تعبیر کرتا ہے اور  $\frac{1}{2}W$  کے مساوی ہے۔

۲۳۔ ایک ظرف غواص کی شکل مخروط کی ہے جس کا ارتفاع  
 $h$  ہے، ظرف کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کے  
رأس کی گہرائی  $g$  ہے، ثابت کرو کہ ظرف کے اس حصہ کی  
اونچائی جس کے اندر ہوا ہے مساوات  $L^2 + L^2(1 + \frac{g}{h}) = 0$  سے  
مائل ہوتی ہے جہاں  $F$  پانی کے بار پیم کا ارتفاع ہے۔  
اگر اندر کی ہوا کی تیش  $T_0$  سے بڑھا کر  $T_1$  کر دی جائے

تو ثابت کرو کہ سہارنے والی زنجیر کا تناؤ بقدر  $\frac{T_1 - T_0}{T_0 + \frac{1}{2}W}$  کے

کم ہو جاتا ہے جہاں د سے مراد اس پانی کا وزن ہے جو مخروط کے اندر آسکتا ہے، ع پھیلاؤ کی قدر ہے اور ع کے مربع کو نظر انداز کر دیا گیا ہے۔

۲۴۔ ایک ظرف غواص اسطوانہ کی شکل کا ہے اور اس کا ارتفاع ب ہے۔ ظرف کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کا بالاترین نقطہ گہرائی ۱ پر ہے، اگر بار پچا کے چرہ جانے سے ظرف کی چوٹی پر دباؤ بقدر د کے بڑھ جائے تو ثابت کرو کہ زخمیر

کے تناؤ میں تقریباً  $\frac{2}{3} \left[ \frac{1 + F}{1 + F + \frac{1}{2} B} \right]$  کی تبدیلی واقع

ہوگی جہاں F سے مراد پانی کے باہر کا ارتفاع ہے۔  
۱۲۵۔ پچکاری۔ پمپ کی سادہ ترین شکل ایک معمولی پچکاری ہے، اس میں ایک مجوف اسطوانہ ۱ ب ہے



جس کے سرے پر ایک چھوٹی ٹوٹی ج ہے۔ اسطوانہ کے اندر ایک پھنس کر آنے والا ہوا بند فشارہ ہے، پچکاری

کے سرے کو مائع کے اندر رکھ کر فشارہ کو باہر کی طرف کھینچتے ہیں جو اپنے ساتھ اوپر کی ہوا کو بھی باہر لے آتا ہے اور فشارہ کے نیچے جس حصہ میں اس طرح سے خلا واقع ہونا چاہئے تھا اس میں باہر کی ہوا کا دباؤ مائع کو دھکیل دیتا ہے۔

جب اس طرح سے سیال کی کافی مقدار پچکاری کے اندر کنج آتی ہے تو پچکاری کو مائع کے باہر نکال دیتے ہیں اور جب فشار کو اندر کی جانب دھکیلتے ہیں تو ٹوٹی ج میں سے مائع بڑے زور سے نکلتا ہے۔

۱۲۶۔ تمام پمپوں کی بنیاد چوسنے کے عمل پر ہے کسی نہ کسی طرح کچھ خلا پیدا کیا جاتا ہے اور کڑھوائی کا دباؤ اس خلا کو بھرنے کے لئے مائع کو اندر دھکیل دیتا ہے۔ اسی اصول کو زمانہ سلف کے محققین اس طرح بیان کرتے تھے کہ ”قدرت خلا سے نفرت کرتی ہے“ یہ بہت بعد میں ثابت ہوا کہ قدرت کی یہ نفرت پانی کی صورت میں ۳۴ فٹ کی اونچائی سے تجاوز نہیں کرتی۔

۱۲۷۔ کھلندن کا استعمال چوس پمپ اور ہوا پمپ میں کیا جاتا ہے۔

کھلندن اس طرح سے بنے ہوئے ہوتے ہیں کہ وہ ہوا، پانی یا کسی دوسری چیز کو ان سوراخوں میں سے جن پر وہ لگے ہوئے ہوں ایک جانب میں تو گزر نے دیتے ہیں لیکن دوسری جانب میں نہیں گزر نے دیتے، تاہم بہترین قسم کے کھلندوں میں سے بھی سیال کی کم و بیش مقدار رستی رہتی ہے۔

معمولی قسم کی پھکنی میں کھلندن چمڑے کی ایک چھوٹی پٹی ہوئی ہے جو ایک گول سوراخ کو بند کئے رہتی ہے۔

جب پھکنی کو پھلایا جاتا ہے تو ہوا اس کے اندر داخل ہو جاتی ہے، لیکن جب اس کو سکڑا جاتا ہے تو یہ پتی مضبوطی سے سوراخ پر دب جاتی ہے اور اس کے راستہ سے ہوا باہر نکلنے نہیں پاتی۔

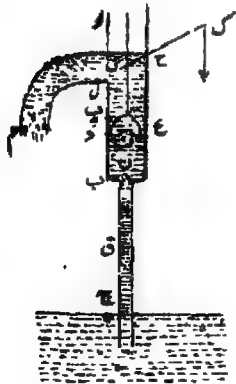
دفعہ ۱۳۸ میں کھلندن (۱) اور (۲) بالعموم دھات کے چھوٹے چھوٹے گول قرص ہیں جو اپنے ایک کنارے کے گرد قبضہ کے ذریعہ گردش کر سکتے ہیں، ہوا پمپ میں کھلندن چکناٹے ہوئے ریشم کا ایک ٹکڑا ہوتا ہے جس کے دونوں سرے ایک پیتل کی تختی کے شکلات پر جس میں سے ہوا نکلتی ہے، مضبوطی سے لگا دیئے ہیں اگر تختی کے اس رخ پر جس پر ریشم لگا ہوتا ہے دباؤ زیادہ ہو تو ریشم کا ٹکڑا شکلات پر مضبوطی کے ساتھ جم جاتا ہے اور ہوا دوسری جانب گزرنے نہیں پاتی۔ لیکن اگر دباؤ تختی کی دوسری جانب زیادہ ہو تو پردہ ہٹ جاتا ہے اور ہوا اندر داخل ہو جاتی ہے۔

ایک اور قسم کا کھلندن دفعہ ۱۴۶ کی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ یہ محض دھات کی ایک گولی ہوتی ہے جو ایک گول سوراخ پر ٹھیک آجاتی ہے۔ جب اوپر کے دباؤ کی نسبت نیچے کا دباؤ زیادہ ہوتا ہے تو گولی اوپر اٹھ جاتی ہے اور سیال اندر داخل ہو جاتا ہے۔

اگرچہ نظری طور پر دباؤ کی خفیف ترین تبدیلی سے بھی

کھلندن کو اوپر اٹھ جانا چاہئے لیکن علی طور پر کھلندن کے اٹھنے کے لئے اس کے دونوں جانب کے دباؤں میں معتد بہ فرق ہونا ضروری ہے۔

۱۲۸۔ معمولی پمپ یا چوس پمپ۔ اس قسم کے پمپ میں دو اسطوانے ڈب اور ب ج ہوتے ہیں اور اوپر کے اسطوانے کی تراش کا رقبہ نیچے کے اسطوانہ کی تراش کے رقبہ کی نسبت زیادہ ہوتا ہے۔ لیکن طول میں نیچے کا اسطوانہ زیادہ ہوتا ہے اور اس کے نیچے کا سر اس پانی کی سطح کے نیچے ڈوبا رہتا ہے جس کو اٹھانا منظور ہوتا ہے اوپر کے اسطوانہ کے اندر ایک انتصابی سلاخ ہوتی ہے جس کے نیچے کے سرے کے ساتھ ایک فشارہ دہ لگا ہوتا ہے فشارہ میں ایک کھلندن ف ہوتا ہے جو صرت اوپر کی جانب چل سکتا ہے۔



یہ فشارہ انتصابی سمت میں ب سے جو دونوں اسطوانوں کا ملحق ہے ل تک جہاں پمپ کا دہانہ ہے چل سکتا ہے ب پر ایک اور کھلندن ف ہے اور یہ بھی اوپر کی طرف کھلتا ہے۔ سلاخ کو ایک سید ہے

یا خمدار بیرم گ ح ک کے ذریعہ چلایا جاتا ہے۔ بیرم کا انساب ح پر ہے اور ک پر قوت لگائی جاتی ہے۔



پمپ کا عمل۔ فرض کرو کہ ابتدا میں فشارہ اوپر کے اسطوانہ کے نچلے سرے پر ہے اور ابھی پانی نیچے کے اسطوانہ میں داخل نہیں ہوا۔

ک پر شاتولی سمت میں قوت لگانے سے فشارہ ع د اوپر اٹھتا ہے اور اس کا کھلندن ف بند رہتا ہے اس لئے یہ اوپر کی ہوا کو بھی اپنے ساتھ باہر لے جاتا ہے۔ اس طرح فشارہ مذکور اور کھلندن ن کے درمیان جو ہوا ہے وہ لطیف ہو جاتی ہے اور اس کا دباؤ اُس ہوا کے دباؤ کی نسبت جو ب ج کے اندر ہے کم ہو جاتا ہے۔ اس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ کھلندن ن اوپر کی جانب کھل جاتا ہے اور ب ج کی کچھ ہوا اوپر کے اسطوانہ میں چلی جاتی ہے۔ اس طرح سے ب ج کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کی نسبت کم ہو جاتا ہے اور حوض میں سے کچھ پانی اسطوانہ ب ج میں چڑھ آتا ہے۔ جب فشارہ ل پر پہنچتا ہے تو اس کی حرکت کی سمت بدل جاتی ہے اب اس کے اور ن کے درمیان جو ہوا ہے وہ دب جاتی ہے اور اس کا دباؤ بڑھ جاتا ہے جس سے فشارہ ن تو بند ہو جاتا ہے لیکن فشارہ ف کھل جاتا ہے اور ہوا باہر نکل جاتی ہے ہوا کا یہ اخراج جاری رہتا ہے جب تک کہ فشارہ ن پر پھر نہ آجائے اور پہلی ضرب کا دور پورا نہ ہو جائے۔

چند بار اسی طرح ضربیں لگانے سے پانی سطح ب سے اوپر آ جاتا ہے

بشرطیکہ ب ج کا طول پانی کے بار پیمائے کے ارتفاع سے کم ہو،  
پیپ کے چلنے کے لئے یہ ایک نہایت اہم اور ضروری شرط ہے۔

[چونکہ کھلمندوں میں سے کچھ نہ کچھ ہوا رستی رہتی ہے اس لئے  
علی طور پر یہ ضروری ہے کہ ب ج کا طول آبی بار پیمائے کے ارتفاع سے  
چند فٹ کم ہو]

فشارہ کی ایک اور ضرب لگانے سے کچھ پانی اس کے اوپر  
چڑھ آئیگا جو فشارہ کو اوپر کھینچتے وقت دہانہ میں سے باہر نکل جائیگا  
اور نیز فشارہ کے نیچے کا پانی اس کے ساتھ ساتھ اوپر چڑھتا  
آئیگا بشرطیکہ طول ج ل پانی کے بار پیمائے کے ارتفاع سے  
کم ہو۔

اگر مذکورہ بالا شرط پوری نہ ہو تو پانی ب اور ل کے  
درمیان کسی نقطہ پر تک چڑھيگا۔ اور فشارہ کو ب سے  
اوپر کھینچتے وقت صرف وہ پانی جو ب پر کے اندر ہے  
اوپر اٹھيگا۔

۱۲۹۔ دو اسطوانوں کی بجائے جن کا اوپر ذکر ہوا اہم صرف  
ایک اسطوانہ سے کام لے سکتے ہیں بشرطیکہ کھلمند ن جو  
اوپر کی جانب کھلتا ہے فشارہ کی سمت کے سب سے  
نچلے نقطہ سے قدرے نیچے لگایا جائے۔

یہ ضروری نہیں کہ نیچے کا اسطوانہ سیدھا ہو، یہ کسی شکل کا ہو سکتا  
ہے لیکن یہ ضرور ہے کہ اس کے اوپر کے کنارے ب سے  
پانی کا فاصلہ بار پیمائے کے ارتفاع سے تجاوز نہ کرنے پائے۔

چونکہ بالعموم پانی کے باریسا کا ارتفاع ۳۳ فٹ کے قریب ہوتا ہے اس لئے فشارہ کے سب نیچے نقطہ کا فاصلہ حوض سے ۳۳ فٹ سے قدرے کم ہونا چاہئے تاکہ پمپ چل سکے۔  
۱۳۔ فشارہ کی سلاح کا تناؤ۔ فرض کرو فشارہ کا رقبہ پانی کے باریسا کا ارتفاع ۱۰ اور پانی کے حجم کی ایک اکائی کا وزن ۱ ہے۔

نشارہ کے اوپر اور نیچے کی سطحوں پر جو دباؤ ہیں ان کے فرق پر فشارہ کی سلاح کے تناؤ کو غالب آنا پڑتا ہے۔  
اولاً فرض کرو کہ پانی نقطہ ب تک نہیں چڑھا بلکہ اس کی سطح ق پر ہے۔ تب

ق کے اوپر کی ہوا کا دباؤ = پانی کا دباؤ ق پر  
= دباؤ ج پر۔  $د \times ج ق = (د - ب - ج ق)$   
پس فشارہ کے نیچے کی سطح پر دباؤ  $د \times (د - ب - ج ق)$  ہے اور اوپر کی سطح پر دباؤ  $د \times د$  ہے۔ لہذا اگر مطلوبہ تناؤ ت ہو تو

$$ت + د \times د = (د - ب - ج ق) \times د$$

$$ت = د \times ج ق$$

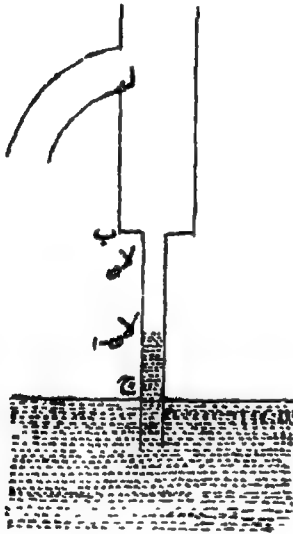
ثانیاً فرض کرو کہ پانی ایسے نقطہ ب تک پہنچ گیا ہے جو کھلمدن ن سے اوپر ہے فشارہ کی سطح میں کے کسی نقطہ پر کا دباؤ  
=  $د \times د + د \times ب = (د + ب) \times د$   
نیچے کی سطح کے کسی نقطہ پر کا دباؤ =  $د \times ج د + (د - ب) \times د$

پس مت + ر × د (فت - ج د) = ر × د (مت + د پ)

$$\therefore \text{مت} = ر \times د \times ج \text{ پ}$$

لہذا دونوں صورتوں میں سلائ کا تناؤ پانی کے اُس ستون کے وزن کے مساوی ہے جسکی تراش کا رقبہ فشارہ کے رقبہ کے مساوی ہو اور جس کا ارتفاع اُس فاصلہ کے برابر ہو جو پمپ کے اندر باہر کے پانی کی سطحوں کے درمیان ہے۔

۱۳۔ ن دین ضرب سے نل کی جس بلندی میں پانی چڑھ جاتا ہے اس کو محسوب کرو۔



دفعہ ۱۲۸ کی شکل اور صورت لیکر

فرض کرو کہ ن دین ضرب کے

شرع میں نقطہ لانی تک پانی

پہنچ چکا ہے اور ن دین ضرب

کے آخر میں پانی نقطہ لانی تک

پہنچ جاتا ہے۔

فرض کرو کہ فاصلہ ج لانی = لانی

اور فاصلہ ج لانی = لانی نیز فرض کرو

کہ ب ل = ل اور نل کا طول ج ب = ج اور کے نل ب ل کی

تراش کا رقبہ ر اور نل ب ج کی تراش کا رقبہ ہ ہے۔

فرض کرو کہ جب پانی کی سطح لانی پر ہے اور فشارہ ب پ کو

اُس ہوا کا دباؤ جو لانی ہے اوپر ہے II ہے اور بیرونی ہوا کا دباؤ II ہے

$$\therefore II = II + د \times لانی \text{ (دفعہ ۳۱) } \dots (۱)$$

جب پانی کی سطح لائ پر ہو اور فشارہ ل پر تو فرض کر دو کہ لائ کے اوپر کی ہوا کا دباؤ ۲۲ ہے تب

$$۲۲ = ۲۲ + ۲ \times \text{لائ} \dots (۲)$$

اب ضرب کے شروع میں پیپ کے جس حصہ کے اندر ہوا ہے اس کا طول = لائ ب اور اس لئے اس کا حجم = ۱ × لائ ب یعنی ۱ = (ج - لائ)

ضرب کے آخر میں یہی ہوا ہے جو اوپر کے ٹل کے ب ل طول کو اور نیز نیچے کی ٹلی کے لائ ب طول کو بھر دیتی ہے اس لئے اس کا حجم اُس وقت = ۱ × لائ ب + ر × ب ل یعنی ۱ = (ج - لائ) + ر × ل پس بائل کے ٹکلیہ سے

$$۲۲ \times (ج - لائ) = \{۱ + (ج - لائ) \times ر\} \times ۲۲ \dots (۳)$$

پس مساوات (۱) اور (۲) سے

(۲۲ - ۲ × لائ) × (ج - لائ) = (۲۲ - ۲ × لائ) × (ج - لائ) + ر × لائ  
لیکن اگر پانی کے بائیا کا ارتفاع ۲ ہو تو ۲۲ = ۲ × ۲ اس لئے  
۱ = (ج - لائ) × (ج - لائ) = (ج - لائ) × (ج - لائ) + ر × لائ  
یہ درجہ دوم کی ایک مساوات ہے اور اگر لائ معلوم ہو تو اس سے لائ کی قیمت نکل سکتی ہے۔

اگر ن کو بالتواتر ۱، ۲، ۳، ... قیمتیں دی جائیں تو مساوات بالا سے وہ ارتفاع حاصل ہو سکتے ہیں جہاں تک پہلی دوسری تیسری ... ضرب کے آخر میں پانی چڑھ جائے گا نیز چونکہ لائ ج

کے اوپر پہلی ضرب کے شروع میں پانی کی بلندی کو تعبیر کرتا ہے اسلئے یہ صیرکاً صفر ہے، پس مذکورہ بالا ارتفاع ذیل کی مساواتوں سے حاصل ہون گے۔

$$\begin{aligned} r_{ف-ج} &= (ف-ل) \{ r_{ج-ل} + r_{ل-ل} \} \\ r_{ف-ل} &= (ج-ل) = (ف-ل) \{ r_{ج-ل} + r_{ل-ل} \} \\ r_{ف-ل} &= (ج-ل) = (ف-ل) \{ r_{ج-ل} + r_{ل-ل} \} \end{aligned}$$

دیگر      دیگر

۱۳۲۔ اگر بڑے نل میں پانی چڑھ آنے سے پیشتر آخری مکمل ضرب ن دیں ہو تو دفعہ ماقبل کے ضابطہ میں خفیف سی تبدیلی کرنی پڑیگی۔

فرض کر دو کہ (ن + ۱) دین ضرب کے آخر میں پانی کی بلندی ب کے اوپر ما ہے تب دفعہ سابق کی مساواتیں (۱) اور (۲) حسب ذیل ہو جائیگی۔

$$r_{ف-ج} + r_{ج-ل} + r_{ل-ل} + \dots + r_{ن-ن} = ۲$$

$$r_{ف-ج} + r_{ج-ل} + r_{ل-ل} + \dots + r_{ن-ن} = ۲$$

نیز  $r_{ج-ل}$  (ج-ل) حجم کی ہوا پھیل کر حجم  $r_{ل-ل}$  (ل-ل) یعنی  $r_{ل-ل}$  (ل-ل) اختیار کر لیتی ہے اسلئے بال کے کلیہ سے

$$r_{ف-ج} + r_{ج-ل} = r_{ل-ل} + r_{ل-ل}$$

$$\therefore [r_{ف-ج} + r_{ج-ل}] \times (ل-ل) = r_{ل-ل} \times (ل-ل) + r_{ل-ل} \times (ل-ل)$$

$$r_{ف-ج} + r_{ج-ل} = r_{ل-ل} + r_{ل-ل}$$

اس مساوات سے ما کی قیمت نکل سکتی ہے۔

ضرب یا بعد میں پانی نل میں سے نکلنے لگتا ہے۔

۱۳۳- مشق ۱- ایک معمولی پمپ کا بڑا نل ۱۸ انچ لمبا ہے اور اس کے نیچے کا کنارہ پانی کی سطح سے ۲۱ فٹ اونچا ہے، اگر چھوٹی نلی کی تراش بڑے نل کی تراش کا  $\frac{3}{4}$  ہو تو بتاؤ کہ پہلی ضرب کے آخر میں چھوٹی نلی کے اندر پانی کس بلندی تک اوپر چڑھے گا جبکہ پانی کے باہر کا ارتفاع ۳۲ فٹ ہو۔

فرض کرو کہ بڑے نل اور نلی کی تراشوں کے رقبے بالترتیب  $r$  اور  $\frac{3}{4}r$  ہیں اور مطلوبہ بلندی لا فٹ ہے۔ نلی کے اندر کی ہوا کا حجم ابتدا میں  $(\frac{3}{4}r \times 21)$  یعنی  $\frac{9}{4}r$  کعب فٹ ہے اور پہلی ضرب کے اثناء میں جب فشار اپنے بالاترین محل میں ہوتا ہے اس وقت حجم

$$= \frac{3}{4}r \times (21 - 9) + r \times 9 = \left( \frac{9}{4}r - 9 \right) r$$

تب بائل کے کلیہ کی رُو سے اس کا دباؤ

$$= \frac{21}{28 - 9} H = \frac{\frac{9}{4}r}{\left( \frac{9}{4}r - 9 \right)} H$$

جہاں  $H$  باہر کی ہوا کے دباؤ کو تعبیر کرتا ہے۔

پس جب پانی لا اونچائی تک تھا رہے تو اس کے نیچے کے سرے پر ہوا کا دباؤ  $H$  کے مساوی ہوتا ہے اور اوپر کے سرے پر  $H \times \frac{21}{28 - 9}$  کے

$$\therefore H + 9 = H \times \frac{21}{28 - 9}$$

$$\text{لیکن } 32 \times H = H$$

$$\therefore 32 \times 21 = (28 - 9) (32 - H)$$

$$\therefore 90 - 9 = 222 + 9$$

۱۰. لا = م فٹ

مشق ۲۔ ایک معمولی پمپ کا نل ۲ فٹ لمبا ہے اور اس کا پچھلا سرا پانی کی سطح سے ۲۶ فٹ کی بلندی پر ہے، اگر نل کی تراش کا رقبہ نلی کی تراش کے رقبہ کا ۶ گنا ہو اور پانی کے بارپیماس کا ارتفاع ۳۲ فٹ ہو تو تباؤ کتنی ضربوں سے پانی نل کے اندر چڑھ آئیگا۔

یہاں لہ = ۲، ج = ۲۶، ر = ۶ اور ف = ۳۲  
لہذا دفعہ ۱۳۱ کی مساوات (۴) ہو جائیگی۔

$$(2 \times 4 + 5 - 11)(5 - 11) = (-5 - 11)(-5 - 11)$$

$$(32 - 38)(32 - 38) =$$

اس لئے  $\frac{1}{n} = \frac{1}{n-1} + 1$

(اسادات کی دوسری اصل ۶۴- لائن ۱۰۷ جو ہمارے مفید مطلب نہیں)

اب لا = میپ چلانے سے پہلے پانی کا ارتفاع = .

$$12 = 7 + 5 = 12 \quad 7 = 7 + 5 = 12 \therefore$$

اسی طرح سے  $۱۸' = ۱۸'$ ،  $۲۴' = ۲۴'$ ،  $۳۰'$  جو نلی کے طول سے زیادہ ہے، پس پانچویں ضرب کے آخر میں پانی نل کے اندر چڑھ جائیگا

اس لئے چھٹی ضرب کے آخر میں یہ دہانہ میں سے بہنا شروع ہو جائیگا۔

۱۴۴۔ اٹھاؤ پیپ۔ یہ معمولی پپ ہی کی ایک تبدیل شدہ

صورت ہے، اس میں تل کی چوٹی بند ہوتی ہے اور فشارہ

اس چوٹی کی ایک تنگ گردن میں سے پھرتا ہے جس کے

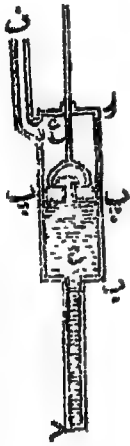
بیچ میں سے نہ ہوا گزر سکتی ہے اور نہ پانی۔

اس کے دہانہ کی تراش معمولی پپ کے دہانہ کی تلاش سے



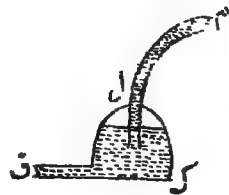
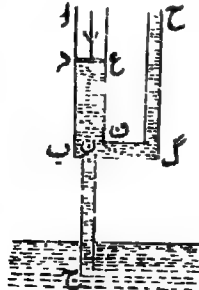
کم ہوتی ہے اور چونکہ دہانہ کا رخ نیچے کی طرف ہونے کی بجائے اوپر کی طرف ہوتا ہے اس لئے ہم پانی کو جس بلندی تک چاہیں پہنچا سکتے ہیں۔

دہانہ میں مقام ع پر ایک کھلمنڈن ہوتا ہے جو حرکت اوپر کی طرف کھل سکتا ہے جب فشارہ اوپر کی حرکت کرتا ہے تو یہ کھلمنڈن کھل جاتا ہے اور پانی دہانہ میں داخل ہو جاتا ہے لیکن جب فشارہ نیچے اترتا ہے تو یہ کھلمنڈن بند ہو جاتا ہے اور پھر اس وقت کھلتا ہے جب فشارہ اوپر کی سمت میں حرکت کرنے لگتا ہے۔



اس عمل سے پانی کو بہت بڑے ارتفاع تک اٹھایا جاسکتا ہے بشرطیکہ پمپ کا فنی مضبوط ہو۔

۱۳۵- دب پمپ - اس پمپ میں فشارہ درع ٹھوس ہوتا ہے اور اس کے اندر کوئی کھلمنڈن نہیں ہوتا لیکن نیچے کی نلی ب ج میں دب پر ایک کھلمنڈن ہوتا ہے جو معمولی پمپ کے کھلمنڈن کی مانند اوپر کو کھلتا ہے۔



اوپر کے نل کے ساتھ ایک اور انتصابی نلی گ ح ملحق ہوتی ہے اور ان کے مقام اتصال یا ملحقہ پر ایک اور کھلن ہن ہوتا ہے جو باہر کی جانب کھلتا ہے۔

فشارہ کی نزولی حرکت سے ہوا ہن میں سے خارج ہو جاتی ہے اور صعودی حرکت سے کھلن ہن تو بند ہو جاتا ہے لیکن ن کھل جاتا ہے اور معمولی پپ کی طرح پانی ب ج میں چڑھ آتا ہے جب متعدد مرتبہ یہی عمل کرنے سے پانی کی ہمواری ب سے اوپر ہو جاتی ہے تو فشارہ کی نزولی حرکت سے پانی ہن میں سے گزر کر نلی گ ح میں داخل ہو جاتا ہے لیکن صعودی حرکت سے ہن بند ہو جاتا ہے اور پانی بڑے نل میں واپس نہیں آسکتا۔

اسی طرح کی مسلسل ضربوں سے بالآخر پانی کو ایسے ارتفاع پہنچایا جاسکتا ہے جو فشارہ کے دباؤ اور پپ کی مضبوطی پر منحصر ہوتا ہے۔

داب پپ کا جو بیان اوپر ہوا ہے اس سے ظاہر ہے کہ گ ح میں سے پانی کی مسلسل رد نہیں ٹھکی بلکہ پانی صرت اسی وقت ٹھکیگا جبکہ فشارہ نیچے کی طرف جارہا ہو۔ اس غرض کے لئے کہ پانی کی دھار مسلسل ٹھکتی رہے بعض اوقات نلی ہن گ کے پچ میں ایک حجرہ لگا دیتے ہیں جس کے اندر کچھ ہوا ہوتی ہے حجرہ کے اندر سے ایک نلی ل م ٹھکتی ہے جس کا ایک سرا حجرہ کے پندے

کے بہت قریب رکھتے ہیں اور دوسرا جب قدر چاہیں بلند کیا جاسکتا ہے جب فشارہ دے نیچے اتر رہا ہو تو اس حجرہ کی ہوا داب جاتی ہے اور ساتھ ہی پانی ٹلی ل م میں سے اوپر دھکیلا جاتا ہے جب فشارہ اوپر کو جا رہا ہو تو کھلند ف بند ہو جاتا ہے اور حجرہ کے اندر کے پانی پر فشارہ کے دباؤ کا اثر نہیں رہتا، اس طرح حجرہ کے اندر کی وہ ہوا جو فشارہ کے دباؤ کے زیر عمل سکر گئی تھی اپنے ابتدائی حجم پر واپس آ جانے کی کوشش کرتی ہے، اسکا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ حجرہ کے اندر کے پانی پر مسلسل دباؤ پڑا رہتا ہے اور یہ پانی ٹلی کے اندر دھکیلا جاتا ہے اس طرح ٹلی ل م سے پانی کی ایک مسلسل دھار نکلتی رہتی ہے۔

۱۳۶۔ آگ بجھانے کا انجن۔ آگ بجھانے کا دستی انجن ہوا کا ایک داب پمپ ہوتا ہے جس کے اندر ہوا کا ایک حجرہ ہوتا ہے فرق صرت یہ ہے کہ اس میں ایک کی بجائے دو ٹلی ل م اور ٹوب ہوتے ہیں اور یہ دونوں ہوا کے حجرہ کے ساتھ

غسلک ہوتے ہیں۔ ان ٹلیوں میں

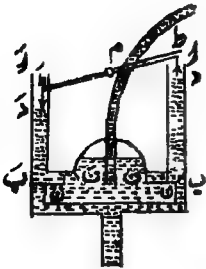
دو فشارے د اور ڈر ایسے

ہوتے ہیں کہ جب ایک فشارہ

نیچے کو جاتا ہے تو دوسرا اوپر اٹھ آتا ہے

فشاروں کے سرے ط اور ط

ایک سلاخ ط م ط کے ساتھ



پیوتہ ہوتے ہیں جو ایک ثابت نصاب م کے گرد گھوم سکتی ہے، اس قسم کے انتظام سے قریب قریب ایک مسلسل دھار حاصل ہوتی ہے کیونکہ جب فشار نے اپنی حرکت کی سمت بدلتے ہیں تو ہوا کا جبرہ اپنے دباؤ کی وجہ سے روکا تسلسل قائم رکھتا ہے۔

### ۲۶ مثلہ نمبری

۱۔ پارہ کے ایک باریکا کا ارتفاع ۲۸ انچ سے ۳۱ انچ ہو جاتا ہے اگر پارہ کی کثافت اضافی ۱۳.۶ ہو تو بتاؤ کہ اس تبدیلی کے جواب میں اس پانی کے ارتفاع میں جو معمولی پمپ کے ذریعہ اٹھایا جاسکتا ہے کیا تبدیلی واقع ہوگی۔

۲۔ ایک معمولی پمپ کے ذریعہ گیس کے تیل کے ایک کنوئیں سے تیل نکالنا منظور ہے اگر تیل کی کثافت اضافی ۸ و ہو اور پانی کا باریکا ۳۳ فٹ ۸ انچ پر ہو تو بتاؤ کہ پمپ کا پچلا کھلند کنوئیں میں تیل کی سطح کے اوپر زیادہ سے زیادہ کتنی اونچائی پر لگایا جاسکتا ہے۔

۳۔ صند کی لہر سے ایک تالاب پانی سے بھر گیا ہے جسکی کثافت اضافی ۱۵.۲۵ ہے پانی اتر جانے پر تالاب کو ایک ایسے معمولی پمپ کے ذریعہ خالی کرنا مقصود ہے جس کے فل کا پچلا کھلند تالاب کی سطح کی ہواری پر ہے اگر پانی کے باریکا کا ارتفاع ۳۴ فٹ ۲ انچ ہو تو بتاؤ کہ تالاب کی زیادہ سے زیادہ گہرائی کیا ہو سکتی ہے کہ اس کو اس طرح خالی کرنا ممکن ہو۔

۴۔ ایک پیپ کے نل کے ایک فٹ طول میں جو پانی آسکتا ہے اسکا وزن ایک گیلن (۱۰ پونڈ) ہے، پیپ کا دھانہ کنوئیں کے پانی کی سطح سے ۲۴ فٹ اونچا ہے اور ہر ضرب میں پیپ کا فشار ۴ انچ حرکت کرتا ہے، بتاؤ کہ ہر ایک ضرب میں کتنے فٹ پونڈ کام ہوتا ہے۔  
 ۵۔ ایک پیپ کا ثابت کھلند پانی کی سطح کے اوپر ۲۹ فٹ کی بلندی پر ہے، اس کے فشار کی ضرب کا کل طول ۶ انچ ہے اور اسکی سمت کا سب سے نیچلا مقام ثابت کھلند سے ۴ و ۵ انچ اونچا ہے اگر پانی کے بارپما کا ارتفاع ۳۲ فٹ ہو تو بتاؤ کہ پیپ سے نل کے اندر پانی پہنچ سکتا ہے یا نہیں۔

۶۔ ایک معمولی پیپ کی نلی کا طول پانی کی سطح کے اوپر ۱۶ فٹ ہے اور اس کی تراش کا رقبہ نل کی تراش کے رقبہ کا  $\frac{1}{16}$  ہے، اگر پانی کا بارپما ۳۲ فٹ ہو تو معلوم کرو کہ فشار کی ضرب کا طول کیا ہونا چاہیے کہ پہلی ضرب کے آخر میں پانی نل کے اندر داخل ہو جائے۔ نیز بتاؤ کہ اگر یہ طول ایک فٹ ہو تو پہلی ضرب کے آخر میں پانی کس بلندی تک چڑھے گا۔

۷۔ اٹھائو پیپ کے ذریعہ پانی کو ایک ایسے مقام تک پہنچانا مقصود ہے جہاں انتصابی ارتفاع ۲۰۰ فٹ ہے، اگر فشار کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہو تو اس کے اپنے وزن کے علاوہ اس بڑی سے بڑی قوت کی مقدار معلوم کرو جو فشار کو اٹھانے کے لئے درکار ہوگی۔

۸۔ ایک دباؤ پیپ کے فشار کا رقبہ ۱۰ مربع انچ ہے اس پیپ سے فشار کے اوپر ۶۰ فٹ کی بلندی تک پانی اوپر اٹھایا جاتا ہے، بتاؤ کہ فشار کو

چلانے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی۔

۹۔ ایک دباؤ پمپ کے ذریعہ ایک کنوئیں سے تالاب تک پانی اٹھانا مقصد ہے۔ اس کے لئے ۱۰۰ گالون کا قطر ۱۰ اینچ ہے اور فشارہ کا پیندا کنوئیں کے پانی کی سطح سے ۱۰ فٹ اوپر اور تالاب کے پانی کی سطح سے ۱۰ فٹ نیچے ہے اگر کھلندوں کے اوزان اور رگڑ کو نظر انداز کیا جائے تو بتاؤ کہ (۱) فشارہ کو اٹھانے اور (۲) فشارہ کو دبانے کے لئے کم از کم کتنی قوت درکار ہوگی جبکہ پانی کے بارپا کا ارتفاع ۳۲ فٹ ہے۔

۱۰۔ جب پانی معمولی پمپ کے دہانہ تک پہنچ جائے تو بتاؤ کہ اس کے بعد کی ہر ایک ضرب میں کتنا کام کرنا پڑتا ہے۔

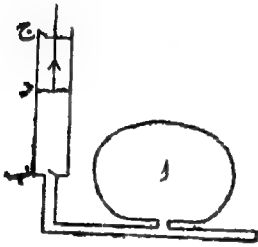
۱۱۔ ایک دباؤ پمپ کے ذریعہ پانی کو ۴ میٹر کی گہرائی سے اٹھا کر ۱۰ میٹر کی بلندی تک پہنچانا مقصد ہے اگر فشارہ کا قطر ۲۰ سنتی میٹر ہو تو فشارہ کو اوپر اٹھانے کے لئے اور نیچے دبانے کے لئے اس کی صلاح پر جو قوتیں لگانی پڑیں گی ان کی جداولہ مقداریں معلوم کرو۔

۱۲۔ ایک معمولی پمپ کے اسطوانہ اور نل کی تراشیں باہم مساوی ہیں اور فشارہ کی پہلی ضرب سے اسطوانہ کے اندر پانی جس بلندی تک اوپر چڑھتا ہے اتنی ہی مزید بلندی تک دوسری ضرب سے چڑھتا ہے ثابت کرو کہ پانی کے بارپا کا ارتفاع کنوئیں کی سطح اور فشارہ کی درمیانی فاصلہ کی بڑی سے بڑی اور چھوٹی سے چھوٹی قیمتوں کے اوسط حسابی کے مساوی ہے۔

۱۳۔ ایک معمولی پمپ کا پمپلا کھلند پانی کی سطح کے اوپر ۱۰ فٹ کی بلندی پر ہے اور نل کا رقبہ نیچے کی نلی کے رقبہ کا ۱/۲ گنا ہے اگر



سمیٹن کا ہوا پمپ۔ یہ پمپ ایک اسطوانہ ب ج پر مشتمل ہوتا ہے جس میں ب اور ج پر دو کھلند ہوتے ہیں جو اوپر کی طرف کھلتے ہیں اور ان کھلندوں کے مابین ایک فشارہ چلتا ہے اس فشارہ میں دہ پر ایک اور کھلند ہوتا ہے اور یہ بھی اوپر ہی کی طرف کھلتا ہے۔



یہ کھلند بہت احتیاط کے ساتھ حتی الوسع ہوا بند بنائے جاتے ہیں۔

اسطوانہ ب ج کے پچلے سرے

ب کو ایک نلی کے ذریعہ طرف

یا قابلہ کے ساتھ جس میں سے ہوا خارج کرنا مقصود ہوتا ہے منسلک کر دیا جاتا ہے۔

فرض کرو کہ پمپ چلانے سے پہلے فشارہ ب پر ہے جب اسکو اوپر اٹھایا جاتا ہے تو اس کے اور ب کے درمیان خلا پیدا ہو جاتا ہے اس لئے اس ہوا کا دباؤ جو ب کے نیچے ہے کھلند ب کو کھول دیتا ہے اور ہوا جو فشارہ اوپر اٹھاتا جاتا ہے قابلہ کی ہوا کھلند ب میں سے داخل ہو کر فشارہ کے نیچے کی جگہ کو بھرتی رہتی ہے۔

نیز اس عمل کے آٹا میں دہ کے اوپر کی ہوا کشیف ہوتی جاتی ہے جسکا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ ج پر کا کھلند اوپر کو کھل جاتا ہے اور ہوا نکل کر کرہ ہوائی میں داخل ہو جاتی ہے۔

ج پر پہنچ کر فشارہ نیچے اترا شروع کرتا ہے اسطرح سے اس کے اور ب کے درمیان



جو ہوا ہے وہ فشار کے دباؤ کے زیر عمل کشیف ہوتی جاتی ہے جس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ کھلمدن ب تو بند ہو جاتا ہے لیکن کھلمدن د کھل جاتا ہے اور ہوا اس میں سے نکل کر فشار کے اوپر کی جگہ میں بھر جاتی ہے۔

اس سے ظاہر ہے کہ ایک مکمل ضرب سے ب کے نیچے کی ہوا کی کچھ مقدار خارج ہو جاتی ہے۔

بعد کی ہر ایک ضرب سے ہوا کا یہی حجم (لیکن بتدریج کم ہونے والے دباؤ پر) خارج ہوتا رہتا ہے حتیٰ کہ بالآخر طرف کے اندر کی باقی ماندہ ہوا کا دباؤ کھلمدنوں کو اٹھانے کے لئے کافی نہیں ہوتا۔

نیچے کی جانب فشار کی حرکت کے دوران میں ج پر کا کھلمدن بند ہو جاتا ہے اور فشار کے اوپر کی ہوا کا دباؤ گرہ ہوائی کے دباؤ کی نسبت بہت کم ہوتا ہے، اس لئے کھلمدن ج کا فائدہ یہ ہے کہ فشار کا کھلمدن نسبتاً زیادہ آسانی سے اوپر اٹھ سکتا ہے، علاوہ ازیں اوپر کی طرف فشار کو حرکت دینے میں جو کام کرنا پڑتا ہے کھلمدن ج کی وجہ سے اس میں بہت تخفیف ہو جاتی ہے۔

۱۳۸۔ ہوا کے اخراج کی شرح۔ فرض کرو کہ قابلہ (جس میں وہ نلی بھی شامل ہے جو قابلہ کو اسطوانہ کے ساتھ دھل کرتی ہے) کا حجم ح ہے اور اسطوانہ کا حجم اوپر اور

نیچے کے کھلمندوں کے درمیان ح ہے۔ نیز فرض کرو کہ  
قابلہ کے اندر کی ہوا کی ابتدائی کثافت ک ہے اور پہلی  
نصف ضرب کے بعد کثافت ک ہے پس ظاہر ہے کہ  
جس ہوا کی کثافت ابتدا میں ک تھی اور حجم ح اب اوکی  
کثافت ک ہے اور حجم (ح + ح) ہے۔

لہذا بائل کے کلیہ کی رو سے  $ک \times ح = ک (ح + ح)$   
اسلئے  $ک = \frac{ح}{ح + ح} \times ک$  (۱)

جب فشارہ پھر ب تک اتر آتا ہے تو ہوا کا حجم ح  
خارج ہو جاتا ہے اور قابلہ کے اندر جو ہوا رہ جاتی ہے  
اس کا حجم ح ہوتا ہے اور کثافت ک۔

یہی عمل ایک دفعہ اور کیا جاتا ہے اس لئے اگر دوسری  
پوری ضرب کے بعد قابلہ کے اندر کی ہوا کی کثافت ک

ہو تو سر کیا  $ک = \frac{ح}{ح + ح} \times ک = \left( \frac{ح}{ح + ح} \right)^2 ک$   
اسی طرح سے تیسری مکمل ضرب کے آخر میں کثافت  $\left( \frac{ح}{ح + ح} \right)^3 ک$   
ہوگی اور ن دین ضرب کے آخر میں کثافت  $\left( \frac{ح}{ح + ح} \right)^n ک$  ہوگی۔

اس جملہ کی رو سے کثافت صفر بھی نہیں ہو سکتی پس نظری  
طریق پر بھی مکمل خلا کا پیدا کرنا ناممکن ہے۔

ایک خاصہ عمدہ ہوا پمپ کے ذریعہ ہوا خارج کرنے سے قابلہ کے اندر کی  
ہوا کا دباؤ انتہائی صورت میں پارہ کے  $\frac{1}{10}$  انچ دباؤ سے  
کم نہیں ہو سکتا ہوا پمپ کے ذریعہ جو قلیل ترین دباؤ  
حاصل کیا جا چکا ہے وہ شاید مندرجہ بالا دباؤ کا ایک



بب ایک نشانہ نیچے اترتا ہے تو دوسرا اوپر چڑھتا ہے شکل میں بائیں جانب کا نشانہ نیچے اتر رہا ہے اور دائیں جانب کا اوپر چڑھ رہا ہے۔

اس ساخت کے آلہ کا ایک فائدہ یہ ہے کہ ہوا کا دباؤ جو ایک طرف تو ایک نشانہ کی راسی حرکت میں مزاحمت پیدا کرتا ہے دوسری طرف دوسرے نشانہ کو نیچے اتارنے میں مدد دیتا ہے۔

اس پمپ کے ذریعہ ہوا کے اخراج کی شرح کو اسی طرح محسوب کیا جاسکتا ہے جس طرح سیٹن کے پمپ میں کیا گیا تھا۔ اس صورت میں ہر ایک نل کا حجم  $H$  ہے اور  $n$  ہر ایک نشانہ کی ضربوں کی تعداد کے نصف کو ظاہر کرتا ہے یعنی یہ ظاہر کرتا ہے کہ ایک نشانہ اپنے اسطوانہ میں کتنی دفعہ بھرا جبکہ اوپر کی طرف اور نیچے کی طرف دونوں سمتوں میں اس کی دونوں حرکتوں کو شمار کیا جائے ہاکس بی کے ہوا پمپ میں بھی ابتداءً ایک نل تھا اس وقت یہ سمیشن پمپ کے متشابه تھا فرق صرف اس قدر تھا کہ اس میں اسطوانہ کی چوٹی کھلی تھی۔

۴۰۔ سیلابی داب پیمہ۔ پارہ کا داب پیمہ ایک آلہ ہوتا ہے جس سے قابلہ کے اندر کی ہوا کا دباؤ دریافت کر سکتے ہیں، یہ دو قسم کا ہوتا ہے، پہلی قسم کے داب پیمہ کی شکل ایک چھوٹے سیفی بار پیمہ کی سی ہوتی ہے جس میں ایک چھوٹی خمدار نلی ہوتی ہے نلی کی ساقیں تقریباً مساوی طول کی ہوتی ہیں

ایک شاخ کے اندر پارہ کے اوپر ۱ پر خلا ہوتا ہے، لیکن دوسری  
ساق کا سراج قابلہ کے اندر کی ہوا میں گھٹلا ہوتا  
ہے جیسے جیسے قابلہ کے اندر کی ہوا کا دباؤ کم ہوتا جاتا  
ہے خلا والی نلی کے اندر پارہ کی سطح نیچی ہوتی  
جاتی ہے اور دونوں نلیوں کے اندر پارہ کے  
ارتفاعوں میں جو فرق ہوتا ہے وہ قابلہ کے  
اندر کی ہوا کے دباؤ کا ناپ ہوتا ہے۔



دوسری قسم کے داب پیا میں بار پیا کی ایک سیہی نلی ہوتی ہے  
اس نلی کے اوپر کا سراج قابلہ کی ہوا سے طمق ہوتا ہے اور پچھلا  
سراج پارہ کے ایک برتن کے اندر ڈوبا ہوتا ہے جو کمرہ ہوائی میں  
رکھا ہوتا ہے، جوں جوں قابلہ کی ہوا کا دباؤ کم ہوتا جاتا ہے  
کمرہ ہوائی کے دباؤ کی وجہ سے پارہ نلی کے اندر اوپر چڑھتا  
جاتا ہے اور نلی کے اندر پارہ کا ارتفاع اس فرق کو ظاہر  
کرتا ہے جو کمرہ ہوائی کے دباؤ اور قابلہ کے اندر کی ہوا کے  
دباؤ میں ہو۔

۱۴۱۔ ایک سیٹن کے ہوا پمپ میں فشارہ کی سمیت کا محول فن  
ہے، نل کی چوٹی سے فشارہ کے بالاترین محل کا فاصلہ ۱ ہے اور نل  
کے پینڈ سے فشارہ کے صب سے نیچے محل کے فاصلہ ۲ ہے  
اگر کمرہ ہوائی کی کثافت ک ہو تو بتاؤ کہ قابلہ کے اندر کی ہوا کی

انتہائی کثافت  $\frac{1}{2}$  ک ہے۔  
(فن + ۱) (فن + ۲)

فرض کرو کہ جب کسی ضرب کے شروع میں فشارہ والے سب سے نیچے مقام پر ہوتا ہے تو اس کے اور ب کے درمیان کی ہوا کی کثافت کم ہوتی ہے، ظاہر ہے کہ اس وقت فشارہ اور ج کے درمیان کی ہوا کی کثافت بھی کم ہوگی، ملاحظہ ہو شکل دفعہ ۱۳۷۔ نیز فرض کرو کہ قابلہ کی ہوا کی کثافت کم ہے۔

اب اگر ہم کثافت کم میں ضریف تخفیف کرنا چاہیں تو ضرور ہے کہ جب ضرب بالبد میں فشارہ ج ادپر کی طرف اٹھایا جائے تو کھنڈن ب ادپر کی طرف کھل سکے۔ جب فشارہ اپنے بالاترین محل میں پہنچے گا تو کثافت کم والی وہ ہوا جو ف + و طول کو گھیرے ہوئے تھی اسکی کثافت ف + و کم ہو جاتی ہے اور وہ طول و کو گھیرتی ہے پس ادپر کا کھنڈن کھل سکیگا اگر

$$\frac{ف + و}{ب} < \frac{ف + و}{ب} \quad (۱)$$

نیز اس ضرب سے کثافت کم والی ہوا جو طول ب کو گھیرے ہوئے تھی وہ اب پھیل جاتی ہے اور کثافت  $\frac{ف + و}{ب}$  پر طول ف + و ب کو گھیرتی ہے، پس نیچے کا کھنڈن ادپر اٹھیکے گا

$$\frac{ف + و}{ب} < \frac{ف + و}{ب} \quad (۲)$$

(۱) اور (۲) سے حاصل ہوتا ہے

$$\frac{ف + و}{ب} < \frac{ف + و}{ب} \times \frac{ف + و}{ف + و} < \frac{ف + و}{ب} \times \frac{ف + و}{ف + و} < \frac{ف + و}{ب}$$

پس قابلہ کی ہوا کی کثافت  $\frac{ف + و}{ب}$  سے بھی کم نہیں ہو سکتی

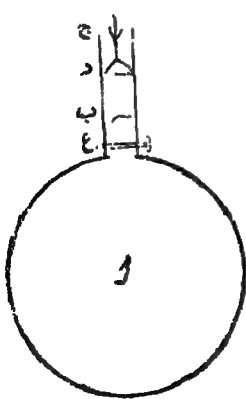
جب کثافت اس مقدار تک پہنچ جائیگی تو پمپ کا عمل بعدہ بے سود رہے گا۔

اس سے یہ بھی ظاہر ہے کہ کیوں ہر ایک ضرب کے آخر میں فشارہ کو اپنے انتہائی مقام تک لے جانا ضروری ہوتا ہے یہ امر خاص کر اُس صورت میں بہت ضروری ہے جب قابلہ کی ہوا کی کثافت اپنی انتہائی قیمت کے قریب آ پہنچے۔

نل کا طول و یا ب جو فشارہ کی مار سے محفوظ رہتا ہے خلوت کہلاتا ہے۔

اس تحقیقات میں کھلمندوں کے اوزان کو احاطہ حساب میں نہیں لایا گیا۔ اسی طرح سے یہ بھی ثابت ہو سکتا ہے کہ ہکس بی کے ہوا پمپ میں ہوا کی انتہائی کثافت  $\frac{1}{10}$  تک ہوتی ہے جہاں فشارہ کی ضرب کا طول ہے اور ب نل کے پینڈے سے فشارہ کے سب سے نچلے محل کا فاصلہ ہے۔

۱۴۲۔ مکشف ہوا پمپ۔ یہ آلہ اپنے مقصد کے لحاظ سے ہوا پمپ کا عین متضاد یا الٹ ہے یعنی اس کی مدد سے کسی طرف کی ہوا کے دباؤ کو کم کرنے کی بجائے زیادہ کرتے ہیں۔



یہ مکشف ایک طرف و پرتل ہوتا ہے اس طرف کے ساتھ ایک اسطوانہ ج ب لگا ہوتا ہے جس کے اندر ایک فشارہ د چلتا ہے اس فشارہ کے اندر اور نیز اس کے اور طرف و کے درمیان ایک ایک کھلمند ہوتا ہے یہ دونوں کھلمند نیچے کی طرف کھلتے ہیں۔

جب فشارہ دکو نیچے دھکیلا جاتا ہے تو اس کے اندر ب کے درمیان کی ہوا کشیف ہو جاتی ہے جس کی وجہ سے کھلند ب کھل جاتا ہے اور ہوا ظرت کے اندر داخل ہو جاتی ہے۔ جب فشارہ ب پر پہنچ جاتا ہے تو اس کی بازگشت شروع ہوتی ہے اس حرکت کے آئنا میں ظرت کے اندر کی ہوا کا دباؤ کھلند ب کو بند کر دیتا ہے لیکن کرہ ہوائی کا دباؤ کھلند د کو کھول دیتا ہے اور ہوا د اور ب کی درمیانی جگہ میں بھر جاتی ہے حتیٰ کہ فشارہ پھر اپنے بالاترین مقام ج پر پہنچ جاتا ہے۔ اب جو فشارہ کو اندر دھکیلا جاتا ہے تو د اور ب کی درمیانی ہوا ظرت کے اندر داخل ہو جاتی ہے۔ ظرت میں ایک روک ڈاٹ ع لگی ہوتی ہے جس کی مدد سے جب چاہیں ظرت کو بند کر سکتے ہیں۔

سیکلوں کے اندر



ہوا بھرنے کے لئے

جس قسم کے پمپ کو

استعمال کرتے ہیں وہ بھی ایک کشف ہوتا ہے جو ساخت میں ذرا مختلف ہوتا ہے۔

اس میں فشارہ کی سلاخ د ج اندر سے کھوکھلی ہوتی ہے اسکا ایک سر اج بالٹیکل کی ربر کے منہ کے ساتھ منسلک ہوتا ہے اور دوسرے سرے د پر ایک کھلند ہوتا ہے جو کھوکھلی سلاخ کے اندر کی طرف کھلتا ہے۔ جب فشارہ بیرونی تل و ب کے ایک سرے



ب پر ہوتا ہے تو باہر کی ہوا ب پر کے سوراخ میں سے  
 نل کے اندر داخل ہو جاتی ہے پھر نل کو آگے دھکیلا جاتا ہے  
 اور جب فشار ب سے آگے نکل جاتا ہے تو ل اور د کی  
 درمیانی ہوا کا تعلق باہر کی ہوا سے منقطع ہو جاتا ہے بعد ازاں  
 یہ ہوا کشیف ہو کر کلندن د کو کھول لیتی ہے اور سائیکل کے  
 کلندن میں سے ربڑ کے اندر داخل ہو جاتی ہے۔

اکثر اوقات ب پر کا سوراخ نہیں ہوتا بلکہ فشار کے سرے  
 د پر چمڑے کا ایک گول ٹکڑا ہوتا ہے جو دفعہ ۱۴۶ کے ٹکڑے  
 کے مشابہ ہوتا ہے۔ یہ ٹکڑا نل میں عیس پمپس کرتا ہے جب نل کو  
 پیچھے کھینچا جاتا ہے تو یہ چمڑا ہوا کو اندر داخل ہونے دیتا ہے  
 لیکن جب نل کو آگے دھکیلا جاتا ہے تو یہ اندر کی ہوا کو باہر  
 نکلنے نہیں دیتا۔ باہر کی ہوا کے ساتھ تعلق ب پر سے ایک  
 چھوٹے سوراخ کے ذریعہ قائم رکھا جاتا ہے۔

۱۴۳۔ مکشف کے اندر کی ہوا کی کشافت۔ فرض کرو کہ طرف  
 ل کا حجم ح اس کے اسطوانہ کے اُس حصہ کے جو ب سے  
 نیچے ہے ح ہے اور اسطوانہ کے اُس حصہ کا حجم جو فشار  
 کی سمت یا مسافت کے بالاترین نقطہ اور ب کے درمیان  
 ہے ح ہے۔

پس فشار کی ہر ضرب سے کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کا ح  
 حجم طرف کے اندر داخل ہوتا ہے اس لئے ن ضربوں کے بعد  
 مکشف کے اندر جو ہوا ہوگی اس کا حجم کرہ ہوائی کے دباؤ پر

ح + ن ح ہوگا۔

اگر اندر کی ہوا کی ابتدائی کثافت ک ہو اور ن ضربوں کے بعد کثافت ک<sub>۱</sub> ہو تو

$$ک (ح + ن ح) = ک_۱ \times ح$$

$$ک = \frac{ک_۱ (ح + ن ح)}{ح}$$

مشق۔ سیٹن کے ہوا پمپ اور ایک مکشف کا قابلہ مشترک ہے، ان دونوں کے نل برابر ہیں اور ہر ایک نل قابلہ کے  $\frac{1}{4}$  حجم کے مساوی ہے۔ اگر مکشف کی ۸ ضربیں لگائی جائیں اور بعد میں ہوا پمپ کی ۶ ضربیں لگائی جائیں تو ثابت کرو کہ اندر کی ہوا کی کثافت تقریباً وہی رہیگی۔

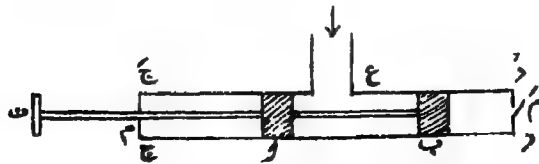
اگر ابتدائی کثافت ک ہو تو مکشف کی ۸ ضربوں کے بعد کثافت =  $\frac{ک \times ۸ + ح}{ح}$  =  $\frac{۱۸}{۱۰}$  ک

نیز پمپ کی ۶ ضربوں کے بعد کثافت =  $\frac{ک \times ۶}{ح + ح} = \frac{۶}{۱۰} ک$

$$= \frac{۱۸}{۱۰} ک = ۱.۸ ک$$

پس آخری کثافت ابتدائی کثافت کے تقریباً مساوی ہے۔

۴۴۔ ٹیٹ کا ہوا پمپ۔ عام طور پر اس طرح کا پمپ زیادہ استعمال میں آتا ہے اس میں دو فشارے ۱ اور ۲ ہوتے ہیں جن کو ایک سلاخ کے ذریعہ دستہ ۳ سے مل



کیا ہوتا ہے، ان فشاروں کے بعید ترین رنحوں کا درمیانی فاصلہ

اسطوانہ ج د کے نصف طول سے قدرے کم ہوتا ہے اسطوانہ کے وسط میں ایک راستہ ع ہوتا ہے جو دوسری جانب قابلہ میں گھٹتا ہے جس کی ہوا مکان منظور ہوتا ہے جب فشارہ ب د پر ہوتا ہے تو ا ع کے عین دائیں جانب پہنچ جاتا ہے کیونکہ ا اور ب کے بعید ترین رخوں کا فاصلہ  $\frac{1}{2}$  ج د سے کچھ کم ہے م اور م پر دو کھلند ہوتے ہیں جو دونوں باہر کی طرف کھلتے ہیں۔

شکل بالا میں فشارہ ب د کی جانب حرکت کر رہا ہے اور ہوا کو م میں سے باہر نکال رہا ہے جب ب د پر اور بنا بریں راستہ ع کے دائیں جانب آجاتا ہے تو قابلہ کی ہوا کا تعلق ا اور ج کی درمیانی جگہ کے ساتھ قائم ہو جاتا ہے فشارہ کی بازگشت کے دوران میں ا اور ج کی درمیانی ہوا دب کر براستہ کھلند م خارج ہوتی جاتی ہے اور جب بالآخر ا ج پر اور بنا بریں ب راستہ ع کے بائیں جانب پہنچ جاتا ہے تو قابلہ کی ہوا پھیل کر براستہ ع ب اور د کی درمیانی جگہ کو بھر دیتی ہے یہ ہوا فشارہ کو اندر یعنی دائیں جانب دھکیلتے وقت کھلند م میں سے خارج ہو جاتی ہے۔ فشارہ کو اسی طرح آگے پیچھے چلانے سے قابلہ کی ہوا خارج ہوتی رہتی ہے۔

سمیٹن کے ہوا پس میں دو کھلند ہوتے ہیں ایک قابلہ کے اندر اور دوسرا فشارہ میں جو ظرف کی ہوا کے خاص حد تک لطیف ہوجانے کے بعد اوپر اٹھ نہیں سکتے۔

لیکن اس پمپ میں ان دونوں کھلندوں کی ضرورت نہیں ہے اس طرح سے اس پمپ کے ذریعہ ہوا کا اخراج زیادہ حد تک ممکن ہے، اس لحاظ سے اس پمپ کو سمپسن کے ہوا پمپ پر فوقیت حاصل ہے۔

۱۴۵۔ جب ہوا کا اخراج بہت بڑی حد تک درکار ہوتا ہے جیسا برقی چراغوں کے گولوں میں تو مندرجہ بالا ساخت کے ہوا پمپ کام نہیں دیتے کیونکہ ان میں ایک خاص حد پر پہنچ کر کھلند مکمل نہیں کھلتے اور اس لئے ہوا کی کثافت میں مزید کمی واقع نہیں ہو سکتی پس لامحالہ کسی اور قسم کا پمپ استعمال کرنا پڑتا ہے، اس سبب سے ہوا پمپ اس غرض کو پورا کرتا ہے۔ اس آلہ میں شیشے کی ایک انتصابی تلی و ب ج ہوتی ہے جس کا نچلا سرا پارہ کے ایک برتن گ کے اندر ڈوبا ہوتا ہے اور اوپر کے سرے ربی پارہ کا ایک برتن ع لگا ہوتا ہے۔



اس تلی کو ب پر ایک شیشے کی تلی کے ذریعہ قابلہ کے ساتھ دھل کیا ہوتا ہے جس کی ہوا خارج کرنا مقصود ہوتا ہے۔ طول ب گ پارہ کے بارپما کے ارتفاع سے زیادہ ہوتا ہے۔

ظرف ع کا پارہ تلی و ب ج میں سے نیچے گرایا جاتا ہے نقطہ ب سے گزرنیکے بعد یہ چھوٹے چھوٹے قطروں میں تقسیم ہو جاتا ہے جن کی درمیانی جگہ میں قابلہ کی ہوا ہوتی ہے جو براستہ دب

آتی ہے، پارہ کی دھار اس ہوا کو ظرف گ کے اندر لیجاتی ہے جہاں سے وہ کرہ ہوائی میں مل جاتی ہے۔  
اس عمل سے ب د کی ہوا کا دباؤ کم ہوتا جاتا ہے جسے کہ بالآخر پارہ کے گرتے ہوئے قطروں کی چھن چھن کی آواز سے معلوم ہو جاتا ہے کہ ان کے ساتھ ہوا نہیں آ رہی ہے، اس وقت نئی ب گ میں پارہ کا ارتفاع پارہ کے بارپیمائے ارتفاع کے تقریباً مساوی ہوتا ہے۔

اس بات کی احتیاط رکھنی چاہئے کہ ظرف ع خالی نہ ہونے پائے، ظرف گ کے بھر جانے کے بعد جو پارہ اس میں سے دوسرے برتن کے اندر گرتا رہتا ہے اس کو بار بار ظرف ع میں ڈالتے رہتے ہیں۔

## مثال نمبر ۲۷

۱۔ سیٹن کے ہوا پمپ کے قابل اور فل کی باہمی نسبت دریافت کرو جبکہ چوتھی ضرب کے آخر میں قابلہ کی ہوا کی کثافت اور ابتدائی کثافت میں نسبت ۲۵۶ : ۸۱ ہو۔

۲۔ ایک یک نلے ہوا پمپ کے فل کی تراش کا رقبہ ایک مربع انچ ہے اور اسکے فشار کی ضرب کا طول ۴ انچ ہے، اگر اس کے قابلہ کی گنجائش ۳۷ کعبہ انچ ہو تو ۱۰ مکمل ضربوں کے بعد فل کے اندر کی ہوا کا جو دباؤ ہے اس کا مقابلہ ابتدائی دباؤ کے ساتھ کرو۔

۳۔ ایک ہوا پمپ کے فل اور قابلہ کے جموں کی نسبت ۱۰ : ۱ ہے نیز

ایک اور ہوا پمپ میں یہی نسبت ۵:۱ ہے۔ ثابت کرو کہ فشاروں کی تین صعودی حرکتوں کے بعد دونوں تابلوں کی ہوا کی جو کثافتیں ہونگی ان کی نسبت ۱۴۲۸:۱۳۲۱ ہوگی۔

۴۔ ایک دو نلے ہوا پمپ کے ہر ایک نلے کا حجم قابلہ کے حجم کا  $\frac{1}{2}$  ہے بتاؤ کہ پمپ کے دستہ کی چار مکمل ضربوں کے بعد قابلہ کی ہوا کے دباؤ میں کیا کمی واقع ہوگی۔

۵۔ ایک ہوا پمپ کا قابلہ اس کے نلے کا  $\frac{1}{2}$  گنا ہے بتاؤ کہ کتنی ضربوں کے بعد اندر کی ہوا کی کثافت ابتدائی کثافت کے (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  سے کم ہوگی۔  
۶۔ ایک ہوا پمپ کے نلے اور قابلہ کے حجموں کی نسبت  $\frac{1}{11}$  ہے اور ایک دوسرے ہوا پمپ میں یہی نسبت  $\frac{1}{4}$  ہے بتاؤ کہ دوسرے پمپ کی کتنی ضربیں تخلیہ ہوا کا دہی درجہ پیدا کرے گی جو پہلے پمپ کی چھ ضربیں کرتی ہیں۔

۷۔ ایک قابلہ کی ہوا خارج کرنے کے دوران میں پمپ کی ۱۰ ضربوں کے بعد اُس سینفنگ بیج (دب پمپ) کا پارہ جو پمپ کے قابلہ کے ساتھ ملحق ہے ۲۰ انچ پر ہے جبکہ بارپمپ کا ارتفاع ۳۰ انچ ہے بتاؤ کہ ۲۰ مزید ضربوں کے بعد دب پمپ کا پارہ کس ارتفاع پر ہوگا۔

۸۔ ایک ہوا پمپ کے فشارہ کی ایک مکمل ضرب کا طول ۱۲ انچ ہے فشارہ کے بالاترین محل کا فاصلہ نلے کی چوٹی سے اور نیز اس کے سب سے نیچے محل کا فاصلہ نلے کے پینڈے سے  $\frac{1}{16}$  انچ ہے ثابت کرو کہ قابلہ کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے  $\frac{1}{16}$  دین حصہ سے کم نہیں ہو سکتا۔

۹۔ ایک کمٹف ہوا پمپ کے نلے کی گنجائش ۸۰ کعب سنتی میٹر ہے اور اسکے قابلہ کی ۱۰۰۰ کعب سنتی میٹر اگر قابلہ کی ہوا کا دباؤ ابتداً ایک کرہ ہوائی کے

برابر ہو تو بتاؤ کہ ۴ ہوائی گروں کا دباؤ پیدا کرنے کے لئے کتنی ضربوں کی ضرورت ہوگی۔

۱۰۔ ایک مکشف ہوا پمپ کے نل کا قطر ایک انچ ہے اور طول ۸ انچ اس کے ذریعہ ایک سیکل کی ربر کے اندر ہوا بھرنا مقصود ہے جس کا قطر اور طول ہوا بھرنے کے بعد بالترتیب ایک انچ اور ۸۰ انچ ہیں اگر ابتداً ربر بالکل خالی ہو تو بتاؤ کہ ربر میں دو ہوائی گروں کا دباؤ پیدا کرنے کے لئے کتنی ضربوں کی ضرورت ہوگی۔

۱۱۔ ایک مکشف کے فشارہ کا رقبہ ۵ مربع انچ ہے اور اس کے قابلہ کا حجم فشارہ کی سمیت کے حجم کا ۱۰ گنا ہے فشارہ کو حرکت دینے کیلئے جو قوت لگانی ہوتی ہے اس کی مقدار ۱۶۵ پونڈ وزن سے تجاوز نہیں کر سکتی بتاؤ کہ اس قوت کے ذریعہ زیادہ سے زیادہ کتنی مکمل ضربیں لگائی جاسکتی ہیں جبکہ کرہ ہوائی کا دباؤ فی مربع انچ ۱۵ پونڈ وزن کے مساوی ہو۔

۱۲۔ ایک مکشف کے اسطوانہ کا مکمل حجم ب ہے لیکن اس کے حجم کا وہ حصہ جس میں فشارہ پھر سکتا ہے صرف ج ہے ثابت کرو کہ قابلہ کی ہوا کا دباؤ  $\frac{B}{J}$  گروں سے تجاوز نہیں کر سکتا۔

۱۳۔ ایک سمیٹن کے ہوا پمپ کا قابلہ اس کے نل کا ۸ گنا ہے بتاؤ کہ اوپر کا مکملدن کھلنے سے قبل فشارہ پانچویں صعودی ضرب میں ضرب مذکور کی کونسی کسر طے کر لیتا ہے۔

۱۴۔ ایک سمیٹن کے ہوا پمپ میں اوپر کا مکملدن اس وقت کھلتا ہے جب فشارہ اپنے راتہ کا تین چوتھائی طے کر چکتا ہے ضرب کی ابتدا میں قابلہ کی ہوا کی کثافت معلوم کرو۔

۱۵۔ ایک بوتلے کی نلی جسکی تراش کا رقبہ ایک مربع اینچ ہے مسدود ہوگئی ہے ایک مکشف ہوا پیپ نلی کے ساتھ لگا کر دیکھا گیا ہے کہ ۳۰ ضربوں کے بعد نلی کے اندر ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کا ۴ گنا ہے اگر پیپ کے نل کی گنجائش ۵۰ مکعب اینچ ہو تو ثابت کر دو کہ رکاوٹ نلی کے منہ سے  $\frac{2}{3}$  ام فٹ کے فاصلہ پر ہے۔

۱۶۔ ایک مکشفہ اور میٹن کے ہوا پیپ کے نل برابر میں اور قابلہ مشترک ہے قابلہ کا حجم ہر ایک نل کے حجم کا ۲۰ گنا ہے اگر مکشفہ کی ۲۰ ضربیں لگائی جائیں اور بعد ازاں پیپ کی ۴۱ تو ثابت کر دو کہ قابلہ کی ہوا کی کثافت تقریباً وہی ہوگی جو ابتدا میں تھی۔

۱۷۔ ہوا کو حجم ۱ کے ایک ظرف میں سے نکال کر ایک مکشفہ کے ذریعہ ۱ کے حجم کے ایک ظرف میں بھرا گیا ہے مکشفہ کے نل کا حجم ب ہے اور اسکے دونوں جانب وہ حجم جن میں فشارہ نہیں پھرتا بالترتیب ج اور ج ہیں اگر کھنڈنوں کے اوزان کو نظر انداز کیا جائے تو ثابت کر دو کہ ظرف و اور ۱ کے دباؤں کی انتہائی نسبت

ج ج

(ب-ج) (ب-ج) ہوگی۔

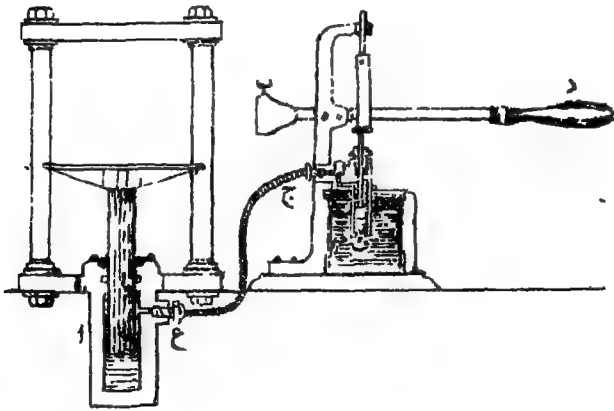
۱۸۔ ایک مکشفہ کے نل کا حجم ح ہے اور نل کے اُس حصہ کا حجم جو نل کے پیدے اور فشارہ کے سب سے نچلے محل کے درمیان ہے ح ہے اگر کھنڈن اس وقت کھلیں جبکہ اس کے دونوں جانب کے دباؤں کا فرق د ہو تو بتاؤ کہ قابلہ میں جو زیادہ سے زیادہ دباؤ پیدا کیا جاسکتا ہے وہ (د-ج) - د ہے جہاں د کرہ ہوائی کا دباؤ ہے۔



۱۹۔ ایک ہکس بی کے پمپ کے قابلہ کا حجم ۱ ہے اور نل کا بے  
اگر نل کے نچلے حصے کا وہ حجم جس میں فشار نہ پہنچ سکے ج ہو تو ثابت  
کر دو کہ ن ضربوں کے بعد کثافت کرہ ہوائی کی کثافت کی

$$\frac{ج}{ب} + (۱ - \frac{ج}{ب}) (\frac{۱}{۱+ب}) \text{ ن گنی ہوگی۔}$$

۱۴۶۔ براما کا شکنجہ۔ اس مشین کا تذکرہ پیش ازیں دفعہ ۱۲ میں ہو چکا  
ہے اس کی مدد سے بہت بڑا دباؤ ڈالا جاسکتا ہے اسکی ساخت  
کے ضروری حصے وہاں دکھائے جا چکے ہیں جو مشین درحقیقت  
استعمال کی جاتی ہے اس کی اتھابی تراش ذیل کی شکل میں دکھائی گئی ہے،  
ایک چھوٹے ٹھوس موسل کو بیرم ب د کے



ذریعہ چلایا جاتا ہے جب یہ موسل اوپر کو اٹھتا ہے تو کھلمدن  
من بھی اوپر اٹھ آتا ہے اور اس کے نیچے کے حوض میں  
سے مانع اوپر چڑھ جاتا ہے جب موسل کو نیچے دبایا جاتا ہے تو

فت پر کا کھلن بند ہو جاتا ہے اور مالٹ ج ع کے ایک کھلن میں سے گزر کر ل کے اندر داخل ہو جاتا ہے۔ جب یہ مشین ایجاد کی گئی تھی تو اس کو پورے طور پر آب بند بنانے کے لئے بڑی دشواری واقع ہوئی، جن اسطوانوں کے اندر فشاروں کی سلاخیں پھرتی ہیں ان کی درزوں میں سے پانی پچک کر باہر نکل جاتا تھا۔



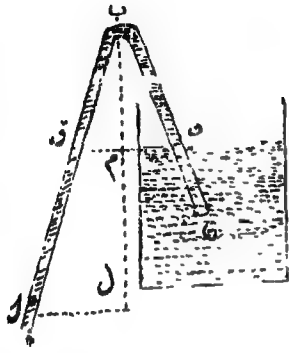
بالآخر یہ مشکل چھڑے کے ایک کار یا گلوبوش کے ذریعہ حل کی گئی۔ اس کی شکل ساتھ میں دکھائی گئی ہے

اس کار کو آب بند بنانے کے لئے پہلے تیل سے بھگو لیا جاتا ہے اور پھر اس کے قصر کو نیچے کی طرف کر کے درز کے منہ پر پہنا دیا جاتا ہے، جب پانی فشار اور درز کے پہلوؤں کے بیچ میں سے نکلنے کی کوشش کرتا ہے تو اس کے دباؤ کی وجہ سے کار مضبوطی سے فشار کے پہلو کے ساتھ چٹ جاتا ہے جتنا یہ دباؤ زیادہ ہوتا ہے اتنے ہی زیادہ زور سے یہ فشار کے پہلو کے ساتھ چٹا ہے، اس طرح پانی کا اپنا ہی دباؤ اس کو باہر نکلنے سے روک رکھتا ہے۔

۷۴- سیفن ایک آلہ ہوتا ہے جس کی وجہ سے ہم مانع سے بھرے ہوئے ظرفوں کو خالی کر سکتے ہیں۔ اس میں صرف ایک خمدار نلی ل ب ج ہوتی ہے جس کی ایک شاخ ل ب دوسری شاخ ب ج کی نسبت لمبی ہوتی ہے۔

سیفن کو مانع سے بھرا جاتا ہے پھر اس کے دونوں سروں ل اور ج کو

بند کر کے آگ کو اٹا دیا جاتا ہے اس کے بعد چھوٹے سرے ج کو



ظرف کے مائع کی سطح کے نیچے

رکھ کر دونوں سروں کو کھول دیا جاتا

ہے، یہ خیال رکھا جائے کہ سراسر

ظرف کے مائع کی سطح سے ہمیشہ نیچا رہے۔

اب مائع ل میں سے بہنا شروع

ہوتا ہے اور جب تک کہ سراج

مائع کی سطح سے نیچے رہتا ہے یہ مائع بہتا رہتا ہے۔

آگ مذکور کے عمل کی تشریح۔ فرض کرو کہ سین کا بالاترین نقطہ

ب ہے، ب میں سے ایک انتہائی خط کھینچو جو خط کے پانی

کی ہمواری سے ہم پر اور ل میں سے گزرنے والے افقی خط سے ل پر ملے۔

نیز فرض کرو کہ ن میں سے گزرنے والی افقی سطح مستوی شاخ

ب ل سے ق پر ملتی ہے۔

اب اُن قوتوں پر غور کرو جو حرکت شروع ہونے سے عین پہلے

سین کے مائع پر عمل کرتی ہیں۔

ق پر کا دباؤ، ن پر کا دباؤ = کرہ ہوائی کا دباؤ

نیز ل پر کا دباؤ = ق پر کا دباؤ + ستون ل ہم کا وزن

اسلئے مائع کا جو دباؤ ل پر ہے وہ کرہ ہوائی کے دباؤ سے

زیادہ ہے، پس ل پر کا مائع بہنا شروع کریگا اور شاخ ب ل کا

مائع اس کی جگہ پر آجائیکا اس طرح ب پر کچھ خلا پیدا ہو جائیگا

لیکن درحقیقت اگر شاخ ہم ب کا طول پارہ کے بارپہا کے

ارتفاع سے کم ہو تو ظرف کا پانی کرہ ہوائی کے دباؤ کی وجہ سے علی ج ب کے اندر بالتدریج چڑھتا رہیگا اور اس طرح سے ا میں سے ایک مسلسل دھار نکلتی رہیگی۔

سیفن خود بخود چلنے والا آلہ ہے اور مائع کی اونچی ہمواری سے نیچی ہمواری تک مائع کے بہنے میں جو کام ہوتا ہے اسے قوتِ جاذبہ سرانجام دیتی ہے۔  
۱۴۸۔ سیفن کے چلنے کے لیے جن دو شرطوں کا پورا ہونا لازمی ہے وہ حسب ذیل ہیں۔

(۱) سرا لایا اگر یہ سرا مائع کے اندر ڈوبا ہوا ہو تو اس مائع کا ارتفاع اس ظرف کے مائع کی سطح سے نیچا ہونا چاہئے جس کو خالی کرنا منظور ہے ورنہ مائع کا جو دباؤ ل پر ہوگا وہ کرہ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ ہونے کی بجائے کم ہوگا اور مائع ا میں سے بہنا شروع نہیں کریگا۔

(۲) سیفن کے بالاترین نقطہ کا جو ارتفاع ن پر کے مائع سے ہے وہ اسی مائع کے باہر یا کے ارتفاع سے کم ہونا چاہئے اگر ایسا نہ ہوگا تو کرہ ہوائی کا دباؤ م ب کے ارتفاع والے ستون کو سہارنے کے ناقابل ہوگا پانی کی صورت میں ب کا بڑے سے بڑا ارتفاع ن کے اوپر تقریباً ۳ فٹ ہو سکتا ہے اور پارہ کی صورت میں تقریباً ۳۰ انچ۔

۱۴۹۔ مشق سیفن کے ذریعہ ایک برتن میں سے پانی باہر بہ رہا ہے اگر کرہ ہوائی کا دباؤ پہلے معدوم ہو جائے اور پھر قائم ہو جائے تو بتاؤ کہ کیا واقع ہوگا جبکہ (۱) سیفن کا پچھلا سرا پانی میں غرق ہو (۲) پانی کے اندر غرق نہ ہو۔

پہلی صورت میں دونوں شاخوں کے اندر کا پانی پہلے اپنے اپنے ظرف کے اندر گر جائیگا اور سیفن کے اندر خلا ہو جائیگا۔ دباؤ کے دوبارہ نمود کرنے پر

سیفن کا عمل شروع ہو جائیگا۔

دوسری صورت میں سیفن کی دونوں شاخیں پہلے حسب معمول خالی ہو جائیں گی اور دباؤ کے عود کرانے پر ہوائی کے کھٹے منہ میں سے داخل ہو کر اس کو بھر دگی اور سیفن کا عمل دوبارہ از خود جاری نہیں ہوگا۔

## امثلہ نمبر ۲۸

- ۱۔ اگر پارہ کے باریک کا ارتفاع ۳۰ انچ ہو اور پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۵۶ ہو تو بتاؤ کہ ایک سیفن کی مدد سے پانی کس بلندی تک پہنچایا جاسکتا ہے۔
- ۲۔ پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۵۶ ہے اور اس کے باریک کا ارتفاع ۳۰ انچ ہے بتاؤ کہ ایک سیفن کی مدد سے ایک سیال جس کی کثافت اضافی ۱۵۵ ہے کسی بلندی تک پہنچایا جاسکتا ہے۔
- ۳۔ ایک برتن کے اندر جس کی اونچائی ۳ فٹ ہے کچھ پارہ ہے اس کی کیا وجہ ہے کہ ایک سیفن کے ذریعہ تمام پارہ کا نکالنا نامکن ہے۔
- ۴۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک برتن جس کی بلندی پانی کے باریک کے ارتفاع کے مساوی ہے تین چوتھائی پانی سے بھرا ہوا ہے برتن میں ایک ہوا بند ڈھکنا ہے جس کے ایک ہوا بند سوراخ میں سے ایک سیفن گزرتی ہے سیفن کا بالاترین نقطہ ڈھکنے کی سطح میں ہے اور اس کی لمبی شاخ کا سر برتن کے پینہ سے کی ہواری پر ہے ثابت کرو کہ ایک تہائی پانی سیفن کے عمل سے نکالا جاسکتا ہے۔
- ۵۔ اگر سیفن کے دوران عمل میں (۱) اسکی لمبی شاخ میں (۲) چوٹی شاخ میں ایک سوراخ کر دیا جائے تو بتاؤ کہ کیا واقع ہوگا۔

باب پنجم  
دباؤ کا مرکز

۱۵۰۔ اس باب میں ہم چند ایسی سطحوں پر کے دباؤ کے مرکز  
از سر نو معلوم کریں گے جو مانع کسے اندر غرق ہوں، ان میں سے  
بعض نتائج قبل از این دفعہ ۳م میں بتائے جا چکے ہیں۔

۱۵۱۔ ایک مستوی پتہ امانع کے اندر غرق ہے، اس پر کے دباؤ کے مرکز کے معلوم کرنے کا اعلیٰ طریقہ حسب ذیل ہے۔

فرض کرو کہ مستوی پترا ۱ ب ج ہے، اس کے محیط پر کے  
سب نقطوں ۱ ب، ج، ..... میں سے انتصابی خطوط ۱ ۱،  
ب ب، ج ج، .....

کھینچو جو مائع کی سطح سے  
بالترتیب نقاط 'ا'، 'ب'،  
'ج'، ..... پر ملیں جو اسطوانہ  
اس طرح سے حاصل ہوتا  
ہے اس کے توازن پر غور  
کرو۔



جو قوتیں اس کی مخنی سطح پر عمل کرتی ہیں وہ سب کی سب متوازی الافق ہیں اس لیے انتصابی سمت میں ان کا کوئی جزو ترکیبی نہیں ہے۔

جو قوتیں مستوی قاعدہ  $\Delta$  ب ج پر عمود وار ہیں وہ متوازی قوتوں کی ترکیب کے ضوابط کی رو سے ایک قوت واحد میں ترکیب دی جاسکتی ہیں (دیکھو علم سکون دفعہ ۵۳) اور یہ قوت  $\Delta$  ب ج پر عمود وار عمل کرتی ہے اور پترے کے دباؤ کے مرکز میں سے گزرتی ہے۔

اس قوت واحد کا انتصابی جزو ترکیبی بموجب دفعہ ۴۵ سطح پر کا حاصل انتصابی دباؤ ہے، اس لیے یہ قوت لازماً اسطوانہ مذکور کے وزن کا موازنہ کرتی ہے جو اسطوانہ کے مرکز ثقل  $\Delta$  میں سے نیچے کی طرف عمل کرتا ہے۔ اس سے ظاہر ہے کہ  $\Delta$  ایک انتصابی خط مستقیم ہے۔

پس اگر ایک غرق شدہ مستوی سطح کے محیط پر کے ہر ایک نقطہ سے بائے کی سطح تک انتصابی خط کھینچے جائیں اور اس طرح جو سیالی اسطوانہ بنے اسکے مرکز ثقل میں سے ایک انتصابی خط کھینچا جائے تو سطح مستوی پر کا وہ نقطہ جہاں موخر الذکر انتصابی خط سطح مذکور سے ملے گا سطح پر کے دباؤ کا مرکز ہوگا۔

اگر  $\Delta$  ب ج کی سطح مستوی انتصابی ہو تو بظاہر متذکرہ بالا عمل سودمند نہ ہوگا لیکن اس صورت پر اس طرح خور کرو۔  
فرض کرو کہ سطح مستوی  $\Delta$  ب ج انتصابی نہیں ہے

اور اس کی سطح مانع کی سطح سے خط میں ط پر ملتی ہے، اس سطح مستوی میں ط ا ج ب کو محور میں ط کے گرد گھما کر کسی دوسرے محل میں لے آؤ خواہ اس محل میں یہ سطح انتصابی ہی کیوں نہ ہو ایسا کرنے سے ہر ایک نقطہ پر کے دباؤ میں ایک ہی نسبت سے تبدیلی واقع ہوگی اور ان دباؤں کی متوازی قوتوں کا نظام ایک ہی زاویہ میں سے گھوم جائیگا اس لئے متوازی قوتوں کی ترکیب کے اصول کی رو سے ان کے مرکز کے مقام میں کوئی تغیر واقع نہ ہوگا۔

۱۵۲۔ ایک مستطیلی پتہ کسی متجانس الاجز مانع کے اندر اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کا ایک ضلع مانع کی سطح میں ہے، پتہ پر کے دباؤ کا مرکز دریافت کرو۔

(دفعہ ہذا اور نیز بعد کی دو دفعات احصاء تکملات کی رو سے بھی ثابت کی گئی ہیں، دیکھو ضمیمہ)

فرض کرو کہ مستطیل ا ب ج د کا ضلع ا ب مانع کی سطح میں ہے اور اس کی سطح ج د میں سے گزرنے والی انتصابی سطح مستوی کے ساتھ کوئی خاص محدود زاویہ بناتی ہے۔ خطوط ب ج، ج د، د ا پر کے ہر ایک نقطہ سے انتصابی خط کھینچو، فرض کرو کہ یہ خط مانع کی سطح سے ب ر، ر ق، ق ا پر ملتے ہیں۔

تب دفعہ ۱۵۱ کی رو سے مستطیل پر کے دباؤ کا مرکز نقطہ ن پر اس جگہ واقع ہے جہاں سیالی فائد (ج د، ب ر ق ا) کے مرکز ثقل ٹ میں سے گزرنے والا انتصابی خط مستطیل



ا ب ج د سے ملتا ہے۔

فرض کرو کہ ا ب ا ج د ا ر ق

کے وسطی نقطے بالترتیب ل م

س ہیں تب ظاہر ہے کہ فائدہ

مذکورہ کا مرکز ثقل وہی ہو گا جو

مثلث ل م س کا ہے۔

پس اگر ل م کی تنصیف نقطہ ع پر کی جائے اور ع س

پر ایک نقطہ ث ایسا لیا جائے کہ ع ث =  $\frac{1}{3}$  ع س تو ث

مطلوبہ مرکز ثقل ہو گا۔

اگر ث ن ایک انتصابی خط کھینچا جائے تو متشابه مثلثوں سے

$$ع ن : ع م = ع ث : ع س = \frac{1}{3}$$

$$\therefore ع ن = \frac{1}{3} ع م = \frac{1}{3} ل م$$

$$اور ل ن = ل ع + ع ن = ل ع + \frac{1}{3} ل م = \frac{4}{3} ل م$$

پس مستطیل پر کے دباؤ کا مرکز اس کے وسطی خط کا وہ نقطہ ہوتا

ہے جس کا فاصلہ اوپر کے ضلع سے اس خط کے طول کا دو تہائی ہو۔

فرع۔ اگر مستطیل کو ا ب کے گرد اتنا گھمایا جائے کہ اس کی

سطح انتصابی ہو جائے تو اس کے مرکز دباؤ کے مقام میں کوئی

تبدیلی واقع نہ ہو گی۔

۱۵۳۔ ایک مثلث کسی متجانس الاجزاء مانع کے اندر اس طرح

غرق کیا گیا ہے کہ اس کا ایک ضلع مانع کی سطح میں ہے، مثلث

پر کے دباؤ کا مرکز دریافت کرو۔

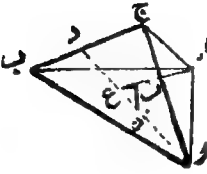
فرض کرو کہ مثلث ا ب ج

کا قاعدہ ب ج مانع کی سطح میں

ہے اور مثلث کی سطح سمت

انتصابی کے ساتھ کوئی محدود

زاویہ بناتی ہے۔ ا میں سے



ایک انتصابی خط اور کھینچو جو مانع کی سطح سے ر پر ملے۔

تب بموجب دفعہ ۱۵ مطلوبہ مرکز دباؤ وہ نقطہ ہوگا جہاں

سیالی ذوار بعینہ السطوح ا ب ج ر کے مرکز ثقل ت میں

گزرنے والا انتصابی خط مثلث ا ب ج سے ملتا ہے۔

اب ب ج کی تنصیف د پر کرو اور ا د پر ع ایک ایسا نقطہ

لو کہ  $دع = \frac{1}{3} دا$ ، اسی طرح ع ر پر ت ایک ایسا نقطہ لو کہ

ع ت =  $\frac{1}{3} عر$ ، تب (علم سکون دفعہ ۱۰ کی رو سے) ت

مرکز ثقل ہے ا ب ج ر کا، پس اگر ت میں سے ایک انتصابی

خط کھینچا جائے جو ا ب ج سے ن پر ملے تو ن مطلوبہ مرکز

دباؤ ہوگا۔

مشابہ مثلثوں سے  $ع : ن : عا = ع : ت : عر = ۱ : ۲ : ۳$

$$\therefore ع : ن = عا : ع = ۱ : ۲ = ۱ : ۲ \times \frac{۱}{۳} = ۱ : \frac{۲}{۳} = ۳ : ۲$$

$$\therefore دن = دع + عن = ۱ + \frac{۳}{۲} = \frac{۲}{۲} + \frac{۳}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲\frac{۱}{۲}$$

پس مرکز دباؤ ن خط وسطی دا کی تنصیف کرتا ہے۔





چونکہ ب ج متوازی الافق ہے اسلئے یہ ر ق کے مساوی ہے  
لہذا اگر مستطیل ب ج ق ر کا مرکز ع ہو تو (ا ب ج ق ر)  
کا مرکز ثقل ع ا پر کا ایک ایسا نقطہ ن ہے کہ ا ن =  $\frac{3}{4}$  ا ع  
ع سے ج ب ج پر عمود کھینچو جو ب ج سے د پر ملے تب د  
ب ج کا وسطی نقطہ ہوگا۔

ن میں سے گزرنے والا انتصابی خط ث ن کھینچو جو ا د سے  
ن پر ملے۔

تب ن مطلوبہ مرکز دباؤ ہوگا۔

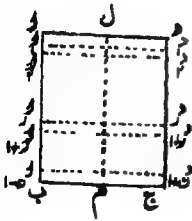
مشابہ مشابہوں سے ا ن : ا د = ا ن : ا ع =  $\frac{3}{4}$

$$\therefore ا ن = \frac{3}{4} ا د$$

اسلئے مطلوبہ مرکز دباؤ خط وسطی کو نسبت ۳ : ۱ میں تقسیم کرتا ہے  
۱۵۵- ذیل میں گذشتہ دفعات کے نتائج کو حاصل کرنے کا ایک اور  
طریقہ درج کیا گیا ہے اس طریقہ میں رقبہ کو پہلے بہت پتلے ٹکڑوں  
میں منقسم کیا گیا ہے جن میں سے ہر ایک پر کے دباؤ کی مقدار اور  
مرکز معلوم ہے اور پھر علم سکون دفعہ ۱۱ کے ضوابط کے مطابق  
تمام رقبہ پر کے دباؤ کا مرکز دریافت کیا گیا ہے۔

۱۵۶- ایک مستطیل مانع کے اندر سطح

غرق کیا گیا ہے کہ اس کا ایک ضلع مانع کی  
سطح میں ہے، مستطیل پر کے دباؤ کا مرکز  
دریافت کرو۔



فرض کرو کہ ا د = ا اور ا ب = ب

ضلع ا ب کون مساوی حصوں میں تقسیم کرو جہاں ن بہت بڑا ہے، تب فاصلوں  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}$  ... لیں۔ ب میں سے ہر ایک فاصلہ ایک چھوٹی مقدار  $\frac{1}{n}$  کے مساوی ہے۔ نقاط  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$  میں سے  $\frac{1}{n}$  کے متوازی خطوط مستقیم کھینچ کر مستطیل کو کثیر التعداد مساوی پتلے ٹکڑوں میں تقسیم کرو۔ تب یہ خیال کیا جاسکتا ہے کہ اُن میں سے ہر ایک ٹکڑے کے سب نقطوں پر دباؤ مساوی ہیں، اس لئے ہر ایک ٹکڑے پر کا حاصل مجموعی دباؤ اس کے وسطی نقطہ پر عمل کرے گا۔ پس مستطیل پر کا کل دباؤ  $L$  م کے کسی نقطہ پر عمل کرے گا جہاں  $L$  م خطوط  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$  کے وسطی نقاط  $L$  اور  $M$  کا خط وصل ہے۔

نیز چونکہ  $\frac{1}{n}$  بہت چھوٹا ہے اس لئے اس کا مرکز ثقل اور مرکز دباؤ دونوں قریب قریب  $\frac{1}{n}$  کے وسطی نقطہ پر منطبق ہونگے لہذا ان دونوں کا فاصلہ  $\frac{1}{n}$  سے  $\frac{1}{n}$  ہوگا۔ اب چونکہ ہر ایک ٹکڑے کا مجموعی دباؤ = اس کا رقبہ  $\times$  اسکے مرکز ثقل کی گہرائی، اس لئے ٹکڑوں  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$  کا پر کے مجموعی دباؤ بالترتیب

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1}, \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n} \times \frac{1}{n}$  کے مساوی ہیں اور  $L$  سے بالترتیب  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}$  فاصلوں پر عمل کرتے ہیں۔

پس اگر مطلوبہ دباؤ کے مرکز کا فاصلہ  $l$  سے لآ ہو تو حسب دفعہ  
دفعہ ۱۱۱ علم سکون

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \left(\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \left(\frac{2}{n}\right) + \dots + \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \left(\frac{n-1}{n}\right)}{\frac{1}{n} \times \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \times \frac{2}{n} + \dots + \frac{1}{n} \times \frac{n-1}{n}} \\ & = \frac{\frac{(1-n)(1-n)}{2} \times \frac{1}{n}}{\frac{(1-n) + \dots + 3 + 2 + 1}{2}} \times \frac{1}{n} = \frac{1-n}{3} \times \frac{1}{n} \\ & = \left[ \frac{1}{3} - \frac{1}{n} \right] \end{aligned}$$

اب  $n$  کو لا انتہا بڑھا دو جس سے  $\frac{1}{n}$  بالآخر صفر ہو جائے گا۔

∴ لآ  $\frac{1}{3}$  حسب سابق [دفعہ ۱۵۲]

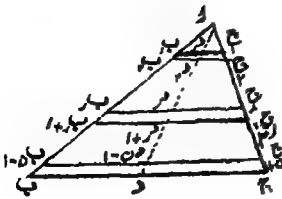
نتیجہ صریح - اگر مستطیل کی بجائے ایک متوازی الاضلاع لیا جائے جس کا ایک ضلع مانع کی سطح میں ہو تو بھی دفعہ ہذا اور دفعہ ۱۵۲ کے ثبوت برقرار رہتے ہیں۔

۱۵۷ - ایک مثلث کسی مانع کے اندر اس طرح غرق ہے کہ اس کا رأس مانع کی سطح میں ہے اور مقابل کا کنارہ متوازی الافق ہے، مثلث پر کے دباؤ کا مرکز معلوم کرو۔

فرض کرو کہ  $AD = DC$  جہاں  
د قاعدہ  $BC$  کا وسطی نقطہ ہے

مثلث کے قاعدہ  $BC$  کے

متوازی خطوط مستقیم  $BC, B_1C_1, B_2C_2, \dots$



... ہیرج' ... بن۔ ج۔ کھینچ کر مثلث کو کثیر التعداد مساوی  
عرض والے پتلے ٹکڑوں میں تقسیم کرو اور فرض کرو ایسے ٹکڑے  
ن ہیں، تب خط  $ل د$  نقاط  $ح$ ،  $د$ ، ...  $ح$ ، ...  $د$  پر  
ن مساوی فاصلوں  $ل د$ ،  $د ح$ ، ...  $ح د$ ، ...  $د ح$  میں  
تقسیم ہو جائیگا جن میں سے ہر ایک ٹکڑے کا عرض  $\frac{ل}{ن}$  ہوگا۔  
تقسیم کنندہ مثلثوں سے ہیرج  $= \frac{ل د}{د} \times ل$  جہاں  $ل$  قاعدہ  
ب ج کا طول ہے۔

اسلئے پتلے ٹکڑے ہیرج  $+$  ہیرج کا رقبہ  $= ل د$  یعنی  $\frac{ل د}{ن} \times ن$   
نیز اس ٹکڑے کا مرکز ثقل جو  $د$  پر  $ل$  کا وسطی نقطہ ہے قریب  
قریب  $د$  پر منطبق ہوتا ہے اس لئے اس کی گہرائی بھی  $\frac{ل}{ن}$  د  
پس ہیرج  $+$  اپر کا کل دباؤ  $= \frac{ل د}{ن} \times د$   
اب اس ٹکڑے پر کے دباؤ کا مرکز قریب قریب  $د$  ہے  
اور اس کا فاصلہ  $ل$  سے  $\frac{ل}{ن}$  د ہے۔  
اسلئے متوازی قوتوں کا مرکز معلوم کرنے کے طریقہ کے  
مطابق

$$ل آ = \frac{\text{ح} (ہر ایک جزو پر کا دباؤ \times \text{اسکے مرکز دباؤ کا فاصلہ})}{\text{ح}}$$

$$\text{ح} = \text{ہر ایک جزو پر کا دباؤ}$$

$$= \frac{\text{ح} \left( \frac{ل د}{ن} \times \frac{ل}{ن} \right)}{\left( \frac{ل د}{ن} \times د \right)}$$

ایک سے لیکر ن۔ تاکہ رکی سب

قیمتوں کے لئے



$$\frac{\left\{ \frac{2 \times (1-N)}{2} \right\} \times \frac{2}{N} = \frac{[3(1-N) + \dots + 3 + 2 + 1] \frac{2}{N}}{[2(1-N) + \dots + 2 + 1] \frac{2}{N}} =$$

$$\frac{\frac{1}{N} - 1}{\frac{1}{2N} - 1} \times \frac{3}{2} = \frac{1 - N}{1 - 2N} \times \frac{4}{3} =$$

اب  $N$  کو لا انتہا بڑھا دو جس سے  $\frac{1}{N}$  نہایت چھوٹا ہو جائیگا  
تب لا  $\frac{3}{2} = \frac{5}{3} = 1.5$

### ۲۹ مثلہ نمبری

۱۔ ایک مثلث کسی مانع کے اندر اس طرح ڈوبا ہوا ہے کہ اس کا قاعدہ مانع کی سطح میں ہے، مثلث پر ایک افقی خط کھینچا گیا ہے جو اس کے مرکز کو دباؤ میں سے گزرتا ہے، ثابت کرو کہ یہ خط مثلث کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہیں۔

۲۔ ایک کعب نما صندوق کا ایک بے وزن ڈھکنا ہے جو ایک قبضہ کے ذریعہ اس کے ایک کنارہ کے گرد بلا تکلف گھوم سکتا ہے، صندوق کے گرد ایک رسی بندھی ہے جو اس کنارے اور نیز اس کے باقی تین متوازی کناروں کے وسطی نقطوں پر سے گزرتی ہے، صندوق کو پانی سے بھر کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا ڈھکنا انتہائی ہے اور قبضہ والا کنارہ اوپر کی طرف ہے، ثابت کرو کہ رسی کا تناؤ پانی کے وزن کا ایک تہائی ہے۔

۳۔ نصف کعب کی شکل کا ایک صندوق دسات کی ایک پتلی چادر کا

بنا ہوا ہے، اس کے ایک کنارہ کو ایک انتہائی دیوار کے ساتھ قبضہ کر کے  
 ذریعہ اس طرح لگا دیا گیا ہے کہ یہ کنارہ متوازی الافق ہے اور صندوق  
 کا ایک مربع رخ دیوار سے مس کرتا ہے، اگر اس رخ کو بنا کر صندوق کے  
 اندر پانی بھرا جائے اور پانی باہر نہ نکلے تو دو حالت کا وزن فی مکعب فٹ  
 دریافت کرو جبکہ مکعب کے ایک کنارہ کا طول  $l$  فٹ ہو۔

۴۔ ایک مستطیل مانع کے اندر اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کے دو  
 کنارے افق کے متوازی ہیں اور ان کی گہرائیاں بالترتیب مانع کی سطح  
 کے نیچے  $l$  اور  $b$  ہیں، ثابت کرو کہ اس کے مرکز دباؤ کی گہرائی

$$\frac{l}{3} + \frac{l + b}{2} + \frac{b^2}{6l} \text{ ہے۔}$$

[مستطیل کے ان اضلاع کو خارج کر دو افقی اضلاع پر عمود ہیں حتیٰ کہ یہ مانع  
 کی سطح سے مل جائیں، تب مستطیل زیر بحث پر جو دباؤ ہے وہ ان مستطیلوں  
 کے مجموعی دباؤ کے فرق کے مساوی ہے جن میں سے ہر ایک کا ایک ضلع  
 مانع کی سطح میں ہے، ان موخر الذکر مستطیلوں پر کے مجموعی دباؤ اور نیز ان  
 دباؤں کے مرکز دفعتات ۳۹ اور ۵۶ کی رو سے معلوم کرو اور پھر علم سکون  
 دفعہ ۱۱۶ کے مطابق عمل کرو]

۵۔ ایک منحرف کے متوازی اضلاع کے طول بالترتیب  $l$  اور  $b$  ہیں  
 اور ان کا درمیانی فاصلہ ہے، اگر منحرف کو مانع کے اندر اس طرح غرق  
 کیا جائے کہ اس کی سطح انتہائی ہو اور ضلع اپانی کی سطح میں ہو تو ثابت

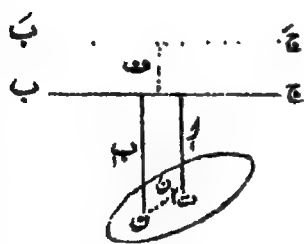
کر دو کہ دباؤ کا مرکز پانی کی سطح کے نیچے  $\frac{l + b}{2} \times \frac{h}{2}$  گہرائی پر ہوگا۔

۶۔ ایک ذوالبجہ الاضلاع ۱ ب ج د کسی مانع کے اندر اس سطح  
غرق ہے کہ اس کا ضلع ج د مانع کی سطح میں ہے اور اضلاع ۱ د ۱ ب ج  
جن کے طول بالترتیب ۷ اور ۲ ہیں اتنا جابی ہیں، ثابت کرو کہ وہاؤ کے  
مرکز کی گہرائی  $\frac{1}{4} (۲۷ + ۲۷) (۷ + ۷)$  ہے۔

۷۔ کمب کی شکل کے ایک صندوق کا ایک ٹھیک آئینا لاڈلنی ڈھنسا ہے جو چکنے قبضوں کے ذریعہ ایک کنارہ کے ساتھ لٹکایا گیا ہے۔ صندوق کو پانی سے بھرا گیا ہے صندوق کو اس کے قاعدہ کے مختلف کناروں کے گرد بن زاویوں میں سے گھمانے سے پانی عین ٹکٹنا شروع ہو جائے ان کے ماسوں کا مقابلہ کرو۔

۸۔ وفد ۱۵۴ کی صورت کو دفعات ۱۵۲ اور ۱۵۳ کی صورتوں کا فرق سمجھ کر دباؤ کا مرکز محسوب کرو۔

۱۵۸۔ ایک مستوی رقبہ کو کسی متجانس الاجزائے کے اندر غرق کیا گیا ہے، اس کے مرکز ثقل کی گہرائی  $h$  اور دباؤ کے مرکز کی گہرائی  $h'$  ہے۔ اگر اس رقبہ کو بغیر گھمانے کے اور نیچے کر دیا جائے تو دباؤ کے مرکز کا نیا مقام دریافت کرو۔



فرض کرو کہ پہلی صورت میں پانی  
کی سطح بج پر ہے اور مرکز ثقل  
اور مرکز دباؤ بالترتیب ت اور  
نہ ہیں۔

اب فرض کرو کہ رقبہ کو فاصلہ  
 دیا اور نیچے کر دیا گیا ہے یا بالفاظ دیگر یہ ہے مانع کے ادھر مقررہ مانع گہرائی  
 تک بھر دیا گیا ہے۔

اس مالع کے اوپر مزید مالع ڈال دینے کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ رقبہ کے ہر جزو پر دباؤ بڑھ جاتا ہے اور یہ اضافہ اس دباؤ کے مساوی ہے جو گہرائی ف کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے، یعنی رقبہ کی ہر اکائی پر دباؤ د ف زیادہ ہو جاتا ہے، اسلئے ان مزید دباؤں کا حاصل ر د ف کے مساوی ہے جو ف پر عمل کرتا ہے۔

اب قوتِ لطف، ثبات پر عمل کرتی ہے اور مردِ دہان پر عمل کرتی ہے، ان قوتوں کا حاصل جس نقطہ میں سے عمل کرتا ہے وہی نقطہ صریحاً دباؤ کا نیا مرکز ہے۔

متوازی قوتوں کی ترکیب کے منوابط سے ظاہر ہے کہ ن خط  
ن ث پر کا ایسا نقطہ ہے کہ

ن ن : ن ث = ر و ف : ل و م ل = ف : ا

۱۵۹۔ گزشتہ دفعہ میں بے ج کے گزیر معیار اثر لینے سے

بج کے نیچے کی گہرائی

$$\frac{ل ا م د + (ب + ف) + ل ف و + (ا + ف)}{ف + ا} = \frac{ل ا م د + ل ف و}{ف + ا}$$

پس دباؤ کے نئے مرکز کی گہرائی نئی سطح کے نیچے۔ دباؤ کے ابتدائی مرکز کی گہرائی ابتدائی سطح کے نیچے

$$= \frac{f + 2\lambda + \mu}{f + \lambda} - \frac{f + 2\lambda - \mu}{f + \lambda} = \frac{2\mu}{f + \lambda}$$

پس پانی کی سطح کے نیچے دباؤ کے مرکز کی گہرائی بس مندرجہ بالا مقدار کا اضافہ ہو جاتا ہے۔

نیز ن کی گہرائی تب ج کے نیچے۔ ن کی گہرائی تب ج کے نیچے

$$= \frac{f + 2\lambda + \mu}{f + \lambda} - (f + \mu) = \frac{f + 2\lambda - \mu}{f + \lambda}$$

یہ مقدار ہمیشہ منفی ہوتی ہے۔

پس رقبہ میں دباؤ کا مرکز فاصلہ  $\frac{f + 2\lambda - \mu}{f + \lambda}$  اوپر چڑھ جاتا ہے

نیز دوسری حالت میں دباؤ کا مرکز ہے اُس کے اور رقبہ کے مرکز ثقل کے درمیان اتصالی فاصلہ

$$= \frac{f + 2\lambda + \mu}{f + \lambda} - (f + \mu) = \frac{f + 2\lambda - \mu}{f + \lambda}$$

اور ظاہر ہے کہ یہ معکوساً ایسے بدلتا ہے جیسے  $f + \lambda$  یعنی معکوساً ایسے بدلتا ہے جیسے سطح کے نیچے مرکز ثقل کی گہرائی۔

اس سے ظاہر ہے کہ جوں جوں گہرائی زیادہ ہوتی جاتی ہے دباؤ کا مرکز مرکز ثقل کے زیادہ قریب آتا جاتا ہے پس لائنیاں گہرائی پر دونوں مرکز ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں گے۔

۱۹۰۔ اگر کسی رقبہ پر کے دباؤ کے مرکز کا مقام معلوم ہو جبکہ کرہ ہوئی۔ کے دباؤ کو نظر انداز کیا جائے تو اُس حالت میں جبکہ ہوا

کے دباؤ کو بھی ملحوظ رکھا جائے دباؤ کے مرکز کا مقام متعین ہو سکتا ہے  
فرض کر دو کہ اس سیال کے باریسا کا ارتفاع جس میں رقبہ مذکور  
ڈبو یا گیا ہے ف ہے تب کرہ ہوائی کے دباؤ کو ملحوظ رکھتے ہوئے  
نئے مرکز کا دباؤ کی ٹعین کے لئے مانع مذکور کے اوپر بلندی ف  
تک یہی مانع بھرا ہوا عرض کر لینا چاہئے جیسا کہ دفعہ ۱۵۸ کی  
شکل میں کیا گیا ہے۔

۱۶۱- مشق۔ دباؤ کہ دفعہ ۱۵۲ کی صورت میں دباؤ کا جو مرکز ہے اس کے  
مقام پر اس کرہ ہوائی کے دباؤ سے جو آبی باریسا کے ارتفاع ف کے مساوی  
ہے کیا اثر پڑیگا۔

جس صورت میں ہوا کا دباؤ نہ مستطیل پر کامل دباؤ ل ب ب  $\times$   $\frac{1}{2}$   $\times$  د کے  
مساوی ہے اور نقطہ ف پر عمل کرتا ہے جہاں  
 $ل ن = \frac{1}{2} ب$

کرہ ہوائی کا دباؤ ل ب ب  $\times$  ف  $\times$  د کے مساوی ہے اور نقطہ ع پر عمل  
کرتا ہے جہاں ل ع =  $\frac{1}{2} ب$   
ل کے گرد معیار اثر لینے سے ہیں معلوم ہوتا ہے کہ دباؤ کے نئے مرکز کا  
فاصلہ ل سے

$$\frac{ل ب ب \times \frac{1}{2} ب + \frac{1}{2} ب \times د \times \frac{1}{2} ب + ل ب ب \times ف \times د}{ل ب ب \times \frac{1}{2} ب + \frac{1}{2} ب \times د \times \frac{1}{2} ب + ل ب ب \times ف \times د} = \frac{\frac{1}{2} ب + ف}{\frac{1}{2} ب + ف} = \frac{ب}{۳}$$

## امثلہ نمبری ۳۰

۱۔ ایک مربع پترا انتصاباً پانی کے اندر عین غرق ہے، پھر اسکو گہرائی ب تک اور ڈبویا گیا ہے، اگر پترے کے کنارہ کا طول ۱ ہو تو ثابت کرو کہ دباؤ کے مرکز کا فاصلہ مربع کے مرکز سے  $\frac{1}{4} + \frac{1}{12}$  فٹ ہے۔

۲۔ ایک مثلث کا قاعدہ ۱ ہے اور ارتفاع ۱، مثلث کو پانی کے اندر انتصابی طور پر اس طرح غرق کیا گیا ہے کہ قاعدہ مذکور متوازی الافق ہے اور رأس اوپر کی طرف ہے، اگر قاعدہ کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے گ ہو تو مثلث کے مرکز دباؤ کی گہرائی دریافت کرو۔

۳۔ اگر گزشتہ مشق میں مثلث کو اس طرح انتصاباً ڈبویا جائے کہ اس کا رأس نیچے کی طرف ہو، رأس کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے گ ہو اور اس کا قاعدہ متوازی الافق ہو تو دباؤ کے مرکز کی گہرائی دریافت کرو۔

۴۔ ایک متساوی الاضلاع مثلث جس کا ہر ایک کنارہ ۶ میٹرز فٹ ہو پانی کے اندر انتصاباً اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کا ایک ضلع پانی کی سطح میں ہے، اگر پانی کا بار پیم ۳۳ فٹ ہے تو مثلث پر کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی دریافت کرو۔

۵۔ ایک مثلث کو کسی مائع کے اندر اس طرح غرق کیا گیا ہے کہ اس کا قاعدہ مائع کی سطح میں ہے اور رأس نیچے کی طرف، مثلث کے مرکز ثقل کی گہرائی مائع کی سطح کے نیچے گ ہے، اگر دباؤ کے دباؤ کو نظر انداز کرنے کے مثلث کے مرکز دباؤ کا مقام دریافت کیا گیا ہے، ثابت کرو کہ اگر کوہ ہوائی کے دباؤ کو ملحوظ رکھا جائے تو دباؤ کے مرکز کا نیا مقام پہلے مقام

۱۔  $\frac{1}{4}$  گ ف اوپر ہوگا جہاں ف پانی کے بارپما کا ارتفاع ہے  
۶۔ اگر مشق ماقبل میں مثلث کا قاعدہ متوازی الافق ہو اور رأس  
مائع کی سطح میں، تو متناظر فاصلہ معلوم کرو۔

۷۔ کسی ستوی رقبہ پر کے دباؤ کے مرکز کا مقام معلوم ہے جبکہ کمرہ  
ہوائی کے دباؤ کو نظر انداز کیا جائے اگر ہوا کے دباؤ کو بھی ملحوظ رکھا جائے  
تو ثابت کرو کہ مقام مذکور ذیل کے کلیہ کی مدد سے محسوب ہو سکتا ہے :

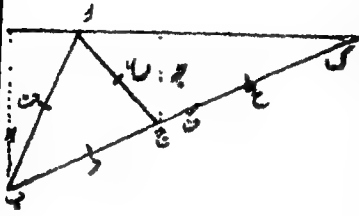
اول الذکر صورت میں مرکز ثقل اور مرکز دباؤ کی جو گہرائیاں ہیں ان  
دونوں میں مائع کے بارپما کا ارتفاع جمع کرو، تب ان مجموعوں کو آپس میں  
جو نسبت ہے وہی نسبت مذکورہ بالا گہرائیوں کو آخر الذکر سمت میں ہوگی،  
نیز دباؤ کے دونوں مرکز ایک خط مستقیم پر واقع ہونگے جو مرکز ثقل  
میں سے گزرتا ہے۔

۸۔ ایک ستوی رقبہ پانی کے اندر مکمل طور پر غرق ہے اور اس کی سطح  
انتصابی ہے، رقبہ مذکور کو گھومنے کے بغیر ایک انتصابی سطح ستوی  
میں یکساں رفتار کے ساتھ نیچے اتارا جاتا ہے، ثابت کرو کہ دباؤ کا مرکز رقبہ  
کے ہندسی مرکز میں سے گزرنے والے افقی خط کے قریب ایسی رفتار سے آتا  
جاتا ہے جو ہندسی مرکز کی گہرائی کے مربع کے بالعکس متناسب ہے۔

۱۶۲۔ ایک مثلث کسی متجانس الاجزاسیال کے اندر ڈوبا  
ہوا ہے ثابت کرو کہ اس پر کے دباؤ کا مرکز ان متوازی قوتوں  
کے مرکز پر منطبق ہوتا ہے جو مثلث مذکور کے اضلاع کے وسطی  
نقاط پر عمل کریں اور جن کی مقداریں ان نقاط کی گہرائیوں کے  
متناسب ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج ایک مثلث ہے جس کا راس ا مانع کی سطح میں ہے اور قاعدہ ب ج کسی محل میں ہے۔ ب ج کو اتنا خارج کرو کہ یہ سطح سے ک پر ملے، فرض کرو کہ اختلاف ب ج، ج ا، ا ب کے وسطی نقاط بالترتیب د، ع، ف ہیں اور ج ک ب ک کے وسطی نقاط بالترتیب ع، ف ہیں۔



ا ب ک کو ک سے تعبیر کرو اور نیز فرض کرو کہ نقاط ب ا و ج کی گہرائیاں ا ب کے پیچھے بالترتیب ب، ا اور ج ہیں، تب مثلث ا ب ک کا رقبہ  $= \frac{1}{2} \times$  ب ک

دفعہ ۱۵۳ نتیجہ صریح سے ا ب ک پر کا مجموعی دباؤ دو قوتوں کے مساوی ہے جو نقاط ف اور د پر عمل کرتی ہیں اور جدا گانہ  $\frac{1}{2} \times$  و ک ب کے مساوی ہیں۔ لیکن یہ دو قوتیں ان تین قوتوں کے مساوی ہیں جن میں سے دو بالترتیب نقاط ا اور ک پر عمل کرتی ہیں اور بلحاظ مقدار جدا گانہ لہ ۲ کے مساوی ہیں اور تیسری ب پر عمل کرتی ہے جو لہ ۲ کے مساوی ہے جہاں لہ  $= \frac{1}{2} \times$  ک ا د

اسی طرح مثلث ا ج ک پر کا مجموعی دباؤ تین قوتوں کے مساوی ہے۔ ان میں سے دو قوتیں جو جدا گانہ لہ ۲ کے مساوی ہیں اور ک پر عمل کرتی ہیں اور تیسری لہ ۲ ہے جو ج پر عمل کرتی ہے۔

اب ا ب ج پر کا مجموعی دباؤ ا ب ک اور ا ج ک پر کے  
مجموعی دباؤں کے فرق کے مساوی ہے اسلئے یہ ذیل کی قوتوں  
کے مساوی ہے۔

ا پر قوت لہ (بہ - جہ) ب پر قوت ۲ لہ بہ ج پر قوت ۲ لہ جہ  
اور ک پر قوت لہ (بہ - جہ) ..... (۱)  
نیز چونکہ ب ک : ج ک :: بہ : جہ اسلئے ک پر عمل کرنے  
والی ایک قوت (بہ - جہ) ب پر عمل کرنے والی قوت ۲ - جہ اور  
ج پر عمل کرنے والی قوت بہ، دونوں کے حاصل کے مساوی ہے [یکو  
علم سکون دفعہ ۳۳]

اس کی بنا پر یہ فرض کر لینا جائز ہے کہ ک پر عمل کرنے والی قوت  
لہ (بہ - جہ)

= ب پر قوت ۲ - لہ جہ (بہ + جہ) اور ج پر قوت لہ بہ (بہ + جہ)  
پس قوتیں (۱) مساوی ہیں ذیل کی قوتوں کے  
ا پر قوت لہ (بہ - جہ)

ب پر قوت ۲ لہ بہ - لہ جہ (بہ + جہ) یعنی لہ (بہ - جہ) (۲ بہ + جہ)  
ج پر قوت ۲ لہ جہ + لہ بہ (بہ + جہ) یعنی لہ (بہ - جہ) (بہ + ۲ جہ)  
اب مثلث ا ب ج کا رقبہ  $\Delta = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  ک ا جہ ..... (۲)

لہذا لہ (بہ - جہ) =  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

پس قوتیں (۲) ذیل کی قوتوں کے مساوی ہیں:-

ا پر قوت  $\frac{1}{16}$  (بہ + جہ) ب پر  $\frac{1}{16}$  (۲ بہ + جہ)

اور ج پر قوت  $\frac{\Delta P}{3}$  (بہ ۲+ جہ)

یعنی ف پر قوت  $\frac{\Delta P}{3} \times \frac{2}{3}$ ، ع پر قوت  $\frac{\Delta P}{3} \times \frac{1}{3}$  اور د پر قوت  $\frac{\Delta P}{3} \times \frac{1}{3}$  (جہ + جہ)

گویا دُعا ف پر کی قوتیں ان کی گہرائیوں کے متناسب ہیں۔

اب مثلث کو فاصلہ عہ اور نیچے کر دے اور فرض کرو کہ ب اور ج

کی نئی گہرائیاں با ترتیب بہ اور جہ ہیں

تب بہ = عہ + بہ اور جہ = عہ + جہ

مثلث کو اور نیچے غرق کر دینے کا

اثر یہ ہوتا ہے کہ ا ب ج کے مرکز

ثقل پر مزید مجموعی دباؤ  $\Delta \times عہ$  کا

اضافہ ہو جاتا ہے یعنی دُعا ف میں سے ہر نقطہ پر دباؤ  $\frac{\Delta P}{3} \times عہ$

کا اضافہ ہو جاتا ہے، [علم سکون دفعہ ۱۰۴]

پس مثلث پر کا مجموعی دباؤ متساوی ہے ذیل کی قوتوں کے

د پر  $\frac{\Delta P}{3} \times \left( \frac{2}{3} + عہ \right)$  یعنی  $\frac{\Delta P}{3} \times \frac{2}{3} \times \left( 1 + \frac{3}{2} عہ \right)$

ع پر  $\frac{\Delta P}{3} \times \left( \frac{1}{3} + عہ \right)$  یعنی  $\frac{\Delta P}{3} \times \frac{1}{3} \times \left( 1 + 3 عہ \right)$

ف پر  $\frac{\Delta P}{3} \times \left( \frac{1}{3} + عہ \right)$  یعنی  $\frac{\Delta P}{3} \times \frac{1}{3} \times \left( 1 + 3 عہ \right)$

پس ثابت ہوا کہ خواہ مثلث کسی محل میں ہو اس پر کے دباؤ کا

مرکز ان متوازی قوتوں کے مرکز پر منطبق ہوگا جو مثلث کے اضلاع

کے وسطی نقطوں پر عمل کریں اور جن کی مقداریں ان کی گہرائیوں کے متناسب ہوں۔

نتیجہ صریح - علم سکون دفعہ ۱۱۱ میں متوازی قوتوں کے مرکز کے لئے جو مضابطہ دیا گیا ہے اس کی رو سے دباؤ کے مرکز کی گہرائی

$$= \frac{\frac{\Delta_1}{3} (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + \frac{\Delta_2}{3} (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + \frac{\Delta_3}{3} (\text{جہ} + \text{جہ}^2)}{\frac{\Delta_1}{3} (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + \frac{\Delta_2}{3} (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + \frac{\Delta_3}{3} (\text{جہ} + \text{جہ}^2)}$$

$$= \frac{2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + 2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + 2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2)}{2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + 2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + 2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2)}$$

$$= \frac{2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + 2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + 2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2)}{2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + 2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2) + 2 (\text{جہ} + \text{جہ}^2)}$$

۱۶۳۔ مسئلہ گزشتہ کی رو سے بہت سی اشکال کے دباؤ کے مرکز ان کو مثلثوں میں تقسیم کرنے سے حاصل ہو سکتے ہیں۔

مشق - ایک منتظم سدس ا ب ج د ع ف کو پانی کے اندر اس طرح غرق کیا گیا ہے کہ اس کا ایک ضلع ا ب پانی کی سطح میں ہے، نہایت کم کہ دباؤ کے مرکز کی گہرائی کو مرکز ثقل کی گہرائی کے ساتھ نسبت ۲۳:۱۸ ہوگی فرض کرو کہ اس کا مرکز ہے، د ا، د ب، .... د ف کے وسطی نقاط بالترتیب ا، ب، ج، .... ف ہیں اور ا ب، ب ج، ج د، د ع، ع ف، ف ا کے وسطی نقاط بالترتیب م، ق، ر، س، ط، ی، ہیں۔

فرض کرو کہ د ن = ع

تب، ق، ب، ا، ی میں سے ہر ایک کی گہرائی  $\frac{1}{4}$  عہ ہے  
 ج، ف میں سے ہر ایک کی گہرائی  $\frac{1}{4}$  عہ ہے  
 ر، د، ع، ط میں سے ہر ایک کی گہرائی  $\frac{3}{4}$  عہ ہے  
 اور س کی گہرائی  $\frac{1}{2}$  عہ ہے  
 یہ سس جن چھ مثلثوں میں منقسم ہو گیا ہے، ان سب کے رقبے باہم  
 مساوی ہیں۔ اسلئے ہمیں ہر مثلث کے وسطی نقطہ پر ایک ایسی قوت لگانی  
 چاہیے جو اس نقطہ کی گہرائی کے متناسب ہو، اس طرح سے ہمیں ذیل کی  
 قوتیں حاصل ہوں گی۔

ایک قوت مساوی  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$  عہ کے گہرائی صفر پر  
 چھ قوتیں جن میں سے ہر ایک مساوی ہے  $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$  عہ کے گہرائی  $\frac{1}{4}$  عہ پر  
 چار قوتیں " "  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$  عہ کے گہرائی  $\frac{1}{2}$  عہ پر  
 چھ " "  $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$  عہ کے گہرائی  $\frac{3}{4}$  عہ پر  
 ایک قوت مساوی  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$  عہ کے گہرائی  $\frac{1}{2}$  عہ پر  
 پس علم سکون دفعہ ۱۱ کی رد سے دباؤ کے مرکز کی گہرائی

$$\frac{\left\{ \frac{1}{3} \times \left( \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{1}{3} \times \left( \frac{3}{4} \right)^2 + \frac{1}{3} \times \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \times \left( \frac{3}{4} \right)^2 + \frac{1}{3} \times \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \times \left( \frac{3}{4} \right)^2 \right\}}{\left\{ \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \right\}} =$$

$$\frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{16} + \frac{1}{3} \times \frac{9}{16} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{9}{16} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{9}{16}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}} =$$

$$\frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{16} + \frac{1}{3} \times \frac{9}{16} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{9}{16} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{9}{16}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}} =$$

### ۳۱۱ مثلاً نمبری

۱۔ اگر ایک مثلث پترے کے رقبوں کی گہرائیاں بالترتیب عہ، عہ، عہ اور

جہ ہوں تو ثابت کرو کہ پترے کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی اس کے مرکز نقل کی گہرائی سے بقدر

$$\frac{ع۲ + پ۲ + ج۲ - ع۳ - پ۳ - ج۳}{۶ (ع + پ + ج)} \text{ کے زیاں ہے۔}$$

نیز ثابت کرو کہ مرکز دباؤ اُن متوازی قوتوں کا مرکز ہے جو اس کے ماسوں پر عمل کریں اور بالترتیب

$$ع۲ + پ۲ + ج۲، ع۳ + پ۳ + ج۳، ع۴ + پ۴ + ج۴ \text{ کے متناسب ہیں}$$

۲۔ ایک مثلث  $\Delta$  ب ج کا راس  $\Delta$  پانی کی سطح میں ہے اور باقی دو راسوں ب اور ج کی گہرائیاں بالترتیب  $\Delta$  اور  $\Delta$  ہیں، اگر پانی کے سطح کا ارتفاع  $\Delta$  ہو تو مثلث کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی دریافت کرو۔  
۳۔ ایک مربع  $\Delta$  مائع کے اندر اس طرح غرق کیا گیا ہے کہ اس کا ایک راس مائع کی سطح میں ہے اور اس راس میں سے گزرنے والا وتر انتصابی ہے، ثابت کرو کہ دباؤ کا مرکز وتر کو نسبت  $\Delta : ۵$  میں تقسیم کرتا ہے۔

۴۔ ایک مربع اس طرح غرق کیا گیا ہے کہ اس کا وتر انتصابی ہے اور اس کے سب سے پچھلے کونے کی گہرائی مائع کی سطح کے نیچے سب سے اوپر کے کونے کی گہرائی سے  $\Delta$  گہنی ہے، اس کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی معلوم کرو۔

۵۔ ایک مربع اس طرح پورا غرق ہے کہ اس کا ایک وتر انتصابی ہے اور اس کے مرکز کی گہرائی  $\Delta$  گہنی ہے، ثابت کرو کہ اس کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی  $\Delta$  گہنی ہے جہاں  $\Delta$  انتصابی وتر کا طول ہے۔

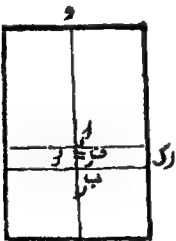
۶۔ ایک متوازی الاضلاع کے کوفوں کی گہرائیاں کسی مائع کی سطح کے نیچے بالترتیب  $\Delta$ ،  $\Delta$ ،  $\Delta$ ،  $\Delta$  گہنی ہیں اور اس کے مرکز کی

گہرائی گ ہے، ثابت کرو کہ اس پر کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی  

$$\frac{گ^۱ + گ^۲ + گ^۳ + گ^۴ + گ^۵}{۱۲گ}$$
 ہے۔

۷۔ ایک منتظم سدس پانی کے اندر اس طرح غرق ہے کہ اس کا ایک ضلع پانی کی سطح میں ہے، بالائی نصف پر کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی دریافت کرو۔  
 ۸۔ ایک معین دو ایسے سیالوں کے اندر جو آپس میں نہیں ملتے اس طرح غرق ہے کہ اس کا رأس اوپر کے سیال کی سطح میں ہے اور ایک وتر سطح مشترک میں ہے، اگر نیچے کے سیال کی کثافت اوپر کے سیال کی کثافت کی سہ چند ہو تو ثابت کرو کہ دباؤ کا مرکز دوسرے وتر کو نسبت ۵:۳ سے تقسیم کرتا ہے۔

۹۔ ایک مستطیل ن ایسے سیالوں کے اندر غرق ہے جو آپس میں نہیں ملتے اور جن کی کثافتیں اوپر کے سیال سے شروع ہو کر ک، ۲ک، ۳ک، ....، نک ہیں، مستطیل کے اوپر کا ضلع بالاترین مائع کی اوپر کی سطح میں ہے اور جو رقبے مختلف سیالوں میں غرق ہیں وہ باہم مساوی ہیں، ثابت کرو کہ مستطیل پر کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی  $\frac{۳ن}{۱+ن} \times \frac{۱۴}{۷}$  ہے جہاں ف سب سے غلط ضلع کی گہرائی ہے۔



فرض کرو کہ اُس رقبہ کا مرکز ثقل جو ر وین سیال کے اندر غرق ہے ثقل ہے اور اس رقبہ کے دباؤ کا وہ مرکز جو اس سیال کے اوپر کوئی اور سیال نہ چھونے کی صورت میں ہوتا ہے۔

اب اگر مستطیل کے بالاترین ضلع کا وسطی نقطہ ہو تو

$$\text{دائر} = (1-r) \frac{F}{N} \quad \text{دائر} = \frac{F}{N} \quad \text{دائر} = \frac{F}{N} \times \frac{1}{2} = \frac{F}{2N}$$

دفعہ ۴۲ مشق ۳ کے بموجب ہم دائر کے اوپر کے سیالوں کی بجائے ایک ایسا سیال لے سکتے ہیں جسکی موٹائی لا ہو اور کثافت رک، جہاں

$$\text{لا} \times \text{رک} = \frac{F}{N} \times \text{ک} = [(1-r) + \dots + 2 + 1] \times \frac{F}{N} \times \frac{(1-r)}{2} \times \text{رک}$$

$$\text{یعنی} \quad \text{لا} = \frac{(1-r) \frac{F}{N}}{2}$$

اس لئے دفعہ ۱۵۸ کے قاعدہ کی رو سے جو حصہ رک کثافت والے سیال کے اندر غرق ہے اس پر کا و باؤ سادی ہے ان قوتوں کے :-

$$\text{دائر پر قوت لا} \times \text{رک} \times \text{لا} \text{ اور دائر پر لا} \times \text{رک} \times \frac{F}{N}$$

جہاں لاستیتیل کے اس حصہ کا رقبہ ہے۔

پس متوازی قوتوں کے مرکز معلوم کرنے کے قاعدہ کی رو سے

$$\sum_{r=1}^n (لا \times \text{رک} \times \text{لا} + \text{دائر} \times \frac{F}{N} \times \text{و حر})$$

$$\sum_{r=1}^n (لا \times \text{رک} \times \text{لا} + \text{دائر} \times \frac{F}{N} \times \text{و حر})$$

$$\sum_{r=1}^n \left[ \frac{F}{N} (1-r) + \frac{F}{N} (1-r) \right]$$

$$\frac{F}{N} \times \frac{[(1-r) + (1-r)(1-r)]}{[1]}$$

$$\frac{F}{N} = \frac{(1-r + r^2 - r^3 + \dots)}{r}$$



$$\frac{\frac{(1+n)^2}{2} + \frac{(1+n)(1+2n)}{4} \times 3 - \left[ \frac{(1+n)^2}{2} \right] \times 4}{(1+n)(1+2n)} \times \frac{F}{n} =$$

$$\frac{(1+n)(1+3n)}{(1+n)(1+2n)} \times 3 \times \frac{F}{n} =$$

$$\frac{1+3n}{1+2n} \times \frac{F}{2} =$$

۱۰۔ ایک مستوی ذواربعۃ الاضلاع ا ب ج د اس طرح پورا پانی میں غرق ہے کہ اس کا ضلع ا ب پانی کی سطح میں ہے، اگر ج اور د کی گہرائیاں سطح کے نیچے بالترتیب جہ اور لہ ہوں اور مرکز ثقل کی گہرائی فہ ہو تو ثابت کرو کہ دباؤ کے مرکز کی گہرائی  $\frac{جہ+لہ}{۲}$  -  $\frac{۱}{۲}$  چھلے ہوگی۔

ثابت کرو کہ جو ذواربعۃ الاضلاع اس طرح ڈوبا ہوا ہو اس کے مرکز ثقل کی گہرائی اور دباؤ کے مرکز کی گہرائی کی باہمی نسبت ۳:۲ نہیں ہو سکتی۔

۱۱۔ ذواربعۃ الاضلاع کی شکل کا ایک رقبہ پانی کے اندر اس طرح غرق ہے کہ اس کے کونوں کی گہرائیاں بالترتیب عہ، بہ، جہ، لہ ہیں، ثابت کرو کہ اس کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی

$$\frac{عہ + بہ + جہ + لہ}{۶}$$

فہ

ہوگی جہاں فہ مرکز ثقل کی گہرائی ہے۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک ذواربعۃ الاضلاع ہے جس کے کونے

ا، ب، ج، د بالترتیب عہ، بہ، جہ، لہ گہرائی پر ہیں۔

فرض کرو کہ مثلث  $abc$  اور  $def$  کے رقبے بالترتیب  
 $\frac{1}{2}ab \sin C$  اور  $\frac{1}{2}de \sin F$  کے متعلق مرکزوں کی گہرائیاں  
 بالترتیب  $\frac{h}{3}$  اور  $\frac{h'}{3}$  ہوں۔

$$(1) \dots \frac{ab \sin C}{3} = \frac{de \sin F}{3} \dots (1)$$

$$(2) \dots \frac{ab \sin C}{3} = \frac{de \sin F}{3} \dots (2)$$

اب مثلثوں  $abc$  اور  $def$  پر کے مجموعی دباؤ

$$ab \sin C \times \frac{h}{3} + de \sin F \times \frac{h'}{3}$$

اور ان پر جو دباؤ عمل کرتے ہیں ان کے مرکزوں کی گہرائیاں دفعہ ۱۶۲ کے  
 نتیجہ صریح کی روش سے

$$\frac{ab \sin C \times \frac{h}{3} + de \sin F \times \frac{h'}{3}}{(ab \sin C + de \sin F) \times \frac{h + h'}{3}}$$

اس لئے اگر دباؤ کے مطلوبہ مرکز کی گہرائی  $h$  ہو تو

$$[ab \sin C \times \frac{h}{3} + de \sin F \times \frac{h'}{3}]$$

$$= \frac{h}{h + h'} [ab \sin C + de \sin F]$$

$$h = \frac{ab \sin C + de \sin F}{ab \sin C + de \sin F + h}$$

یعنی مساوات (۱) سے



## باب دہم

### گھومنے والے مائع

۱۶۴۔ مساوی دباؤ کی سطح سے وہ سطح مراد ہوتی ہے جس کے سب نقطوں پر کے دباؤ باہم مساوی ہوں۔  
 ثابت کر دو کہ ایک ساکن سیال یا ایک حرکت کرنے والے کال سیال کے کسی نقطہ پر کا حاصل مجموعی دباؤ اس مساوی دباؤ کی سطح پر عمود وار ہوتا ہے جو اُس نقطہ میں سے گزرتی ہے۔

سیال کے کسی نقطہ  $N$  پر غور کرو اور اس میں سے گزرنے والی مساوی دباؤ کی سطح پر ایک چھوٹا طول  $NQ$ ۔  
 ایک لائن تھاپتے اسطوانہ پر غور کرو جس کا محور  $NQ$  ہے اسکے سروں  $N$  اور  $Q$  پر کے



دباؤ مساوی ہیں کیونکہ ان سروں کے رقبے

ایک ہی ہیں اور  $N$  اور  $Q$  مساوی دباؤ کی سطح پر واقع ہیں۔  
 پس اسطوانہ پر کا حاصل مجموعی دباؤ  $NQ$  پر عمود وار ہوگا۔  
 اسی طرح سے یہ کسی اور مستقیم خط پر بھی عمود وار ہوگا جو  $N$  میں سے مساوی دباؤ کی سطح میں کھینچا جائے۔

لہذا یہ اس سطح پر بھی غمو واد ہوگا۔

۱۶۵۔ اگر ایک ظرف اور اس کے اندر کا مائع یکساں رفتار سے ایک انتصابی محور کے گرد گھومے تو ثابت کرو کہ مائع کی آزاد سطح ایک مکافہ نامی ہوگی (مکافہ نامی سے مراد وہ سطح ہے جو قطع مکافہ کی اس کے محور کے گرد گھمانے سے حاصل ہو)

فرض کرو کہ مائع کو گھمانے سے اس کی

سطح جو شکل اختیار کرتی ہے وہ ایسی ہے جو منحنی  
ان ک کو گردش کے محور والے گرو گھماؤ  
سے حاصل ہوتی ہے۔

قرض کرو کہ مانع کی یکساں زاوی رفتار

— 4 —

سیال کی سطح کے کسی نقطہ ن پر جو سیال ہے اُس کے ایک چھوٹے  
جزو پر غور کرو اور مٹھنی پر عماد ن گ نکالو۔ تب اس چھوٹے جزو پر  
سیال کا جو مجموعی دباؤ عمل کرتا ہے اُس کی سمت ن گ ہے۔

[کیونکہ مخنی ان ک جس سطح کی تکوین کرتا ہے وہ ہوا سے مس کرتی ہے اور ہوا کا دباؤ مستقل ہے۔ اس لئے ان ک، ن میں سے گزرنے والی مساوی دباؤ کی سطح کی تکوین کرتا ہے، لہذا دفعہ ماقبل کی رو سے حاصل مجموعی دباؤ کی سمت سطح پر عمود وار ہے]

اس جزو پر صرف ایک اور قوت جو م ج کے مساوی ہے انتصاف  
نیچے کی طرف عمل کرتی ہے جہاں م اُس جزو کی کمیت ہے اور ج جاذبہ ارض  
محور راگ پر عمود ن ل کھینچو۔

تب ن زاوی رفتار سدر کے ساتھ ایک دائرہ بناتا ہے جسکا نصف قطر ل ن ہے -

پس علم حرکت دفعہ ۱۳۵ سے ظاہر ہے کہ اس پر ضرور ایک اور قوت م سڈ ن ل ن کی سمت میں عمل کرتی ہے -  
یہ قوت لازماً دو قوتوں ح اور م ج کا حاصل ہے  
انتصابی اور افقی سمتوں میں تحلیل کرنے سے

$$ح \text{ جم طہ} - م ج = \dots\dots\dots (۱)$$

$$ح جب طہ = م سڈ ن ل \dots\dots\dots (۲)$$

$$\text{جہاں طہ سے مراد زاویہ ل گ ن ہے}$$

$$\therefore \text{مس طہ} = \frac{\text{سڈ ن ل}}{ج}$$

یعنی  $\frac{ج}{سڈ} = ن ل \times مم طہ = ل گ$   
پس منحنی ان ایسا ہے کہ زیر عماد ن گ مستقل ہے اور منحنی خاصیت صرف قطع مکافی میں پائی جاتی ہے جس میں زیر عماد وترضا کے نصف کے مساوی ہوتا ہے -

[یہاں یہ بھی بتایا جاسکتا ہے کہ کوئی اور منحنی یہ خاصیت نہیں رکھتا لیکن ثبوت کے لئے احصائے مکملات سے کام لینا پڑے گا]

پس منحنی ان ایک قطع مکافی ہے جس کا وتر خاص  $\frac{ج}{سڈ}$  ہے اور جسکا محور گردش کا محور ہے -

لہذا مائع کی سطح جو منحنی کو انتصابی خط کے گرد گھمانے سے حاصل ہوتی ہے وہ ایک مکافی بنا ہے -

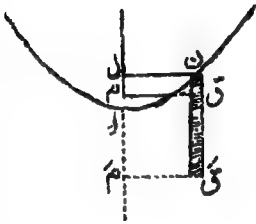
نتیجہ صریح - سطح سنگانی کے اساسی خواص سے ظاہر ہے کہ

$$N \times L = \text{وتر خاص} \times L = \frac{H}{S} \times L$$

اور یہ ربط اُن تمام نقطوں کے لئے جو سطح پر واقع ہوں درست ہے۔

۱۶۶ - گھومنے والے مائع کے کسی نقطہ پر کا دباؤ معلوم کرو۔

فرض کرو کہ مائع کے اندر کوئی نقطہ



ق ہے، ایک خط مستقیم ق ن انتصابی

سمت میں اوپر کی طرف کھینچو اور فرض

کرو کہ یہ سطح سے ن پر ملتا ہے، ن ق

کو محور ان کر ایک بہت پتلا مستدیر

اسطوانہ بناؤ جس کی تراش کا رقبہ ع ہو، گردش کے محور ا م ل

پر عمود ن ل، ق م مکالمہ۔

اگر اس مائع کا دباؤ جو ق پر ہے د ہو تو چھوٹے اسطوانہ

ن ق پر جو انتصابی قوتیں عمل کرتی ہیں وہ یہ ہیں: قوت د ع جو

ق میں سے انتصابی سمت میں اوپر کی طرف عمل کرتی ہے اور

اسطوانہ کا وزن ج ک ع ع ق ن جو انتصابی نیچے کی طرف عمل

کرتا ہے جہاں ک مائع کی کثافت ہے۔

چونکہ گردش یکساں اور مسلسل ہے اس لئے اسطوانہ ق ن

میں کوئی انتصابی امراع نہیں ہے، پس اس پر کی انتصابی قوتیں

باہم متعادل ہیں۔ لہذا

$$د ع - ج ک ع ع ق ن = ۰$$

$$\therefore د = ج \times ق \div م = ج \times م \div ل$$

$$ج \times م \div ل = (ل - م)$$

لیکن دفعہ ۱۶۵ کی رو سے

$$ن \div ل = \frac{ج \times م}{ل}$$

$$\therefore د = ج \times (ن \div ل - م)$$

$$ک = (ل \times م - ج \times م)$$

اگر ق، ا سے نیچے ہو جیسے ق پر تو

$$م \div ل = م \div ل + ل$$

$$\text{اور دباؤ} = ک = (ل \times م - ج \times م + ل \times م)$$

نتیجہ صریح ۱ - دفعہ ماقبل میں ہم نے ہوا کے دباؤ کو نظر انداز کر دیا

ہے، اگر اس کو بھی محسوب کیا جائے اور ۲ سے تعبیر کیا جائے تو

ہیں ۳ پر مزید انتسابی دباؤ ۳ × م حاصل ہوگا اور دفعہ ماقبل

میں د کی جو قیمت ہے اس میں ۳ کا اور اضافہ کرنا پڑیگا۔

نتیجہ صریح ۲ - اگر مخنی ان پر کے ہر نقطہ سے انتساباً نیچے کی

طرف خطوط مستقیم کھینچے جائیں اور یہ خط مستقیم ن ق کے مساوی

ہوں تو ان خطوط کے سرے ایک ایسے مخنی پر واقع ہونگے جو شکل

اور قامت کے لحاظ سے مخنی ان کے مساوی ہوگا پس

مساوی دباؤں کی سطحیں مساوی مکانی نما ہوتی ہیں۔

۱۶۵ - مشق ۱ - ایک مشدیر اسطوانہ جس کی چوٹی بند ہے قریب قریب چھو ایک

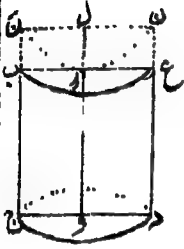
مانع سے بھرا لیا ہے اور اسطوانہ مع اپنے اندر کے پانی کے انتسابی محور کے گرد



پکساں زاویہ رفتار سے گھوم رہا ہے، اسطوانہ کے پینڈے اور چوٹی پرتال کے جو مجموعی دباؤ ہیں اُن کو معلوم کرو۔

فرض کرو کہ اسطوانہ کے محور  $AO$  میں سے گزرنیوالی

ایک مستوی سطح سے اسطوانہ کی جو تراش حاصل ہوتی ہے وہ  $ABCD$  ہے۔



فرض کرو کہ  $AO = F$  اور قاعدہ کا نصف قطر  $OD = R$

جب ہم یہ کہتے ہیں کہ اسطوانہ قریب قریب پورا مائع سے

بھرا ہوا ہے تو ہمارا مفہوم یہ ہوتا ہے کہ گھومنے سے پہلے

اسطوانہ کی چوٹی  $ABCD$  پر کا دباؤ عین صفر کے مساوی ہے۔

جب مائع گھوم رہا ہو تو ظاہر ہے کہ سب سے کم دباؤ اوپر ہوگا یعنی وہاں دباؤ اب بھی صفر ہی ہوگا۔

ایک قطع مکانی  $AN$  کھینچو جس کے محور کی سمت  $OA$  ہو اور ذرخیز

$\frac{\omega^2}{2g}$  ہو۔

تب مائع کے کسی نقطہ پر جو دباؤ ہوگا وہ اس سطح کے نیچے جو قطع مکانی کے گھومنے سے پیدا ہوتی ہے اس نقطہ کی انتظامی گہرائی کی وجہ سے ہوگا۔

(۱) پس قاعدہ  $CD$  پر کا مجموعی دباؤ

$=$  اس مائع کا وزن جو  $CD$  اور قطع مکانی کی درمیانی جگہ

میں بھرا جاسکتا ہے۔

$=$  اسطوانہ  $AN$  ج کا وزن - مکانی  $AN$  کا وزن

$=$  اسطوانہ  $AN$  ج کا وزن -  $\frac{1}{4}$  اسطوانہ  $AN$  ب کا وزن

$=$  ج ک  $\times \pi R^2 \times D$  -  $\frac{1}{4}$  ج ک  $\times \pi R^2 \times E$  ن

$$\text{اب ن ل} = \frac{\text{ج}}{\text{سہ}} \times \text{ل یعنی ول} = \frac{\text{سہ}}{\text{ج}} \times \text{ر}$$

اس لئے ج د پر کا مجموعی دباؤ

$$\text{جک} \times \text{ر} = [\text{دن} - \frac{1}{\text{ع}} \text{ن}] = \text{جک} \times \text{ر} = [\text{ف} + \frac{1}{\text{ع}} \text{ن}]$$

$$= \text{جک} \times \text{ر} = [\text{ف} + \frac{1}{\text{ع}} \text{ل}] = \text{جک} \times \text{ر} = [\text{جف} + \frac{\text{سہ}}{\text{ج}} \text{ر}]$$

(۲) نیز ب ع پر کا مجموعی دباؤ اوپر کی طرف عمل کرتا ہے اور مقدار میں اس مائع کے وزن کے مساوی ہے جو ب ع اور مکا فی مکا کی درمیان جگہ میں بھرا جاسکتا ہے، اس لئے

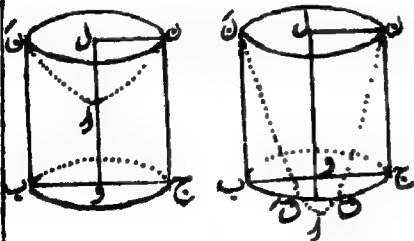
$$= \text{اسطوان ن ب کا وزن} - \text{مکا فی مکا ن ل کا وزن}$$

$$= \frac{1}{\text{ع}} \text{ن ب کا وزن} = \text{جک} \times \frac{1}{\text{ع}} \text{ر} \times \text{ل}$$

$$= \frac{1}{\text{ع}} \text{ر ک ر سہ}$$

مشق ۲۔ ایک مشدیر اسطوان کو جسکا ارتفاع ف ہے اور جس کے کاعده کا نصف قطر ہے ایک مائع سے بھرا گیا ہے، اسطوان اور اند کا مائع محور کے گرد یکساں زاوی رفتار سے گھومتے ہیں۔ معلوم کرو کہ کتنا مائع گرجا بیگا۔

فرض کرو کہ کاغذ کی سطح مستوی



اسطوان کو خط ن ب ج ن پر کا شقی

ہے اور اسطوان کا محور ل د ہے۔

آزاد سطح ایک قطع مکانی ہے جسکا

در خاص  $\frac{\text{ج}}{\text{سہ}}$  ہے، یہ سطح لازماً

ن اور ن میں سے گزرے گی۔

لہذا یہ ایک قطع مکانی ہے جس کا راس اوپر ہے جہاں ن ل =  $\frac{\text{ج}}{\text{سہ}} \text{ل}$

$$\text{یعنی اول} = \frac{\text{سسہ}^۲}{\text{ج}^۲} \times \text{ن}^۲ = \frac{\text{سسہ}^۲}{\text{ج}^۲} \times \text{ل}^۲$$

$$(۱) \text{ فرض کرو کہ } \frac{\text{سسہ}^۲}{\text{ج}^۲} \times \text{ل}^۲ > \text{ف}^۲ \text{ ، اسلئے سسہ} > \frac{\text{ما}^۲ \text{ج}^۲ \text{ف}^۲}{\text{ر}}$$

اس لئے صورت اول میں ل و سسہ اوپر ہوگا۔

جو مانع گرہائیگا اُس کی مقدار اتنی ہے جتنی مکانی نما ن ل کو بھر دے

اسلئے اس کا حجم

= اس اسطوانہ کا نصف حجم جس کا قاعدہ ن ہے اور ارتفاع ل ہے

$$= \frac{1}{4} \pi \times \text{ل} \times \frac{1}{4} \pi \times \text{ل}^۲ = \frac{\text{سسہ}^۲}{\text{ج}^۲} \times \text{ل}^۲$$

$$= \frac{1}{4} \pi \times \frac{\text{سسہ}^۲}{\text{ج}^۲} \times \text{ل}^۲$$

(۲) اگر  $\frac{\text{سسہ}^۲}{\text{ج}^۲} = \text{ف}^۲$  ، تب ل = ل و اور مکانی کا رأس ل محور کے سب سے نچلے نقطہ پر منطبق ہوتا ہے۔

(۳)  $\frac{\text{سسہ}^۲}{\text{ج}^۲} < \text{ف}^۲$  تب ل < ل و اور نقطہ ل و سے نیچے چلا جاتا ہے جیسا کہ صورت دوم میں، اس صورت میں قطع مکانی ب ج سے نقاط ق ق پر بنتا ہے اور

$$\text{ق}^۲ \text{ و}^۲ = \frac{\text{ج}^۲}{\text{سسہ}^۲} \times \text{ل}^۲ = \left[ \frac{\text{ج}^۲}{\text{سسہ}^۲} - \text{ل}^۲ \right] \text{ف}^۲$$

$$= \frac{\text{ج}^۲}{\text{سسہ}^۲} \left[ \frac{\text{سسہ}^۲}{\text{ج}^۲} - \text{ل}^۲ \right] \text{ف}^۲ = \frac{\text{ج}^۲}{\text{سسہ}^۲} \text{ف}^۲ - \text{ل}^۲ \text{ف}^۲$$

اس صورت میں جو پانی گر جائے گا اس کا حجم

$$= \text{ن}^۲ \text{ ق}^۲ \text{ ق}^۲ \text{ کا حجم}$$

$$= \text{مکانی نما ن}^۲ \text{ ق}^۲ - \text{مکانی نما ل}^۲ \text{ ق}^۲$$

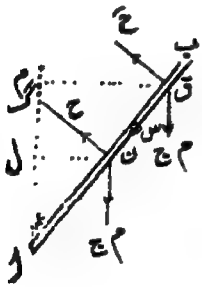
$$\frac{1}{\rho} \rho l n^2 \times l - \frac{1}{\rho} \rho q d \times l =$$

$$\frac{1}{\rho} \rho l n^2 \times \frac{r^2}{2} - \frac{r^2}{2} \rho \left( \frac{v^2}{2} - \frac{v^2}{2} \right) =$$

$$\frac{1}{\rho} \rho l n^2 \times \frac{r^2}{2} - \frac{r^2}{2} \rho \left( \frac{v^2}{2} - \frac{v^2}{2} \right) =$$

$$\frac{1}{\rho} \rho l n^2 \times \frac{r^2}{2} - \frac{r^2}{2} \rho \left( \frac{v^2}{2} - \frac{v^2}{2} \right) =$$

مشق ۳۔ ایک پتلی کیساں تراش کی سیدھی نلی اب اپنے نچلے سرے  
وہیں سے گزرنیوالے انتصابی محور کے گرد کیساں زاویہ رفتار سے  
حرکت کر رہی ہے، اگر دوسرا سرب کھلا ہو تو بتاؤ کہ اس میں سے کتنا  
نیلے باہر نکل جائیگا۔



جب مائع اصنافی توازن میں گھوم  
رہا ہو

$$\text{ح جب ع} = \text{م ج} \dots\dots\dots (۲)$$

جہاں ع انتصابی خط کے ساتھ نلی کا زاویہ میلان ہے  
لہذا تقسیم کرنے سے

$$\frac{\text{س}^۲ \times \text{ن ل}}{\text{ج}} = \text{م ع یعنی ن ل} = \frac{\text{ج}}{\text{س}^۲} \text{م ع} \dots\dots (۳)$$

$$\therefore \text{ون} = \frac{\text{ن ل}}{\text{ج ب ع}} = \frac{\text{ج}}{\text{س}^۲} \times \frac{\text{جم ع}}{\text{ج ب ع}}$$

اس سے مانع کے بالاترین نقطہ کا مقام معلوم ہوتا ہے۔  
یہ آسانی سے دیکھا جاسکتا ہے کہ ن کے اوپر کا سیال نکل جائے گا۔  
اگر ن کے اوپر کوئی سیال ہو تو فرض کرو کہ اس کا سب سے ادنیٰ نقطہ  
ق ہے، ول پر عمود ق م کھینچو اور فرض کرو کہ اس کا طول ل ن + ک ہے  
فرض کرو کہ اس کو توازن میں رکھنے کے لئے عادی قوت ح کے علاوہ  
وکی سمت میں ایک اور قوت س عمل کرتی ہے، تب

$$\text{ح جم ع} + \text{س جب ع} = \text{م س}^۲ \times \text{م ق}$$

$$= \text{م س}^۲ \times \text{ن ل} + \text{م س}^۲ \times \text{ک} \dots\dots (۴)$$

$$\text{اور ح جب ع} - \text{س جم ع} = \text{م ج} \dots\dots\dots (۵)$$

ح کو ماقط کرنے سے

$$\text{س} = (\text{م س}^۲ \times \text{ن ل} + \text{م س}^۲ \times \text{ک}) \text{ جب ع} - \text{م ج جم ع}$$

$$= \text{م ج جم ع} + \text{م س}^۲ \times \text{ک جب ع} - \text{م ج جم ع} \dots\dots$$

... (مساوات (۳) سے

$$= \text{م س}^۲ \times \text{ک جب ع}$$

لہذا اس مثبت ہے، اس لئے ہمارا مفروضہ صحیح ہے گویا سیال کو ق  
پر قائم رکھنے کے لئے ضرور ہے کہ اس کو لا کی طرف کھینچا جائے، لیکن  
جو کچھ یہ کھینچا نہیں جاسکتا اس لئے یہ اوپر کی طرف حرکت کرے گا۔ اور ب میں  
سے باہر نکل جائے گا۔

ن کے اوپر جو قدر سیال ہے اُس کے ہر جزو کی یہی کیفیت ہے۔  
مشق ۴۔ نصف دائرہ کی شکل کی ایک نلی پانی سے بھری گئی ہے اور  
اس قطر کے گرد جو اس کے دونوں سروں کو وصل کرتا ہے گھوم رہی ہے،  
تباؤ کہ نلی میں کس جگہ سوراخ کیا جائے کہ اس میں سے اندر کا تمام پانی نکل  
جائے۔



سوراخ جہاں کہیں بھی کیا جائے  
کچھ نہ کچھ سیال نکل جائیگا، لیکن تمام سیال  
اس سوراخ میں سے نہیں نکل سکتا تا وقتیکہ  
سوراخ ایسے مقام پر نہ کیا جائے جس پر  
مائع کا آخری قطرہ ہوگا یعنی تا وقتیکہ سوراخ ایک ایسے مقام ن پر  
نہ کیا جائے جس پر کہ مائع کا ایک ذرہ واحد اضافی توازن کی حالت میں  
قائم رہ سکتا ہے۔

اگر مرکز و ہو اور ب و ا امتصاتی قطر ہو اور ن ل، ب اوپر عمود  
ہو تو فرض کرو کہ ن پر کیت م کا ایک ذرہ اپنے وزن م ج کے اور  
ن کی سمت میں عمل کرنے والی ایک قوت ح کے زیر عمل اضافی توازن  
کی حالت میں ہے۔ ج جاؤں ارض کو تعبیر کرتا ہے۔

تب ان دو قوتوں کا حاصل م سہ ن ل ہوگا اور ن ل کی سمت

میں علی کرہ کیا۔

پس اگر زاویہ  $\theta$  دن = ط توافق اور انتصابی سمتوں میں تھیں کر ف سے

$$ح جب ط = م سم ن ل$$

$$ح جم ط = م ج$$

$$م سم ط = ن ل \times \frac{سم}{ج}$$

$$ن ل = ن ل \times م م ط = \frac{سم}{ج}$$

اس سے د کے نیچے مطلوبہ نقطہ ن کا انتصابی فاصلہ معلوم ہو جاتا ہے۔

## امثلہ نمبری ۳۲

۱۔ ایک بند قائم، مستدیر اسطوانہ کو قریب قریب پانی سے بھر کر انتصابی محور کے گرد گھمایا گیا ہے، اگر وہ مجموعی دباؤ جو گھومتے وقت قاعدہ پر عمل کرتا ہے اس مجموعی دباؤ کا نصف ہو جو بحالت سکون قاعدہ پر عمل کرتا ہے تو گردش کی زاویہ رفتار دریافت کرو۔

۲۔ ایک بند مستدیر اسطوانہ کو عین پانی سے بھر اگیا ہے، اسطوانہ اپنے محور کے گرد جو انتصابی ہے گھوم رہا ہے، اگر پنیہ سے پر کا مجموعی دباؤ چوٹی پر کے مجموعی دباؤ کا پانچ گنا ہو تو بتاؤ کہ زاویہ رفتار  $\frac{سم}{ج}$  ہے جہاں ن اسطوانہ کا ارتفاع ہے اور ر اس کا نصف قطر ہے۔

۳۔ گردش شدہ مشق میں اگر ایک مجموعی دباؤ دوسرے مجموعی دباؤ کا ن گنا ہو تو زاویہ رفتار  $\frac{سم}{ج}$  ما  $\frac{ن-۱}{۱}$  ہوگی۔

۴۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کو جس کی چوٹی کھلی ہے پانی سے بھر گیا ہے اسطوانہ مع پانی کے اپنے محور کے گرد یکساں زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے، اگر آدمے سے زیادہ پانی نہ گرے تو قاعدہ کے کسی نقطہ پر کا دباؤ معلوم کرو۔  
 ۵۔ ایک مجنٹ مخروط جو قریب قریب پانی سے بھرا ہوا ہے اپنے محور کے گرد جو انتصابی ہے یکساں زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے اور اس کا رأس اوپر کی طرف ہے، اگر اس کے قاعدہ پر کا دباؤ اندر کے پانی کے وزن کا چھ گنا ہو تو ثابت کرو کہ زاوی رفتار  $\frac{2}{3}$  ممعد ہے جہاں اس کے قاعدہ کا نصف قطر ہے اور ۲ مم مخروط کا رأسی زاویہ ہے۔

۶۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظن کو آدھا پانی سے بھر کر اس کے محور کے گرد جو انتصابی ہے گھمایا گیا ہے۔ بتاؤ کہ اسطوانہ کس بڑی سے بڑی زاوی رفتار سے گھوم سکتا ہے کہ پانی باہر نہ گرے، نیز ثابت کرو کہ تب قاعدہ کے مرکز کے اوپر پانی نہیں ہوگا۔

۷۔ ایک اسطوانہ کو جس کا نصف قطر ۱ ہے پانی سے عین بھر کر ایک ایسے بھاری ڈھکنے سے بند کر دیا گیا ہے جو اپنے کنارے کے ایک نقطہ کے گرد گھوم سکتا ہے، ثابت کرو کہ اگر اسطوانہ اور اس کا پانی اسطوانہ کے محور کے گرد زاوی رفتار سے گردش کریں تو ڈھکنا اوپر اٹھ جائیگا اگر اس کا وزن  $\frac{7}{8}$  سے ۱ ک سے کم ہو جہاں کس پانی کی کثافت ہے۔

۸۔ ایک اسطوانہ جس کی چوٹی کھلی ہے ایک سیال سے آدھا بھرا ہوا ہے جب یہ اسطوانہ اپنے انتصابی محور کے گرد زاوی رفتار سے گھومے تو سیال عین اوپر کے کنارے تک پہنچ جاتا ہے، ثابت کرو کہ اگر



سیال کا  $\frac{1}{2}$  واں حصہ اسطوانہ کے اندر ہے تو زاوی رفتار  $\sin^{-1} \frac{1}{2}$  ہوگی۔

۹۔ دائرہ کی شکل کی ایک نلی ایک سیال سے آدھی بھری گئی ہے اور اس کو ایک انتصابی تماس کے گرد یکساں زاوی رفتار  $\omega$  سے گھمایا گیا ہے اگر نلی کا نصف قطر  $a$  ہو تو ثابت کرو کہ اس قطر کا میلان جو مائع کی آزاد سطحوں میں سے گزرتا ہے افق کے ساتھ  $\sin^{-1} \frac{a}{2}$  ہوگا۔

۱۰۔ ایک پتلی نلی دائرہ کی شکل کی ہے جس کا نصف قطر  $a$  ہے، نلی کے ایک چوتھائی کو پانی سے بھر کر اس کے انتصابی قطر کے گرد یکساں زاوی رفتار  $\omega$  سے گھمایا گیا ہے، اگر پانی کا سب سے اونچا نقطہ نلی کے سب سے اونچے نقطہ سے زاوی فاصلہ  $90^\circ$  پر واقع ہو تو ثابت کرو کہ

$$\sin^{-1} \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{a}{2}$$

۱۱۔ دائرہ کی شکل کی ایک انتصابی نلی کے اندر جو اپنے انتصابی قطر کے گرد گھوم سکتی ہے کچھ سیال ہے، سیال کے محاذی مرکز پر زاویہ  $\theta$  بنتا ہے ثابت کرو کہ کم سے کم زاوی رفتار جو سیال کو دو حصوں میں تقسیم کر دے

$$\frac{a}{2} \sin \theta = \frac{a}{2}$$

۱۲۔ دائرہ کی شکل کی ایک پتلی نلی کا نصف قطر  $a$  ہے، اس کے اندر کچھ وزنی سیال ہے جو نلی کے ایک چوتھائی حصہ کو بھرے ہوئے ہے۔ نلی کو اس کے انتصابی محور کے گرد زاوی رفتار  $\omega$  سے گھمایا گیا ہے، اگر  $\sin^{-1} \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{a}{2}$  تو ثابت کرو کہ سیال کی سطح عین افقی قطر تک اوپر اٹھ آئے گی اور آزاد سطح کی انتصابی گہرائی مرکز کے نیچے  $\frac{a}{2}$  ہو جائیگی۔

۱۳۔ نیلے سوراخ والی ایک نلی دائرہ کی شکل کی ہے جسکا نصف قطر ۱ ہے، نلی کے اندر کچھ مائع ہے جسکے محاذی مرکز پر ۳ کا زاویہ بنتا ہے۔ اگر نلی کو اس کے انتصابی قطر کے گرد زاویہ رفتار ۲ مائیکرو سے گھمایا جائے تو ثابت کرو کہ مائع کا سب سے اونچا نقطہ عین افقی قطر کے ایک سرے تک پہنچ جائے گا اور کل پانی انتصابی قطر کے ایک طرف آ جائیگا۔

۱۴۔ چھوٹی تراش کی ایک نلی ایک مربع کے تین اضلاع کی شکل کی ہے درمیانی ضلع افق کے متوازی ہے، اس کو پانی سے بھر کر اس انتصابی محور کے گرد گھمایا گیا ہے جو افقی ضلع کے وسطی نقطہ میں سے گزرتا ہے، ثابت کرو کہ پانی باہر نہیں نکلے گا و قییکہ سے بڑا نہ ہو مائیکرو سے اور اگر یہ بڑا ہو تو جو پانی باہر نکل جائے گا وہ نلی کا طول ۱۸۰ سے بھرنے کے کافی ہوگا جہاں ۱ مربع کے ایک ضلع کا طول ہے۔

۱۵۔ مشق اقبل میں اگر نلی اپنے ایک انتصابی ضلع کے گرد گھومے تو جو پانی باہر گر جائیگا وہ طول ۱۸۰ سے بھرنے کے لئے کافی ہوگا اگر سے ۱۸۰ سے اور حول ۱۸۰ مائیکرو سے بھرنے کے لئے کافی ہوگا اگر سے ۱۸۰ سے۔

۱۶۔ ایک اسطوانہ کا نصف قطر ۱ ہے اور ارتفاع ۲، اس کے اندر گہرائی ب تک ایک سیال پڑا ہے۔ اور اسطوانہ مع سیال اپنے انتصابی محور کے گرد اس طرح گھوم رہا ہے، کہ سیال باہر نہیں گرتا، ثابت کرو کہ بڑی سے بڑی زاویہ رفتار ۱۸۰ مائیکرو (ب) ۱۸۰ مائیکرو ہو سکتی ہے اگر بالترتیب

ب > ۱/۲ ن سے

۱۷۔ ایک مکعب صندوق کا قاعدہ افق کے متوازی ہے اور اس کی چوٹی ٹکلی ہے، صندوق کو پانی سے بھر کر اسکے مرکز میں سے گزرنے والے انتصابی محور کے گرد گھمایا جاتا ہے، اگر قاعدہ کے مرکز پر سے پانی عین ہٹ جائے تو ثوابت کروکہ زاوی رقتار  $\frac{3\pi}{8}$  ہے جہاں صندوق کے ایک ضلع کا طول ہے۔

۱۸۔ مخروط کی شکل کے ایک ظرف کا رأسی زاویہ  $2\pi$  ہے اور ارتفاع  $\pi$  ہے، ظرف کے اندر پانی ہے جس کا حجم ظرف کے حجم کا نصف ہے اگر ظرف مع پانی کے یکساں زاوی رقتار سے گھومے اور پانی باہر نہ نکلے تو ثوابت کروکہ سے کبھی  $\frac{3\pi}{4}$  مم  $\pi$  سے بڑا نہیں ہو سکتا۔

۱۹۔ نصف کرہ کی شکل کا ایک پیالہ ہے جبکہ نصف قطر  $\pi$  ہے، پیالہ کو ایک مائع سے بھر کر اس کے انتصابی نصف قطر کے گرد یکساں زاوی رقتار سے گھمایا گیا ہے، بتاؤ کہ کشا یا ل باہر نکل جائیگا۔

۲۰۔ ایک برتن قائم مخروط کی شکل کا ہے جبکہ رأس نیچے کی طرف ہے برتن کو مائع سے بھر کر اس کے محور کے گرد یکساں زاوی رقتار سے گھمایا گیا ہے، اگر مخروط کا ارتفاع  $\pi$  ہو اور رأسی زاویہ  $2\pi$  ہو تو ثابت کروکہ جو مائع گر جائے گا اس کی مقدار  $\frac{1}{2}$  سے  $\frac{3\pi}{4}$  مم  $\pi$  ہوگی بشرطیکہ سے  $\frac{3\pi}{4}$  مم  $\pi$  سے

۲۱۔ ایک برتن کی شکل ایک ایسے گروشی مکانی نما کی ہے جو  $\pi$  والے وتر خاص کے ایک قطع مکانی کو اس کے محور کے گرد گھمانے سے حاصل ہوتا ہے برتن کو اس کی نصف بلند ہی تک کسی مائع سے بھرا گیا ہے بتاؤ کہ یہ کس بڑی سے بڑی زاوی رقتار سے اپنے محور کے گرد گھوم سکتا ہے کہ مائع

باہر نہ گرے۔

۲۲۔ ایک قطع مکافی کو اسکے محور کے گرد گھمانے سے ایک پیالہ تیار کیا گیا ہے پیالہ کو کسی مائع سے بھر کر اس کے محور کے گرد یکساں زاوی رقتار سے گھمایا گیا ہے، اگر قطع مکافی کا وتر خاص  $\frac{2}{3} > \frac{J}{J_0}$  تو ثابت کرو کہ پیالہ کے سب سے نیچے نقطہ پر کے ایک سوراخ میں سے سب مائع نکل جائیگا۔

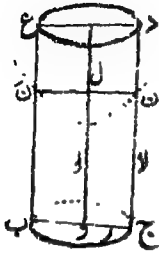
۲۳۔ ایک نصف کروی پیالہ کو پانی سے عین بھرا گیا ہے اور اس کو الٹا کر کے ایک چکنی افقی میز پر اس طرح رکھا گیا ہے کہ پانی پیالہ اور میز کے درمیان میں سے نکلنے نہیں پاتا اگر پیالہ اور اس کے پانی کو پیالہ کے محور کے گرد یکساں زاوی رقتار سے گھمایا جائے اور پیالہ میز کی سطح سے عین اوپر اٹھنے کو ہو تو ثابت کرو کہ پیالہ کے وزن کو پانی کے وزن کے ساتھ نسبت

$$J + 3 \frac{J_0}{8} : 8 : J$$

۲۴۔ ایک گردشی مکافی ٹاکو ایک ایسی سطح مستوی سے کاٹ کر جو اسکے محور پر عمود وار ہے ایک پیالہ بنایا گیا ہے، اس کو سیال سے عین بھر کر ایک افقی پر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا رأس اوپر کی طرف ہے اور پھر اسے مع سیال کے محور کے گرد گھمایا گیا ہے، ثابت کرو کہ مائع نکل جائیگا اگر زاوی رقتار  $\frac{J}{J_0} > \frac{3}{8}$  سے زیادہ ہو جہاں  $J$  اور  $J_0$  بالترتیب پیالہ اور مائع کے اوزان ہیں، اور  $J_0$  قطع مکافی کا وتر خاص ہے۔

۲۵۔ ایک متدیر اسطوانہ جس کا نصف قطر ہے پانی کے اندر اس طرح آزادانہ تیر رہا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے، پانی پہلے ساکن ہے اور پھر اس کو اس محور کے گرد جو اسطوانہ کے محور پر منطبق ہوتا ہے یکساں

رفقار سے گھمایا جاتا ہے، ثابت کرو کہ مؤخر الذکر صورت میں اسطوانہ کی سطح کا مزید  $\frac{سے ۲}{۴}$  طول بھیگ جائیگا۔  
فرض کرو کہ اسطوانہ کا ارتفاع  $ن$  ہے  
اس کی کثافت  $ک$  ہے اور پانی کی کثافت  
 $ک$  ہے، تب پہلی صورت میں  $ک$  کا  
ارتفاع بھیگتا ہوا ہے۔



دوسری صورت میں فرض کرو کہ اسطوانہ پانی کی سطح سے جس دائرہ پر  
لتا ہے اُس کا نصف قطر  $ن$  ہے۔  
اگر ہم  $ن$  اور  $ن$  میں سے ایک قطع مکانی  $ن$  اور  $ن$  کی سطحیں جس کا  
وتر خاص  $\frac{۲}{۴}$  ہو اور جس کا محور اسطوانہ کا محور ہو تو قطع مکانی آزاد سطح  
کی ایک تراش ہوگی۔

تب  $ن$   $ل$  =  $\frac{۲}{۴}$   $ل$  یعنی  $ل$  =  $\frac{سے ۲}{۴}$   
اگر اسطوانہ کی اس سطح کا طول  $ج$   $ن$  جواب پانی سے سس کرتی ہے لاپو تو  
 $\pi ر^۲ ن$   $ک$  = اسطوانہ کا وزن

بٹائے ہوئے پانی  $ب$   $ن$   $ج$  کا وزن

=  $ک$   $\pi ر^۲ لا$  -  $ن$   $ل$  کا حجم

=  $ک$   $\pi ر^۲ لا$  -  $\frac{۱}{۴} \times \frac{۲}{۴} \times ل$

نہ  $ک$  =  $ک$   $\pi ر^۲ لا$  -  $\frac{۱}{۴} \times \frac{۲}{۴} \times ل$  =  $ک$   $\pi ر^۲ لا$  -  $\frac{سے ۲}{۴}$

نہ  $لا$  =  $ک$   $\pi ر^۲ لا$  +  $\frac{سے ۲}{۴}$

۲۶۔ ایک مخروط جس کا ارتفاع  $ن$  ہے اور نصف راسی زاویہ  $۳۰^\circ$  ہے  
ایک رائے کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور انتہائی ہے اور راس

نیچے کی طرف ہے۔ مانع کی کثافت مخروط کی کثافت کی پیم ہے اگر مانع ایک ایسے محور کے گرد جو مخروط کے محور پر منطبق ہو زاوی رقتار  $\frac{1}{2} \text{ ج}$  سے گھومے تو ثابت کرو کہ مخروط کے قاعدہ کا کنارہ عین پانی کی سطح میں ہوگا۔

۲۔ ایک برتن کے اندر کچھ پانی ہے برتن کے ایک پہلو کے ساتھ کاگ کا ایک چھوٹا ٹکڑا جس کی کثیت  $m$  ہے اور کثافت اضافی  $k$  ہے ایک تیلی رستی کے ذریعہ باندھ دیا گیا ہے رستی کا طول  $l$  ہے اگر یہ نظام اضافی توازن کی حالت میں یکساں زاوی رقتار سے انتصابی محور کے گرد گھومے تو ثابت کرو کہ رستی کا تناؤ  $m \text{ ل ج}$  (سے) (۱) نہ ہوگا جہاں  $k$  کاگ کی اونچائی ہے اس نقطہ کے اوپر جس سے یہ بندھا ہے اور  $\text{ج}$  جاذبہ افش ہے فرض کرو کہ گردش کے محور سے کاگ کا افقی فاصلہ  $a$  ہے ارد گرد کے مانع کا جو دباؤ کاگ پر عمل کرتا ہے وہ دہی ہے جو کاگ کی جگہ مانع ہونے کی صورت میں اس مانع پر عمل کرتا۔ اس مانع کی کثیت  $m$  ہے اور دباؤ اس کے وزن  $m \text{ ج}$  کو سہا سکتا ہے اور علاوہ ازین محور کی سمت میں عمل کرنے والی ضروری قوت  $m \text{ ج}$  سہا ما پیدا کرتا ہے۔ یہ دونوں قوتیں رستی کے تناؤات اور کاگ کے وزن  $m \text{ ج}$  کے ساتھ ملکر لازماً محور کی طرف عمادی اسراع  $m$  سہا ما پیدا کرتی ہیں پس اگر انتصابی سمت کے ساتھ رستی کا میلان  $\theta$  ہو تو

$$T \text{ جھ ط} + m \text{ ج} = m \text{ ج} \quad (۱)$$

$$m \text{ سہا ما} = m \text{ ج} \text{ سہا ما} - T \text{ جب ط} \quad (۲)$$

مسادات (۱) سے مطلوبہ نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔

۲۸۔ ایک چھوٹا گولہ (کثافت اضافی  $k$ ) ایک رستی کے ذریعہ اس

محور کے ساتھ بندھا ہوا ہے جس کے گرد پانی کی ایک خاص مقدار یکساں  
 زاویہ رفتار سے گھوم رہی ہے رسی کا طول  $l$  ہے، گولہ پانی  
 کے اندر پورا ڈوبا رہتا ہے اور بلحاظ پانی کے توازن کی حالت میں ہے۔  
 ثابت کرو کہ توازن کے ایک محل میں رسی انتصابی حالت میں نہیں ہوگی  
 بشرطیکہ  $\frac{v}{c} < 1$  اور اس صورت میں توازن قائم ہوگا۔

# باب یازدہم

## متفرق مسائل

۱۶۸۔ اچھال کی سطح۔ اگر ایک جسم جو کسی مانع میں تیر رہا ہو حرکت کر کے بالترتیب ایسے سب محل اختیار کرے جن میں ہٹائے ہوئے مانع کا حجم ہمیشہ وہی ہو تو مختلف صورتوں میں جسم کے اچھال کے جو مرکز ہونگے اُن کا طریق اچھال کی سطح کہلاتی ہے۔ اگر جسم ایک پتھر ہو یا اگر جسم کو اس طرح حرکت دی جائے کہ اچھال کا مرکز ہمیشہ ایک ہی سطح مستوی میں رہے تو اس مرکز کے طریق کو اچھال کا منحنی کہتے ہیں۔ تیرنے والے جسم کی وہ تراش جس میں مانع کی سطح اس کو قطع کرتی ہے تیرنے کی سطح مستوی کہلاتی ہے۔

۱۶۹۔ اچھال کی سطح سے کسی نقطہ پر کی ماسی سطح تیرنے کی متناظر مستوی سطح سے متوازی ہوتی ہے۔

اسطوانہ کی شکل کے ایک جسم پر غور کرو جسکی انتصابی تراش منحنی ارب لڑ ہے۔

فرض کرو کہ ارج لڑ تیرنے کی ابتدائی سطح مستوی ہے

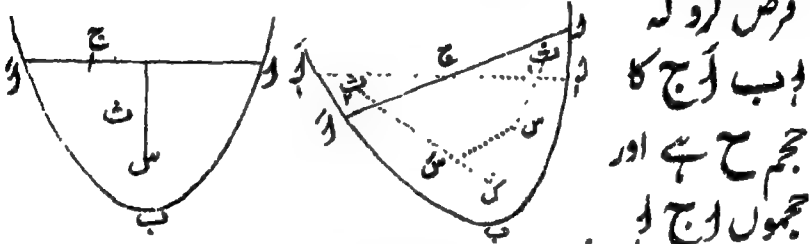


اور اس کے جواب میں اچھال کا مرکز یعنی اس کے تناظر ہٹائے ہوئے سیال دب لے کا مرکز ثقل سے ہے۔

جسم کو ایک چھوٹے زاویہ میں سے اس طرح گھماؤ کہ دب لے کی نئی مستوی سطح ہو اور دوبا ہوا حجم وہی رہے۔

یعنی فرض کرو کہ حجم دب لے = حجم دب لے = ح (فرض کرو)

فرض کرو کہ



دب لے کا

حجم ح ہے اور

جسموں دب لے

اور دب لے کے ثقلی مرکز بالترتیب س اور ب ہیں۔

س کو ملاؤ اور اس کو ک تک اتنا خارج کرو کہ

ب : س : ک :: ح : ح

اور : ح x س = ح x ک ..... (۱)

لہذا علم سکون دفعہ ۱۱۶ کے بموجب ک مرکز ثقل ہے حجم دب لے کا

ک س کو ملاؤ اور اس پر نقطہ س ایسا لو کہ

ک : س : س :: ح : ح ..... (۲)

اس لئے ح x ک = س x س

لہذا اگر حجم ح ک پر اور ح س پر فرض کیا جائے تو ان کا مرکز ثقل س ہوگا۔

پس س مرکز ثقل ہے دب لے کا اور اسلئے اچھال کا

نیا مرکز ہے۔

(۱) اور (۲) سے ظاہر ہے کہ

$$\frac{\text{ش س}}{\text{س ک}} = \frac{\text{ح}}{\text{ح}} = \frac{\text{ش س}}{\text{س ک}}$$

اور اس لئے اقلیدس م ۶ ش ۲ سے ش س متوازی ہے س س کے۔

اب اگر زاویہ ر ج د کو نہایت چھوٹا بنا دیا جائے تو نقاط س اور س اچھال کی سطح پر کے دو متصل نقطے ہونگے اور خط ش ش بالآخر د ر پر منطبق ہو جائے گا۔ لہذا بالآخر اچھال کی سطح کے نقطہ س پر کی مماسی سطح متناظر تیرنے کی سطح مستوی د ر کے متوازی ہوگی۔

۱۷۰۔ دفعہ ماقبل کا ثبوت ہر قسم کے جسم پر صادق آئے گا خواہ تیرنے والا جسم اسطوانہ کی طرح کا ہو یا کسی اور طرح کا۔ عام صورت میں ہم اسی طرح سے ثابت کر سکتے ہیں کہ اچھال کی سطح کے نقطہ س کو اس کے متصل نقطہ س سے ملانے والا خط تیرنے کی سطح مستوی کے متوازی ہوتا ہے۔

۱۷۱۔ ایک تیرنے والے جسم کے توازن کے محل جسم کے مرکز ثقل میں سے اچھال کی سطح پر عماد کھینچنے سے معلوم ہو سکتے ہیں۔

دفعہ ۵۷ کے بموجب ش س انتہائی ہے اور اس لئے د ر پر عمود ہے دیکھو شکل اول دفعہ ۱۶۹، اس لئے اس دفعہ

نتیجہ کی رو سے ث س اس حاسی سطح پر بھی عمود ہوگا جو  
اچھال کی سطح کے نقطہ س میں سے کھینچی جائے۔  
پس ث س اچھال کی سطح کے نقطہ س پر کا  
عماد ہے۔

لہذا کسی تیرنے والے جسم کے توازن کے سب ممکن  
محل جسم کے مرکز ثقل میں سے اچھال کی سطح میں عماد  
کھینچنے سے حاصل ہوتے ہیں۔

۲ کے ا۔ اچھال کے منحنی کے نقطہ س پر کا مرکز انحناء  
جسم کا مرکز مابعد ہوتا ہے۔

دفعہ ۶۸ میں ہم نے بتایا تھا کہ مرکز مابعد اچھال کے متصل  
مرکزوں س اور س میں سے گزرنے والے انتصابی خطوں کا  
نقطہ تقاطع ہوتا ہے، لیکن دفعہ ماقبل کی رو سے یہ دو انتصابی  
خط س اور س پر اچھال کے منحنی کے عماد ہیں۔ اس لئے  
مرکز مابعد اچھال کے منحنی کے ان عمادوں کا نقطہ تقاطع ہے  
جو اس کے متصلہ نقاط س اور س پر کھینچے جائیں لہذا  
ہم نقطہ س پر اچھال کے منحنی کا مرکز انحناء ہے۔

۳ کے ا۔ اچھال کے منحنی کی خاص صورتیں۔

اگر دفعہ ۱۶۹ کا جسم ایک مثلث ن ق ر ہو جو مانع کے  
اندر اس طرح جزاً غرق ہو کہ اس کا رأس ن مانع کی سطح  
میں ہو اور قاعدہ ق ر بالتمام مانع کے باہر ہو تو تیرنے  
کی سطح ستوی سے جو مثلث ن ر ل قطع ہو جاتا ہے اس کا

رقبہ مستقل ہوتا ہے۔  
 تناظر اچھال کا مرکز  $S$  خط مستقیم  $LN$  پر ہے جہاں  
 $L$ ،  $N$  کا وسطی نقطہ ہے اور  $N$  اس  $= \frac{1}{2} LN$  د  
 اگر  $S$  میں سے افقی خط  $LN$  کھینچا جائے جو  $N$  ق  
 سے  $L$  پر اور  $N$  سے  $L$  پر ملے تو

رقبہ  $LN$   $= \frac{1}{2} LN \times \frac{1}{2} LN = \frac{1}{4} LN^2$  رقبہ  $LN$   $= \frac{1}{4} LN^2$  مستقل  
 لہذا  $LN$  ایک مستقل رقبہ کا مثلث  $LN$   $L$  قطع کرتا ہے  
 بنا برین مخروطات کے خواص کی رو سے  $L$  اپنے وسطی  
 نقطہ  $S$  پر ہمیشہ ایک قطع زائد سے  $S$  سے  $L$  کرتا ہے جسکے  
 متقارب  $LN$  اور  $N$   $L$  ہیں۔

پس اس صورت میں  $S$  کا طریق یعنی اچھال کا منحنی  
 ایک قطع زائد ہوتا ہے جس کے متقارب مثلث کے وہ ڈوبے  
 ہوئے اضلاع ہوتے ہیں۔

اگر جسم کا وہ حصہ جو ڈوبا ہوا ہو مستطیل ہو تو یہ بتایا  
 جاسکتا ہے کہ اچھال کا منحنی قطع مکانی ہوگا۔  
 ۴۷۔ مرکز مابعد کا محل۔ مرکز مابعد کے مقام کا تعین  
 اس کتاب کی حدود سے باہر ہے۔

اگر جسم متشاکل ہو اور اس کو اس طرح ہٹایا جائے کہ  
 دفعہ ۱۶۹ کی شکل میں جو نقطہ  $J$  ہے وہ تیرنے کی سطح استوی  
 $LN$  کا مرکز ثقل ہو تو یہ بتایا جاسکتا ہے کہ  $S$   $LN$

[دیکھو شکل دفعہ ۶۷]

$$\frac{r \times k^2}{h} =$$

جہاں  $r$  جسم کی اس تراش  $h$  ج  $k^2$  کا رقبہ ہے جس پر تیرنے کی سطح مستوی جسم کو کاٹتی ہے اور  $h$  جسم کے ڈوبے ہوئے حصہ کا حجم ہے اور  $k$  کوئی مستقل مقدار ہے۔  
 اگر جسم کی یہ تراش جو تیرنے کی سطح مستوی سے متال ہو مستطیل ہو [مستطیل میں خط مستقیم بھی شامل ہے جو جسم کے پتھر ہونے کی صورت میں ہوگا]

$$\text{تو کن} = \frac{h \times k^2}{3}$$

$$\text{جب تراش ایک دائرہ ہو تو کن} = \frac{h \times k^2}{4}$$

بالعموم  $k$  کی قیمت معلوم کرنے کے لئے احصائے تکملات سے کام لینا پڑتا ہے۔

[استوار اجسام کے علم حرکت کی اصطلاح میں مقدار  $k^2$  کو بالعموم جمود کا معیار اثر کہتے ہیں، اس صورت میں یہ تیرنے کی سطح مستوی کے جمود کا معیار اثر ایک ایسے خط کے گرد ہوگا جو  $h$  میں سے گزرے اور کاغذ کی سطح پر عمود ہو]

۵۷۱- دفعہ ماقبل کے نتیجہ کو تسلیم کرتے ہوئے ہم چند آسان صورتوں میں توازن کے قائم ہونے کی شرائط معلوم کر سکتے ہیں



پس چھوٹے زاوی ہٹاؤ کے لئے توازن قائم ہوگا  
اگر  $s < s'$

$$\text{یعنی اگر } \frac{w}{s} < \frac{w'}{s'} \quad \text{ف} \quad \frac{w}{s} > \frac{w'}{s'}$$

$$\text{یعنی اگر } \frac{w}{s} < \frac{w'}{s'} \quad \text{ف} \quad \left[ \frac{w}{s} - \frac{w'}{s'} \right]$$

**مشق ۳۔** ایک مخروط جس کا ارتفاع  $w$  ہے اور قاعدہ کا نصف قطر  $r$  ہے ایک سیال کے اندر اس طح تیر رہا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے اور راس نیچے کی طرف ہے، اگر مخروط کی کثافت  $k$  ہو اور سیال کی  $k'$  تو مخروط کے قائم توازن میں رہنے کی شرائط معلوم کرو۔

اگر محور کا ڈوبا ہوا طول  $l$  ہو اور مخروط کی جو تراش تیرنے کی سطح مستوی سے حاصل ہوتی ہے اس کا نصف قطر  $b$  ہو تو

$$\frac{1}{s} \pi b^2 l k = \frac{1}{s'} \pi w^2 k' \quad \text{اور} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s'}$$

$$\text{یعنی } l k = w^2 k'$$

$$\text{نیز } \pi b^2 k' = \frac{1}{s} \pi b^2 l k \quad \text{اور} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s'}$$

$$s = s' = \frac{r k}{h} = \frac{w^3}{s' h} = \frac{s}{s'} \quad \text{ف} \quad \frac{w}{s} > \frac{w'}{s'}$$

پس توازن قائم ہوگا اگر  $s < s'$

$$\text{یعنی اگر } \frac{w}{s} < \frac{w'}{s'} \quad \text{ف} \quad \frac{w}{s} > \frac{w'}{s'}$$

یعنی اگر  $\frac{1}{2} < \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  یعنی  $\frac{1}{2} < \frac{1}{4}$  جم' عہ

یعنی اگر  $\frac{1}{2} < \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  جم' عہ

جہاں عہ مخروط کا نصف رأسی زاویہ ہے۔

### امثلہ نمبری ۳۳

۱۔ ایک مستطیل کے اضلاع ۲ و ۲ اور ۲ ب ہیں، یہ ایک سیال کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس ۲ ب طول والا ضلع انتصابی ہے، اگر مستطیل کی کثافت کم ہو اور سیال کی کم تو ثابت کرو کہ چھوٹے زاوی ہٹاؤ کے لئے توازن قائم ہوگا اگر

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۲۔ ایک یکساں مستطیلی جسم جس کی کثافت اضافی  $\frac{1}{2}$  ہے پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا ایک کنارہ انتصابی ہے، اگر سب سے چھوٹا ضلع افقی ہو اور اس کا طول ب ہو اور انتصابی کنارہ کا طول ج ہو تو ثابت کرو کہ توازن کے قائم ہونے کیلئے

$$b < \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

۳۔ ایک مستدیر اسطوانہ کسی مائع کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور افقی ہے، سیال کی کثافت اضافی اسطوانہ کی کثافت اضافی کی دو چندان ہے، اس کے محور میں سے گزرنیوالی



انتصابی سطح مستوی میں اس کو ذرا سا ہٹا دیا گیا ہے، ثبات کرو کہ اگر اسطوانہ کا ارتفاع اس کے قاعدہ کے قطر سے زیادہ ہوگا تو توازن قائم ہوگا۔

۴۔ دفعہ ۵، امثقی ۳ کا مخروط اسطح تیرہا ہے کہ اس کا راس اوپر کی طرف ہے ثابت کرو کہ توازن قائم ہوگا اگر کم > کم (۱۔ حجم ص)

۵۔ ایک جہاز کا مجموعی ہٹاؤ ص ٹن ہے اور اس کے مرکز مابعد کا ارتفاع فٹ ہے، اس کے تختہ پر کی ایک توپ جسکی کمیت ص ٹن ہے اپنے اصلی مقام سے فاصلہ ل فٹ کھینچ کر دوسری جگہ کر دی گئی ہے ثابت کرو کہ اس سے جہاز ایک ایسے چھوٹے زاویہ میں گھوم جائے گا جس کا قوسی پیمانہ  $\frac{360}{\pi} \times \frac{L}{F}$  ہوگا۔ [مرکز مابعد کے ارتفاع سے مراد جسم کے مرکز ثقل سے مرکز مابعد کا ارتفاع ہے جو دفعہ ۶ کی اشکال میں لٹ ص سے تعبیر ہوتا ہے]

۶۔ ایک انگریزی جہاز ایکلرز کا ہٹاؤ ۹۰۰۰ ٹن تھا، جب اسکے تختہ پر ۲۰ ٹن وزن اس کے ایک سرے سے ۴۲ فٹ کے فاصلہ میں سے کھینچ کر دوسرے سرے پر رکھا گیا تو معلوم ہوا کہ ایک رفاص کا گونہ ۱۰ انچ ہٹ گیا ہے اگر رفاص کا طول ۲۰ فٹ ہو تو ثبات کرو کہ مرکز مابعد کا ارتفاع ۲۶/۲۴ فٹ تھا۔

[اس مثال سے اور مثال ماقبل سے ظاہر ہوتا ہے کہ ایک جہاز کے مرکز مابعد کا ارتفاع کس طرح تجربہ سے معلوم ہو سکتا ہے]

ایسے ظرفوں کے تناؤ جن کے اندر سیال ہوں

۱۷۶۔ فرض کرو کہ اسطوانہ کی شکل کا ایک ظرف کسی پتلی پکدار چیز مثلاً ریشم سے بنایا گیا ہے اور اس کو کسی خاص دباؤ کی گیس سے بھرا گیا ہے اس گیس کا دباؤ صیرکاً ہر جگہ یکساں ہوگا۔

اس کی سطح کے کسی ایسے طول  $AB$  پر غور کرو جس کی سمت وہی ہو جو اسطوانہ کے محور کی ہے۔ گیس کا دباؤ ریشم میں کچھ تناؤ پیدا کرے گا اور تشاگل سے ظاہر ہے کہ یہ دباؤ  $AB$  پر عمود وار ہوگا۔

اگر وہ کسی قوت جو  $AB$

کی دونوں جانب کے حصوں کو

باہم ملائے رکھنے کے لئے



$AB$  پر عموداً لگانی پڑتی ہے تو مقدار  $\frac{P}{2}$

یعنی وہ قوت جو  $AB$  کے آٹائی طوں پر لگانی پڑتی ہے

$AB$  پر کاٹناؤ کہلاتی ہے اور  $\frac{P}{2}$  سے تعبیر کی جاتی ہے۔

اگر ریشم اس تناؤ  $\frac{P}{2}$  کو برداشت کرنے کے لئے کافی مضبوط نہ ہو

تو ریشم پھٹ جائے گا۔

۱۷۷۔ بہت سی صورتوں میں  $AB$  جیسے جزو کا مجموعی

عمل  $AB$  پر عمود وار نہیں ہوتا بلکہ اس قوت کے علاوہ

$AB$  کی سمت میں مماسی قوت یا جزئی زور بھی عمل کرتا ہے

لیکن ہم کسی ایسی صورت پر بحث نہیں کریں گے جس میں یہ عامی عمل موجود ہو۔

۱۷۸۔ مستدیر اسطوانے کی شکل کے ایک برتن کو جس کا محور انتصابی ہے کسی بائع سے بھرا گیا ہے، اس کے کسی نقطہ پر کا تناؤ معلوم کرو۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک اسطوانہ ہے اور اس کی دو نہایت قریب قریب کی تراشیں ن ر ق اور ن ر ق ہیں۔ چونکہ ن ن ق ق بہت چھوٹے ہیں اس لئے تراشوں



کے درمیان کے سب نقطوں پر کا دباؤ مستقل خیال کیا جاسکتا ہے، فرض کرو کہ یہ دباؤ د کے مساوی ہے۔

فرض کرو کہ ن ن یا ق ق پر کا تناؤ ت ہے، یہ ظاہر ہے کہ ایک ہی افقی سطح پر کے سب نقطوں کے لئے ت کی قیمت وہی ہو گی۔

اس نصف دائرہ کی شکل کے اُس حصہ کے توازن پر غور کرو جو ن ن اور ق ق سے اور دو نصف دائروں ن ر ق اور ن ر ق سے احاطہ کیا ہوا ہے۔

اس حصہ پر افقی سطح مستوی میں عمل کرنے والی یہ قوتیں ہیں اولاً د و تناؤ جن میں سے ایک ن ن پر کا تناؤ ہے اور د ت ن ن کے مساوی ہے اور د و ت ر ق ق پر کا تناؤ ہے جو ت د ق ق کے

مساوی ہے اور ثانیاً  $ن ن ر ق ق ر ن$  پر کا حاصل  
افقی دباؤ۔

حاصل افقی دباؤ دفعہ ۵۲ کی رو سے مستطیل  $ن ق ق ن$   
پر کے افقی دباؤ کے مساوی ہے اور اس لئے

$$ن ق \times ن ن \times د =$$

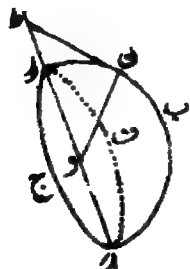
$$اس لئے ۲ ت \times ن ن = ن ق \times ن ن \times د$$

$$یعنی ت = د \times \frac{ن ق}{۲} = د \times ر \text{ جہاں } ر \text{ اسطوانہ کا نصف قطر ہے۔}$$

نتیجہ صریح۔ اگر اسطوانہ کو کسی گیس سے بھرا جائے تو اسکا  
دباؤ سب جگہ تقریباً وہی ہوتا ہے اور خواہ اسطوانہ کا محور اتصافی  
نہ بھی ہو تو بھی ربط  $ت = د \times ر$  صحیح رہتا ہے۔

۱۷۹۔ ایک کردی سطح کا نصف قطر  $ر$  ہے اور اسکے اندر  
دباؤ  $د$  پر کچھ گیس ہے، اگر سطح کے کسی نقطہ پر کا تناؤ  $ت$   
ہو تو ثابت کرو کہ  $ت = د \times ر$

تشاکل سے ظاہر ہے کہ تناؤ  $ت$  مستقل ہے۔  
کوئی سطح مستوی لو جو کرہ کے مرکز میں سے گزرے اور فرض کر کہ



یہ کرہ سے دائرہ  $ا ج ب د$  پر  
متمی ہے، جو نصف کرہ  $ا ج ب$   
اس سے منقطع ہوتا ہے اسکے  
توازن پر غور کرو۔

ارج کے ہر نقطہ پر تناؤات عمل کرتا ہے جو سطح مستوی ارج کے عمود وار ہے۔

ت:  $\pi \times r =$  سطح مستوی ارج کے عموداً عمل کرنے والی قوت جو اُسی سمت میں کے حاصل دباؤ کے مساوی ہے

ابن پر کے رقبہ کے کسی چھوٹے جزو عم پر جو دباؤ عمل کرتا ہے اس کا وہ جزو ترکیبی جو سطح مستوی ارج کے عمود وار ہو

$=$  عم  $\times$  د جب ن و  $\times$  عم  $\times$  جم ن ط ا جہاں ن ط ن پر کا ماس ہے۔  
 $=$  د  $\times$  عم کا ظل سطح مستوی ارج

رقبہ کے باقی ہر جزو کی یہی کیفیت ہے  
 : اب ارج کے حاصل دباؤ کا وہ جزو ترکیبی جو سطح مستوی ارج کے عمود وار ہو

$=$  د  $\times$  اب کا ظل سطح مستوی ارج کے عمود وار

$=$  د  $\times$  ارج کا رقبہ  $= \pi \times r$

اس لئے ت  $\pi \times r =$  د  $\times \pi \times r$

یعنی ت  $=$  د  $\times$  ر

دفعات ۱۷۸ اور ۱۷۹ کے نتائج کا مقابلہ کرنے سے ظاہر ہے کہ اگر چارہ پاس ایک ہی نصف قطر کے دو ظروف ہوں ایک اسطوانہ کی شکل کا اور دوسرا کردی اور دونوں میں ایک ہی دباؤ کی ہوا ہو تو پہلے ظرف کا تناؤ دوسرے ظرف کے تناؤ کی نسبت دگن ہوتا ہے لہذا ضروری ہے کہ ایک ہی مقدار کے دباؤ کو برداشت

کرنے کے لئے اسطوانہ کی شکل کا ظرف کروبی ظرف کی نسبت دگن مقبوض بنایا جائے۔

۱۸۰۔ دفعات ۱۷۸ اور ۱۷۹ میں اگر سطح پر اندرونی دباؤ د اور بیرونی دباؤ  $\Pi$  عمل کرے تو ہمیں د کی بجائے د۔  $\Pi$  رکھنا پڑے گا۔  
۱۸۱۔ اگر اسطوانہ کچھ محدود چھوٹی موٹائی رکھتا ہو تو ظرف کی طاقت برداشت کو محسوب کرتے ہوئے ہمیں اسکی موٹائی کو بھی ملحوظ رکھنا چاہئے۔ مثلاً اگر ہمیں معلوم ہو کہ کوئی شے فی اکائی رقبہ تہ تناؤ برداشت کر سکتی ہے تو جسم کی موٹائی ج ہونے کی صورت میں

ت = تہ ج

مشق۔ تناؤ برداشت کرنے میں ایک دھات کی طاقت ۱۶۰۰۰ پونڈ فی مربع انچ ہے، اس دھات سے ایک کروبی ظرف تیار کیا گیا ہے جس کا نصف قطر ایک فٹ ہے اور موٹائی  $\frac{1}{4}$  انچ، بتاؤ کہ سیال کافی مربع انچ کتنا دباؤ اس کو توڑ دینے کے لئے کافی ہوگا۔

یہاں ت =  $\frac{1}{4} \times 16000$  پونڈ وزن

پس ضابطہ ت =  $d \times r$  سے

$3200 = 1600 \times d = 12 \times d$

$d = \frac{3200}{12} = \frac{266}{3}$  پونڈ وزن فی مربع انچ۔

۳۲۔ مسئلہ نمبری

۱۔ دو جوشدانوں کے سرے نصف کروبی شکل کے ہیں، ایک سرے کی

موٹائی دوسرے کی موٹائی کی نسبت دو چند ہے اور اس کا نصف قطر بھی دوسرے کے نصف قطر کا تین گنا ہے، وہ بڑے سے بڑا دباؤ معلوم کرو جو یہ سہمار سکتے ہیں۔

۲۔ ایک دھات فی مربع انچ ... ۱۲ پونڈ کا تناؤ برداشت کر سکتی ہے اگر اس دھات سے ایک اسطوانہ تیار کیا جائے جس کا نصف قطر ۱/۲ انچ ہو اور موٹائی ۱/۴ انچ تو بتاؤ کہ کتنا سیالی دباؤ اس طرف کو توڑنے کے لئے عین کافی ہوگا۔

۳۔ ایک نل کو جس کا اندرونی قطر ۸ انچ ہے ۲۰۰ فٹ کی بلندی تک پانی پہنچانے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ اگر نل کی دھات صرف دس ہزار پونڈ فی مربع انچ کا دباؤ برداشت کر سکے تو بتاؤ کہ نلی کی موٹائی کم سے کم کیا ہونی چاہئے جبکہ پانی کے ایک کعب فٹ کا وزن ۶۲ ۱/۲ پونڈ ہو۔

۴۔ رٹر کے ایک گیند کے اندر ہوا ہے، جب تپش صفر درجہ سنتی گرید پر ہو، تو گیند کا نصف قطر ۱ ہوتا ہے، اگر رٹر کا تناؤ ہمیشہ گیند کے نصف قطر کے مربع کا مہ گنا ہو تو بتاؤ کہ کتنا سنتی گرید پر گیند کا نصف قطر کیا ہوگا۔



سنتی میٹر کتنے ڈاٹن کا دباؤ ہے جبکہ ج کی قیمت ۹۸۰ لی جائے۔  
 ۳۰۔ ایک لائٹنلی کی ساقیں انتصابی ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ  
 ف ہے، ساقوں کی عمودی تراشوں کے رقبے بالترتیب ک اور کم ہیں  
 اور نلی میں پارہ بھر کر اس کو ک رقبے والی ساق کے گرد یکساں نرادی  
 رفتار سے گھمایا گیا ہے، ثابت کرو کہ کم رقبے والی جو شاخ  
 گھوم رہی ہے اس کے اندر کا پارہ اوسط ہمواری سے

$$\text{بقدر } \frac{k}{k+k} \times \frac{se^2}{j^2} \text{ اوپر چڑھ جائیگا۔}$$

۳۱۔ ایک یکساں تختے کا طول ۱ ہے اور موٹائی ب، اس کا  
 وزن و ہے اور یہ پانی میں تیر رہا ہے، اس کے اوپر اسکے عین  
 درمیان میں و وزن والا ایک آدمی کھڑا ہے اور تختے کا دو تہائی حجم  
 ڈوبا رہتا ہے، ثابت کرو کہ اگر آدمی تمام تختے پر چلے تو تختے کے  
 اوپر کی سطح کا کوئی حصہ نہیں ڈوبے گا بشرطیکہ

$$\frac{w}{w} \text{ بڑا نہ ہو } \frac{9}{10} - \frac{ab^2}{25 + 4b^2} \text{ سے}$$

۳۲۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک برتن میں کچھ پانی ہے، اس کے  
 اندر ایک مجوف مخروط اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا راس نیچے کی  
 طرف ہے۔ توازن کی حالت میں جس دائرہ پر پانی کی سطح مخروط کو  
 کاٹتی ہے اسکے رقبہ کی نسبت اسطوانہ کے قاعدہ کے رقبہ سے ۱۹:۶  
 ہے پانی کے جس حجم کو مخروط ہٹائے ہوئے ہے اس کے  $\frac{19}{6}$  حجم کے  
 مساوی اور پانی مخروط کے اندر ڈالا گیا ہے اور اتنا ہی پانی اسطوانہ میں



ڈالا گیا ہے ثابت کرو کہ فضا میں مخروط کا مقام وہی رہے گا۔

۳۳۔ ایک مقام پر پانی کا باریمیا ۳۴ فٹ پر ہے اور ہوا کی تیش ۶ سنتی گریڈ پر، ایک طرف خواص جس کے اندر کرہ ہوائی کی تیش اور دباؤ پر ہوا بھری ہوئی ہے پانی کے اندر امتا غرق کیا گیا ہے کہ اسکے نیچے کا کنارہ پانی کی سطح سے ۷ فٹ کی گہرائی پر ہے طرف خواص کی گنجائش ۴۸ کعب فٹ ہے اور پانی کی تیش ۷ سنتی گریڈ۔ بتاؤ کہ کرہ ہوائی کی تیش اور دباؤ پر اسکے اندر اور کتنی ہوا داخل کی جائے کہ اندر کی ہوا پانی کی تیش پر آجانے کے بعد پورے طرف کو عین بھر دے۔ [ہوا کے پھیلاؤ کی قدر =  $\frac{1}{2.3}$ ]

۳۴۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک طرف خواص پانی کے اندر اتارا گیا ہے اور طرف کی موٹائی کو نظر انداز کیا گیا ہے، اس محل سے شروع کر کے جس میں کہ طرف خواص عین ڈوبا ہوا ہو رسی کے تناؤ میں بالتدريج جو تبدیلی ہوتی جاتی ہے اسکو ظاہر کرنے کے لئے ترسیبی طریق پر ایک منحنی کھینچو۔

۳۵۔ ایک اسطوانہ کے اوپر کے مستوی رخ پر ایک نصف کرہ لگا کر ایک طرف خواص بنایا گیا ہے۔ اسطوانہ کا طول ج اور نصف قطر ۱ ہے، بتاؤ کہ طرف خواص کو کس گہرائی تک ڈبوایا جائے کہ صرت نصف کرہ کے اندر ہوا رہ جائے، نیز ثابت کرو کہ اس محل میں کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کا وہ حجم جس کو طرف کا تمام پانی لکانے کے لئے اس کے اندر بھرتا پڑے گا طرف خواص کے حجم کے برابر ہے۔

$$\left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) + \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) = \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) \text{ گنا ہو گا جہاں } r \text{ ف پانی کے باریمیا کا ارتفاع}$$

۳۶۔ پتلے کیساں سولاخ کی ایک خمدار علی دو سیدھی شاخوں کو علی القوام  
 بوڑنے سے بنائی گئی ہے، ایک شاخ افقی ہے اور دوسری انتصابی،  
 افقی شاخ کا آزاد سر بند ہے اور انتصابی کا کھلا ہے۔ افقی شاخ میں  
 پارہ بھر کر نلی کو انتصابی محور کے گرد جو بند سرے کے بیچ میں سے  
 گزرتا ہے کیساں زاوی رفتار سہ ہے گھمایا گیا ہے، ثابت کرو کہ پارہ  
 انتصابی شاخ میں اونچائی دیکھ چڑھ جائے گا جہاں

$$\text{سہ} = \frac{2 \text{ ج } (ف + د)}{ل - د} \text{ اس میں ل افقی شاخ}$$

کا طول ہے، ف پارہ کے باہر کا ارتفاع ہے اور ج جاذبہ ارض  
 ہے، نیز بتاؤ کہ اگر سہ ل سے ۲ ج ف تو پارہ اوپر نہیں چڑھے گا۔  
 ۳۷۔ پتلے سولاخ کی ایک نلی دائرہ کی شکل کی ہے جس کا نصف  
 قطر ۱ ہے نلی میں کچھ سیال پڑا ہے جسکے محاذی مرکز پر زاویہ  $\pi + ط$  طہ  
 بنا ہے، نلی اپنے ایک انتصابی ماس کے گرد کیساں زاوی رفتار سہ  
 سے حرکت کر رہی ہے اور سیال اسکے مین اوپر کے نقطہ تک پہنچ گیا  
 گیا ہے، ثابت کرو کہ

$$1 \text{ سہ} = \left[ \text{مس} - \text{جب} \right] \text{طہ} = \text{ج (جاذبہ ارض)}$$

۳۸۔ ایک کروی ظرن کے اندر پانی کی کچھ مقدار پڑی ہے جسکے حجم  
 کی نسبت ظرن کے حجم کے ساتھ  $n:1$  ہے، ظرن کا نصف قطر  
 ۱ ہے، اگر پانی ایک ایسی زاوی رفتار سے حرکت کرے جس کا  
 مربع  $\frac{\text{ج}}{2(n-1)}$  سے کم نہ ہو تو ثابت کرو کہ سب سے نیچے نقطہ پر کے

ایک چھوٹے سوراخ میں سے کوئی پانی باہر نہیں نکلیگا۔

۳۹۔ ایک اسطوانہ کا نصف قطر ہے اور اسکا پیندا ایک ایسی مخروطی سطح سے بند کیا ہوا ہے جس کا راسی زاویہ  $2\pi$  ہے اور راس نیچے کی طرف ہے۔ اسطوانہ کے اندر کچھ مائع گھوم رہا ہے آزاد سطح کا وتر خاص ل ہے، ثابت کرو کہ مخروط کی سطح کے اس نقطہ پر کا دباؤ کم سے کم ہوگا جس کا فاصلہ محور سے  $\frac{1}{2}L$  ہے بشرطیکہ  $L > 2r$  جس ع

۴۰۔ ایک مجوف مخروط جس کا راس اوپر کی طرف ہے تین چوکھا پانی سے بھرا ہوا ہے، اس کو اسکے محور کے گرد جو انتصابی ہے

یکساں زاوی رفتار  $\left[ \frac{8\pi}{3\omega} \right]$  مہم ع کے ساتھ گھمایا گیا ہے

جہاں ع مخروط کے راسی زاویہ کا نصف ہے اور ف مخروط کا ارتفاع ہے ثابت کرو کہ قاعدہ پر کے مجموعی دباؤ کی نسبت پانی کے وزن کے ساتھ  $10:3$  ہے۔

۴۱۔ قطع ناقص کی شکل کی ایک نلی آدھی کسی سیال سے بھری ہوئی ہے اور ایک ثابت انتصابی محور کے گرد جو اسکی سطح میں واقع ہے یکساں زاوی رفتار سے سے گھوم رہی ہے۔ ثابت کرو کہ مائع کی آزاد سطحوں کو ملانے والا مستقیم خط، سمت انتصابی کے ساتھ زاویہ

سن  $\left[ \frac{\pi}{2} \right]$  بناتا ہے جہاں ص قطع ناقص کے مرکز

سے محور کا فاصلہ ہے۔

۴۲۔ ایک نصف کرہی پیارہ جسکا نصف قطر  $r$  ہے پانی سے بھرا ہوا ہے، پانی کو ہاتھ سے اس طرح گھمایا گیا ہے کہ سب پانی پیالہ کے محور کے گرد کسی یکساں زاوی رقتار سے گھومنے لگ جاتا ہے، اگر آدھا پانی گر جائے تو یکساں زاوی رقتار دریافت کرو۔

۴۳۔ ایک قائم مخروط جسکا نصف لائسی زاویہ  $\theta$  ہے ایک مائع کے اندر ڈوبا ہوا ہے اور اس کا مائل ارتفاع جسکا طول  $l$  ہے مین مائع کی سطح میں ہے۔ ثابت کرو کہ منحنی سطح پر کاحال مجموعی دباؤ اس مائل ارتفاع کو ایسے نقطہ پر کاٹے گا جس کا فاصلہ مخروط کے

رأس سے  $\frac{3}{4}l$  ہے، اس حاصل مجموعی دباؤ کی مقدار بھی معلوم کرو۔

۴۴۔ ایک نصف کرہ جسکا وزن  $W$  ہے اور کثافت اضافی  $k$  اپنے کنارہ کے ایک نقطہ پر ثابت کر دیا گیا ہے، اس کے کنارہ پر ثابت نقطہ سے محیط کے ایک چوتھائی فاصلہ پر  $N$  وزن کا ایک ذرہ ہے، یہ پورا نصف کرہ مائع کے اندر ڈوبا ہوا ہے۔ قاعدہ کی سطح مستوی کا میلان افق کے ساتھ دریافت کرو۔

اگر  $k = \frac{1}{n+1}$  تو ثابت کرو کہ میلان  $\theta = \frac{3}{n+1}$  ہے۔

۴۵۔ ایک موج مخروط کو اس کے محور میں سے گزرنے والی مستوی سطح سے دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور ان حصوں کو مخروط کے رأس پر ایک قبضہ کے ذریعہ وصل کر دیا گیا ہے، یہ مخروط

ایک چکنی مینر پر پڑا ہے، اگر مخروط کے رائس پر کے ایک چھوٹے سوراخ میں سے پانی ڈال کر مخروط کو بھر سکیں تو ثابت کرو کہ پانی کے وزن کو خول کے وزن کے ساتھ جو نسبت ہوگی وہ ہر دو کسور  $\frac{1}{4}$  اور

۴ جب عہ سے کم ہوگی۔

۴۶۔ ایک نصف کردی خول ایک مانع کی سطح پر تیر رہا ہے، اگر وہ بڑا سے بڑا وزن جو اسکے کنارہ پر رکھا جاسکے نصف کرہ کے وزن کا لگایا ہو تو ثابت کرو کہ نصف کرہ کے وزن کی نسبت اس مانع کے وزن کے ساتھ جو اسکے اندر آسکے

(۱۔ جب عہ)  $2(2 + \text{جب عہ}) : 2(ن + ۱)$

ہے جہاں مس عہ  $= 2ن$

[نوٹ۔ اگر ایک کرہ کا نصف قطر  $r$  ہو اور اسکو ایک ایسی سطح مستوی سے کاٹا جائے جس کا فاصلہ مرکز سے لا ہو تو کرہ کے اس ٹکڑے کا حجم  $\frac{\pi}{3}(r^2 - la)(la + 1/2 + la)$  ہوگا۔]

۴۷۔ پارہ کی کثافت اضافی ک اور پانی کے باہر کا ارتفاع  $H$  دونوں معلوم ہیں، بتائیے کہ اگر ایک ظرف غواص کی چوٹی کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے  $h$  ہو تو اسکے اندر پارہ کا باہر کس ارتفاع پر ہوگا۔ اگر کھڑی کا ایک ٹکڑا (۱) ظرف کے باہر سے اس کے اندر پانی میں گرے (۲) ظرف کے اندر سے ہی پانی میں گرے تو اس ارتفاع میں کیا تبدیلی واقع ہوگی۔

۴۸۔ ایک ظرف غواص ایک کھاڑی (ڈوک) کے فرش پر

پڑا ہے اور اسکے اوپر کے جس حصہ میں ہوا ہے اس کا ارتقاع  $F$  ہے،  $F$  وزن اس پانی کے وزن کے مساوی ہے جو اس کو ارتقاع تک بھر دیتا ہے، جب اس کو زنجیر کے ذریعہ اوپر کھینچا جائے تو ثابت کرو کہ ایک خاص مقام پر یہ پانی سے ہلکا ہو کر خود بخود پانی کی سطح تک اٹھ آئے گا اگر کھاڑی کے پانی کی گہرائی کی نسبت پانی کے باریم کے ارتقاع کے ساتھ  $\frac{F}{\rho} \times \frac{1}{F} - 1$  سے زیادہ ہو جہاں  $\rho$  پانی کی کثافت ہے اور  $\rho$  وزن کے لوہے کی کثافت ہے۔

[ $F$  وزن کے ارتقاع اور نیز  $F$  دونوں کو کھاڑی کی گہرائی اور پانی کے باریم کے ارتقاع کے مقابلہ میں چھوٹی مقداریں سمجھنا چاہیے۔]

۴۹۔ ایک جسم پانی کی سطح پر تیر رہا ہے، اسکے نہ ڈوبے ہوئے حصہ کا حجم  $J$   $\times$   $L$  ہے، ایک  $F$  غواص جس کا ارتقاع  $B$  ہے اور جسکی تراش کا رقبہ  $L$  ہے اس پر رکھا گیا ہے اور اتنا نیچے اتارا گیا ہے کہ  $F$  کی چوٹی پانی کی سطح کے نیچے  $L$  گہرائی پہنچ جاتی ہے تیرنے والے جسم کے اس حصہ کا حجم جو اب ڈوبا ہوا نہیں ہے  $(J + \text{جہ ک})$  رہے، ثابت کرو کہ جہ مساوات

$$F \text{ جہ} + (F - L) \text{ جہ} - J \text{ جہ} = (B + L) = 0$$

کی مثبت اصل ہے، اس میں  $F$  پانی کے باریم کا ارتقاع ہے اور  $k$  ایک چھوٹی مقدار ہے جو ہوا کی کثافت اضافی کو ظاہر کرتی ہے۔

۵۰۔ ایک سیدھی نلی کو جسکا نچلا سر بند ہے ک کثافت والے ایک سیال سے بھر کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ نلی انتصابی سمت کے ساتھ

زاویہ عمہ بناتی ہے، نلی کو بند سرے میں سے گزرنیوالے انقباضی محور کے گرد یکساں زاوی رفتار سمہ سے گھمایا گیا ہے اگر کرہ ہوائی کا دباؤ  $\pi$  کے مساوی ہو تو ثابت کرو کہ نلی کا کم سے کم طول جو پانی کے نہ گرنے کے لئے ضروری ہے

$$\text{ج ک جم عمہ} + \text{سمہ جب عمہ} \pi \text{ ک ہے}$$

[۱] اس مقام پر جہاں دباؤ کی کم سے کم قیمت ہے دباؤ منفی نہیں ہونا چاہیے]

۵۱۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف کے اندر کچھ پانی ہے، اس میں ایک ٹھوس اسطوانہ تیر رہا ہے اور یہ سب نظام دونوں اسطوانوں کے مشترک محور کے گرد یکساں زاوی رفتار سمہ سے حرکت کر رہا ہے اگر ظرف اور ٹھوس اسطوانہ کے نصف قطر بالترتیب  $r$  اور  $R$  ہوں تو ثابت کرو کہ حرکت سے ٹھوس اسطوانہ فضا میں

$$\frac{\text{سمہ}^2}{\text{ج ک}} (R^2 - r^2)$$

اور دُوب جائے گا۔

۵۲۔ ایک حوض کی پشتہ بندی ک کثافت والی افقی کھردری پتلی پتھر کی تختیوں سے کی گئی ہے، دن کی رگڑ کی قدر مہ ہے، کنارہ کی جوڑائی اوپر سے لفٹ ہے اور جو رخ پانی کی سطح سے مس کرتا ہے وہ انقباضی ہے اور دن لفٹ گہرا ہے۔ ثابت کرو کہ باہر کے رخ کا میلان ہر دو زاویا

$$\text{مم}^1 \left[ \frac{2}{n} - \frac{1}{k} \right] \text{ اور مم}^2 \left[ \frac{1}{k} + \frac{1}{2n} - \frac{2}{n} \right]$$

سے کم ہونا چاہئے۔

۵۳۔ اگر ایک گز، ایک اونس اور ایک منٹ کو اساسی اکائیاں مانا جائے تو کرہ ہوائی کے دباؤ کو مطلق اکائیوں میں تعبیر کرو جبکہ بار پیم کا ارتفاع ۳۰ انچ ہو، پارہ کی کثافت اضافی ۱۳ جو اور پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہو۔

[نوٹ۔ دباؤ کی اکائی کے ابعاد یہ ہیں کمیّت میں ۱، طول میں ۱، اور وقت میں ۲]

۵۴۔ اگر زمین کی سطح کے نیچے سی گہرائی پر زمین کی کشش  $\frac{1}{2}$  + ب ی ہو تو ثابت کرو کہ پانی کے اندر اس گہرائی پر کا دباؤ  $\frac{1}{2}$  (ب ی) ہو گا جہاں ک پانی کی کثافت ہے۔  
۵۵۔ لکڑی کا ایک اسطوانہ جس کا طول ل ہے اور جسکی تراش کا رقبہ عہ ہے ایک جھیل میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے اگر اس کو آہستہ سے اتنا نیچے دھکیلا جائے کہ یہ عین ڈوب جائے تو بتاؤ کہ ایسا کرنے میں جو کام کیا گیا ہے وہ

$\frac{1}{2}$  ج عہ ل (ک۔ ک) ہے جہاں ک اور ک بالترتیب

پانی اور لکڑی کی کثافتیں ہیں اور ج جاذبہ ارض ہے۔  
۵۶۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک طرف میں جس کی تراش کا رقبہ  $\frac{1}{2}$  ہے لکڑی کا ایک اسطوانہ آتھا با تیر رہا ہے جسکی تراش کا رقبہ عہ ہے اور طول ل ہے ثابت کرو کہ لکڑی کو آہستہ سے اتنا دبانے میں کہ لکڑی عین پوری ڈوب جائے جو کام کرنا پڑتا ہے وہ





ف ہو، نصف راسی زاویہ عم ہو، اس کا راس فیچے کی طرف  
 ہو اور اسکا وزن  $\frac{1}{16}$  کپ ن فاسل عم ہو۔



## ضمیمہ

جو طالب علم احصائے تکلمات سے واقف ہے اور اسکے استعمال سے جسموں کے مرکز ثقل اور متوازی قوتوں کا مرکز معلوم کر سکتا ہے وہ دباؤ کے مرکز کے مقام کا بھی اسی طرح سے تعین کر سکیگا چند مثالیں ذیل میں درج کی جاتی ہیں۔

تفصیل

دفعہ ۱۵۶ کی شکل میں فرض کرو کہ  $ل$  اور  $ل'$  لاکھ قیمت میں ایک خفیف اضافہ فرلا کو تعبیر کرتا ہے۔ تب رقبہ  $ل$   $ل' = ل \times فرلا$  اور چونکہ اس کے ہر نقطہ پر کا دباؤ قریب قریب وہی ہے اور  $ل$   $ل'$  کے مساوی ہے اس لئے اس جزو پر کا مجموعی دباؤ  $ل' \times فرلا$  ہے۔ لہذا علم سکون دفعہ ۱۱۱ کے موافق اور احصائے تکلمات کے اصول کی

نو سے

$$ل' = \frac{ل \times فرلا \times فرلا}{ل \times فرلا} = \frac{ل \times فرلا}{ل}$$

$$ل' = \frac{ل \times فرلا}{ل} = \frac{ل \times فرلا}{ل} = \frac{ل \times فرلا}{ل}$$

ثلث جس کا راس سطح میں ہو اور قاعدہ متوازی الاضلاع ہو۔

دفعہ ۵۰۔ اکی شکل میں فرض کرو کہ  $د = لا$  اور  $د = لا$  اور  $د = لا$  کی قیمت میں ایک خیف اضافہ ہے جو فلا سے تعبیر ہوتا ہے

تب رقبہ  $برج$  متناسب ہے  $برج \times د = د$  کے

نیز  $برج = برج \times \frac{د}{د} = \frac{د}{د} \times لا$  چنانچہ  $د = ک$

پس انتہائی صورت میں رقبہ  $برج$  متناسب ہے  $\frac{د}{د} \times لا$  کے

نیز  $برج$  کے ہر جزو پر کا دباؤ تقریباً  $د$  پر کے دباؤ کے مساوی ہے

اور اس لئے  $د$  کے متناسب ہے، پس جزو  $برج$  پر کا مجموعی دباؤ متناسب ہے  $\frac{د}{د} \times لا$  کے، اس لئے علم سکون

دفعہ ۵۱۔ کے موافق اور احصائے نکلات کے اصولوں کی بنا پر

$$\frac{\frac{د}{د} \times لا}{\frac{د}{د} \times لا} = \frac{\frac{د}{د} \times لا \times لا}{\frac{د}{د} \times لا \times لا} = \frac{لا}{لا}$$

$$= \frac{\left[ \frac{لا}{د} \right]}{\left[ \frac{لا}{د} \right]} = \frac{\frac{ک}{د}}{\frac{ک}{د}} = \frac{ک}{ک} = \frac{د}{د}$$

ثلث جس کا قاعدہ سطح میں ہو۔ دفعہ ۵۳ کی دوسری شکل میں فرض کرو کہ  $د = لا$  اور  $د = لا$  کا ایک خیف اضافہ ہے جو فلا سے تعبیر ہوتا ہے، تب اگر  $د = ک$  تو

$$ن ق = ب ج \times \frac{د ر}{و د} = و \times \frac{ک - لا}{کی}$$

پس انتہائی صورت میں ن ی کا رقبہ متناسب ہے  $و \times \frac{ک - لا}{کی}$  فرلا کے  
گذشتہ صورت کی مانند ن ی کے ہر ایک نقطہ پر کا دباؤ تقریباً لہجے  
کے دباؤ کے برابر ہے اور اس لئے  $و \times لا$  کے متناسب ہے۔

لہذا جب فرلا بہت چھوٹا ہو تو ن ی پر کا مجموعی دباؤ متناسب ہے

$$و \times \frac{ک - لا}{کی} \times فرلا \times و لا کے$$

اس لئے حسب سابق

$$\frac{و \times \frac{ک - لا}{کی} \times و لا \times فرلا \times و لا}{و \times \frac{ک - لا}{کی} \times و لا \times فرلا} =$$

$$\frac{ک (لا - ک) فرلا}{ک (لا - ک) فرلا} =$$

$$= \frac{ک \left[ \frac{لا}{۴} - \frac{ک}{۴} \right]}{ک \left[ \frac{لا}{۴} - \frac{ک}{۴} \right]} = \frac{ک - ک}{ک - ک} = \frac{۰}{۰} = ۱$$

دفعہ ۱۱۱ کا جواب بھی احصائے تکملات کے استعمال سے نہایت آسانی  
سے حاصل ہو سکتا ہے۔

فرض کرو کہ بندی لا پر دباؤ د ہے اور بندی لا + صف لا پر دباؤ

د + مع د ہے جہاں مع د بہت چھوٹا ہے اور لا بلندی پر کثافت  
ک ہے، اس لئے اگر م کوئی مستقل مقدار ہو تو

$$د = م ک \dots\dots\dots (۱)$$

تب ایک پتلے ستون کے جزء مع لا کے توازن پر غور کرنے سے  
حسب دفعہ ۱۱۹

$$د = د + مع د + ج ک مع لا$$

[کیونکہ اس کو د اوپر کی طرف دباتا ہے اور دباؤ د + مع د نیچے کی  
طرف]

پس اختصار کرنے سے انتہائی صورت میں

$$\frac{د}{فلا} = - ج ک$$

$$\text{لہذا (۱) سے } \frac{فک}{فلا} = - \frac{ج}{م} ک$$

$$\therefore \frac{فک}{ک} = - \frac{ج}{م} \times فلا$$

$$\therefore \text{لوک ک} = - \frac{ج}{م} لا + \text{ایک مستقل مقدار} - (۲)$$

لیکن جوت لا = ۰ تو ک = ک

$$\therefore \text{لوک ک} = - \frac{ج}{م} \times ۰ + س \dots\dots\dots (۳)$$

(۳) کو (۲) میں سے تفریق کرنے سے

$$\text{لوک} \frac{ک}{م} = \frac{ج}{م} \times لا$$

$$\text{یعنی } ک = م \times \frac{ج}{لا}$$

یہی جواب دفعہ ۱۱۹ کا ہے اور اس سے کسی ارتفاع لا پر کی کثافت نکل سکتی ہے۔



# جوابات

## اشک نمبری ۱ صفحہ ۱۶

- (۱) ۱۵۶۵۲۵ کلوگرام (۲) ۵۵۶ پونڈ وزن (۳)  $2\frac{29}{38}$  پونڈ وزن  
 (۴) ۱:۷ (۵)  $2\frac{13}{38}$  پونڈ وزن  $2\frac{23}{38} = 11\frac{1}{9}$  ۱۰۹ اونس وزن  
 (۶) ۱۴۴ پونڈ وزن فی مربع انچ (۸)  $1\frac{28}{11} = 1\frac{2}{11}$  پونڈ وزن فی مربع انچ  
 (۹) ۸۰ پونڈ وزن فی بلچ انچ۔

## اشک نمبری ۲ صفحہ ۲۵

- (۱)  $5\frac{1}{2}$  پونڈ وزن (۲) ... ۴۵۶۲۹ (۳) ۱۳۵۵۹۸ پونڈ وزن  
 (۴) ۱۳۶۰۰ گرام وزن (۵) ۲۵۶ (۶)  $2\frac{24}{45}$  ایکب فٹ  
 (۷) اس کے حجم میں بقدر ... ۱۵۳ ایکب سنتی میٹر کے اضافہ ہو جاتا ہے  
 (۸) ... ۵۵۷۲ جیکہ ۲۲ کو  $\frac{22}{2}$  کے مساوی لیا جائے  
 (۹)  $2\frac{9}{25}$  مربع انچ  
 (۱۰)  $6\frac{2}{9}$  (۱۱) ۵۰۱۵۶۲۵ ایکب میٹر (۱۲) ... ۸۵۷۲۱  
 (۱۳) ... ۴۹۵۹ (۱۴) ۱۶

## اشک نمبری ۳ صفحہ ۳۱

- (۱) ۳:۱ (۲) ... ۵۹۶۵۸ (۳) ۵۸۱۵ (۴) ۱۵ اونس



- (۵)  $\frac{1}{2}$  مکعب فٹ (۶) ۳۴۲ مکعب سنتی میٹر اور ۱۱۰ مکعب سنتی میٹر  
 (۷)  $\frac{1}{3}$  (کپ + کپ + کپ) (۸) ۲ اور ۲ (۹) ۵۹۳۷۵  
 (۱۰)  $\frac{۲۳۹}{۱۹۱۵}$  مکعب سنتی میٹر (۱۱) ۲ (ض-ض) (ض-ض) = (ض-ض) (ض-ض) (ض-ض)  
 ۵) اور ۳ (ض-ض) (ض-ض) = (ض-ض) (ض-ض) (ض-ض)

### امثلہ نمبری ۴ صفحہ ۷۷

- (۱)  $\frac{۲}{۳}$  ۲۳۹۱ پونڈ وزن (۲) ۱۹۵۶۸۴ فٹ (۳)  $\frac{۳}{۴}$  ۷ فٹ  
 (۴) ۳۶۶۸۶۴ فٹ (۵) ۴ میل ۱۵۶۱۵۶ گز (۶)  $\frac{۱}{۴}$  ۲۸۳۲ پونڈ وزن  
 (۷) ۹۸ فٹ (۸) ۵۴ فٹ (۹)  $\frac{۱۲۹}{۱۳۴}$  ۱۴ (۱۰) ۱۵۶۵۰۰۰  
 (۱۱) ۳۶۶۷۷ میٹر (۱۲) ۷۳۵۵۰۰۰ سنتی میٹر (۱۳) ۱۰۲۰۰۰  
 (۱۴) ۱۹۶۳۳ پونڈ وزن ۲۳۰۶۶۶ پونڈ وزن (۱۵)  $\frac{۵}{۸}$  ۱۵  
 (۱۶) ۲۰۲۱۵۰۴ گرین وزن (۱۷)  $\frac{۳۶۷}{۴۳۲}$  ۱ (۱۸) ۱۴۹۵۵۶ اکچینج  
 (۱۹)  $\frac{1}{4}$  ن (ن + ۱) ج ک م

### امثلہ نمبری ۵ صفحہ ۷۰

- (۱) ۷۵۰ پونڈ وزن (۲)  $\frac{۳۳}{۴۶}$  ۱۶۲ پونڈ وزن (۳) ۶۷۵۰۰ گرام وزن  
 اوپر کے رخ پر ۹۴۵۰۰ گرام وزن نچلے رخ پر ۸۱۰۰۰ گرام وزن  
 ہر ایک انتصابی رخ پر (۴) ۳۲۰ پونڈ وزن (۵)  $\frac{۱۳}{۴۸}$  ۱۰۴ ٹن وزن  
 (۶) ۵۰۶۲۵ گرام وزن (۷)  $\pi \times ۲۹۵۶۱۷$  گرام وزن (۸)  $\frac{۲۷}{۶۸}$  ۱۵۰۶۶ ٹن وزن  
 (۹)  $\frac{۱۲۵}{۶۸۸}$  پونڈ وزن فی مربع فٹ  $\pi \times \frac{۱۲۵}{۶۸} = \frac{۵۲}{۹۳}$  ۲۱ پونڈ وزن  
 (۱۰) یہ انتصابی رخوں کو نسبت ۱:۱+۲۷ میں تقسیم کرتا ہے۔

(۱۱) ۱۵۲ کلوگرام وزن (۱۲) ... ۱۹۷۸ پونڈ وزن (۱۳)  $۵۱۵ \frac{۵}{۸}$  پونڈ وزن  
 (۱۴)  $\frac{۷}{۸}$  فٹ  $\frac{۳}{۴}$  فٹ (۱۵) ۱۲۵۰ اور  $\frac{۱}{۲}$  ۱۳۱۲ پونڈ وزن بالترتیب  
 (۱۶) ۹ فٹ (۱۸)  $\frac{۷}{۸}$  فٹ  $\frac{۳}{۴}$  فٹ  $\frac{۷}{۸}$  فٹ  $\frac{۳}{۴}$  فٹ  $\frac{۷}{۸}$  فٹ  $\frac{۳}{۴}$  فٹ  $\frac{۷}{۸}$  فٹ  $\frac{۳}{۴}$  فٹ  
 (۱۹) ۲۵۰۳۲۲ فٹ (۲۱) ۱۰ فٹ  $\frac{۱}{۲}$  فٹ  $\frac{۱}{۲}$  فٹ  $\frac{۱}{۲}$  فٹ  $\frac{۱}{۲}$  فٹ  $\frac{۱}{۲}$  فٹ  $\frac{۱}{۲}$  فٹ  $\frac{۱}{۲}$  فٹ  
 (۲۴) مطلوبہ خط لا لائے جہاں لا ج در پر کا ایسا نقطہ ہے کہ دلا =  $\frac{۳}{۴}$  ج د  
 (۲۸) اگر اس نقطہ کی گہرائی جہاں تقسیم کرنے والا خاصہ ہے اس کے اوپر والے  
 انتصابی کنارے کو کاٹتا ہے لا ہو تو ۲ لا - ۶ لا + ۷ = ۰  
 (۲۹) افقی قطر کو مساوی حصوں میں تقسیم کر دو ان نقطوں سے تیرے کی سطح  
 میں معین کیجئے جہاں یہ معین نصف دائرے کی قوس سے ملے دی نقاط  
 مطلوب ہوں گے۔

(۳۰) اگر اس نقطہ کی گہرائی جہاں تقسیم کرنے والا خط ج ب سے ملتا ہے  
 لا ہو اور لا اور ب کی گہرائیاں بالترتیب عہ اور ہ ہوں تو  
 $۲ لا + ۲ عہ لا - ب (عہ + ب) = ۰$

(۳۵) اگر مخروط کا ارتفاع ۴ ہو تو سطح مستوی کی گہرائی صورت اول میں  
 $\frac{۳}{۴}$  ہوگی اور صورت دوم  $\frac{۳}{۴}$  ہوگی۔

مشکل نمبر ۶ صفحہ ۷۱

(۲) صندوق کو آدھا مبرنا چاہئے۔ (۳)  $\frac{۳}{۴}$  ۲۰ پونڈ

مشکل نمبر ۷ صفحہ ۷۹

(۱) ۹ : ۱۶ (۳) ۱ : ۳ (۴)  $(۲ + \frac{۱}{۲})$  رٹ د

$$(4) \quad 1 - \text{زف و } \left(\frac{n}{q} - 1\right) = 2 - \text{زف و } \left(\frac{n}{q} + 1\right)$$

(۷)  $\frac{۸۷۵}{۲۱۶}$  پونڈ وزن

امثلہ نمبر کی ۸ صفحہ ۸۸

(۱)  $\pi$  لگ بھگ  $\pi$  ڈیڑھا لگ  $\frac{\pi}{9}$  جو افقی سمت کے ساتھ  
زاویہ میں بنا رہا ہے۔

(۲) رگ و جہاں و مخروط کا ارتفاع ہے اور راکے  
قاعدہ کا نصف قطر (۳)  $\frac{1}{2}$  ر و  $\frac{1}{2}$  و

(۴) محل مجموعی دباؤ  $\frac{1}{\sqrt{14+2\sqrt{2}}}$  ٹکٹ ۱ مرکز سے گزرتا ہے اور  
انق کے ساتھ زاویہ  $\frac{\pi}{4}$  بناتا ہے۔

(۵) افق کے ساتھ زاویہ  $\frac{\pi}{3}$  بناتا ہے۔

$$(c) \frac{1}{y} f \text{ و } y^2 \sqrt{x} + y^2 f$$

امثلہ نمبری ۹ صفحہ ۹۷

(۳) مسئلہ  $\frac{109}{97}$  (۴) و (۱+۳ جباً علیہ) موجب جمع علیہ  
جہاں ۲ علیہ مخروط کا رُسی زادیہ ہے اور و مخروط کے پانی کا وزن ہے۔

(4) ۳ و مس ۷ جم<sup>۲</sup> (۷+۳) و [۱+۳ مس ۷ جم<sup>۲</sup> (۷+۳) جم (۷+۳)]

(۸) حال مجبوعی دباؤ  $\frac{1}{3}$  و نصف کروڑ سرے کے مرکز میں سے گزرتا ہے اور افق کے ساتھ زاویہ  $\frac{1}{3}$  بناتا ہے۔ اس کے نصف قطر

امثلہ نمبری . اصفی ۱۰۴

(۱)  $\frac{200}{1000} \times 100 = 20\%$  (۲)  $\frac{1}{3} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$  (۳)  $50\%$  معب شقی میتر

- (۴) م' ۵ - ۵... ۵ (۵)  $\frac{۵}{۱۱۱۱}$  مکعب میٹر
- (۶)  $\frac{۱۱۷۱}{۱۵۵۹}$  مکعب سنتی میٹر ۸۶۶۱ (۷)  $\frac{۱}{۲}$  ۲۵۷ فٹ
- (۸) ... ۲۶ و اینچ (۱۲) ۲۵ (۱۳)  $\frac{۳}{۴}$  ۴ اینچ (۱۴) ایک مکعب سنتی میٹر حجم کا خلا ہے۔ (۱۵)  $\frac{۱}{۴}$  ۴ مکعب اینچ (۱۶) ۲۵ (۱۷)  $\frac{۱}{۱۵}$
- (۱۸)  $\frac{۳}{۱+ب+ج}$  ،  $\frac{ب+ج+۱}{۳}$  ۳۰ پونڈ (۱۹) ۳۰ پونڈ
- (۲۰) ۹۰۰ مکعب اینچ ۱۰ اینچ (۲۱) ۱ -  $\frac{۱}{۲}$  مکعب
- (۲۸)  $\frac{۳۳۳}{۲۲۲}$  (۳۰)  $\frac{۳}{۲}$  ۳

### امثلہ نمبری ۱۱ صفحہ ۱۱۳

- (۱) ۵۰۰۶۵ (۲)  $\frac{۱}{۲}$  مکعب اینچ (۳) ۱۳۵۶۰۵
- (۴) ۴۰۷ : ۶۱۸ (۶) ۶ دوب جائیگا۔ (۷)  $\frac{۱}{۲}$  = ۱
- (۹) نئی گہرائی کی نسبت ابتدائی گہرائی کے ساتھ ۳۹۳۵ : ۳۹۴۸

### امثلہ نمبری ۱۲ صفحہ ۱۲۰

- (۱) ۱۲ - ۱ پونڈ وزن ۲ - ۶ پونڈ وزن (۳) ۳۴۲۹ : ۳۴۳۸۰
- (۴)  $\frac{۵}{۱۹}$  ۹ پونڈ وزن  $\frac{۱۷}{۱۹}$  ۱۷ پونڈ وزن (۵) ۱۸۷۵
- (۶) ۱۵ گرام وزن (۷) ۳ : ۲ (۸) لکڑی کا ٹکڑا
- (۹) ۵ (۱۰) برتن والے ترازو کی سوئی نیچے اتر آئیگی اور جسم والے ترازو کی سوئی اوپر چڑھ جائیگی، دونوں سوئیوں سے جسم کے ہٹائے ہوئے پانی کے وزن کی بالترتیب زیادتی یا کمی تعبیر ہوگی۔

$$(۱۲) ۲ \text{ مکعب اینچ } \frac{۸۴۵}{۱۴۲۸} \text{ پونڈ وزن}$$

$$(۱۳) \frac{۲۱}{۲۲} - ۷ \text{ پونڈ وزن } ۵۶ \text{ پونڈ وزن}$$

امثلہ نمبری ۱۳ صفحہ ۱۲۵

$$(۱) ۹۰ \text{ گرام وزن} \quad (۳) ۵ \text{ پونڈ وزن}$$

$$(۴) ۵۸۰۰۰۰ \text{ اگرام} \quad (۵) \frac{۲۴}{۳۳} ۱۱ \text{ اونس وزن}$$

$$(۶) \frac{۳}{۲۸} \text{ ج} \quad (۷) \frac{۲۴}{۳۲}$$

امثلہ نمبری ۱۵ صفحہ ۱۳۳

$$(۴) ۱ - \frac{۱}{۲} \text{ ر } ۲۷ - ۲ - \text{ر جہاں ر مشترک قاعدہ کا نصف قطر ہے}$$

امثلہ نمبری ۱۶ صفحہ ۱۳۹

$$(۳) \frac{۱}{۸} \quad \frac{۱}{۴} \quad (۱۰) \frac{(ک-ک) (ک-ک)}{(ک-ک) (ک-ک)} \text{ ف فاصلہ اوپر اٹھ آتا ہے}$$

$$(۱۴) \frac{ک+ک}{ک+ک} ، \frac{ک+ک}{ک+ک} ، \frac{ک+ک}{ک+ک} \quad (۱۹) ۱۸ : ۷$$

$$(۲۰) \frac{۱۱}{۱۴} \quad (۲۲) ۱۲ \text{ بی ک جب } ط (ب+جم ط - ل+جم ط)$$

$$= ۲ ل+جم ط (۲-جم ط) - ۶ ل+جم ط + ۳ جم ط$$

امثلہ نمبری ۱۷ صفحہ ۱۵۳

$$(۱) ۷۷۵ \text{ ر } (۲) ۷۸۶۲ \text{ تقریباً } (۳) \frac{۹}{۱۳}$$

(۴) ... ۲۵۰.۴۵۸ (۵)  $۶\frac{1}{۴}$

### امثلہ نمبری ۱۸ صفحہ ۱۶۱

(۱) ۱۵۵۲۵ (۲) ۳ (۳)  $۲\frac{۶}{۱۹}$  (۴) ۵۸۹۵  
 (۵)  $\frac{۱۲}{۱۳}$  (۶)  $\frac{۲}{۳}$  (۷)  $\frac{۵}{۹}$  (۸) ۵۸۴۸  
 (۹) ۹۴۱۳ تقریباً (۱۰) ۱۵۸۴۱ (۱۱) ۱۵۶  
 (۱۲) ۹ (۱۳) ۵۸۷ (۱۴) ۵۰ مکعب سنتی میٹر (۱۵) ۳۰ گرام وزن ۲  
 (۱۵) ۵ (۱۶)  $۱\frac{1}{۱۶}$  (۱۷)  $\frac{۴}{۹}$  (۱۸)  $\frac{۵}{۱۲}$  پونڈ سونا اور  
 $۱\frac{۲۹}{۳۴}$  پونڈ چاندی

### امثلہ نمبری ۱۹ صفحہ ۱۷۲

(۱) ۳۵۶ (۲) ۳۵۸۸ اور ۳۵۱ (۳) ۱۵۰۳ (۴)  $۶\frac{۱}{۴}$  پانچ  
 (۵)  $\frac{۴}{۱۲}$  مکعب سنتی میٹر (۶) ... ۱۵۰۹۴۷  
 (۷)  $\frac{۱}{۵۰۱}$  ک جہاں ک بونہ کے مادہ کی کثافت اضافی ہے۔  
 (۸) ۹۰۹ (۹) ۱۳ : ۱۸ (۱۰)  $\frac{۴}{۸}$  اونس  
 (۱۱) ۲۵۵ (۱۲) ۸ (۱۳)  $۲\frac{۱}{۲}$  اونس

### امثلہ نمبری ۲۰ صفحہ ۱۷۹

(۱) ۲۰۵۲ (۲) ۶ پانچ (۳) جس نلی میں تیل ہے اس کے عین  
 پینڈے میں۔ (۴) ۷۱ (۵) ۱۴۵۶ مکعب پانچ (۶)  $\frac{۲}{۳}$  سنتی میٹر

### امثلہ نمبری ۲۶ صفحہ ۲۶۵

- (۱) ارتفاع ۳۷ سے ۳۱.۵ تک بدلتا ہے۔  
 (۲) ۴۲ فٹ ۱ اینچ (۳) ۳۳ فٹ ۲ اینچ (۴) ۸۰  
 (۵) پینچ جائیگا۔ (۶) ۲ فٹ ۳۲ - ۱۶ = ۱۶ ۳۷ = ۹۵ فٹ تقریباً  
 (۷)  $\frac{۵}{۸} \times ۸۶۸۰$  پونڈ وزن (۸)  $\frac{۵}{۱۲} \times ۲۶۰$  پونڈ وزن  
 (۹)  $\frac{۵}{۸} \times ۶۲۵$  پونڈ وزن  $\frac{۵}{۸} \times ۳۱۲۵$  پونڈ وزن  
 (۱۰) ۴۰ ج ل ۴ ب ل دفعات ۱۲۸ اور ۱۳۰ کے طریق کتابت کی رُو سے  
 (۱۱) ۴۰ کلوگرام وزن ۶۰۰ کلوگرام وزن  
 (۱۲) ۲ فٹ  
 (۱۳) پانی اوپر کے نل میں نہیں آسکیگا  $\frac{۱}{۲}$  ۲۵ فٹ

### امثلہ نمبری ۲۷ صفحہ ۲۸۲

- (۱) ۱ : ۳ (۲) دباؤ ۹ : ۱۰ کی نسبت میں ہیں  
 (۳) آخری دباؤ کی نسبت ابتدائی دباؤ کے ساتھ ۱۰ : ۱۱ ہے جو تقریباً ۱ : ۱ کے مساوی ہے  
 (۴) ۸ - ۲ (۵) ۵ - ۱ (۶) ۴ (۷) ۸ - ۴  
 (۸) ۳۷ اور ۳۸ کے درمیان (۹) ۲۰ (۱۰) ۲۰ (۱۱) ۲۲  
 (۱۲) کرہ ہوائی کی کثافت کی ایک چوتھائی  
 (۱۳)  $\frac{۲۲۶۵}{۶۵۶۱}$

### امثلہ نمبری ۲۸ صفحہ ۲۹۰

- (۱) ۳۴ فٹ (۲) ۲۲ فٹ ۸ اینچ

### امثلہ نمبری ۲۹ صفحہ ۳۰۲

$$(۷) ۴:۶:۳$$

$$(۳) \frac{۵}{۲۲} ۱$$

### امثلہ نمبری ۳۰ صفحہ ۳۰۸

$$(۲) \frac{۱گ + ۲ف - ۲گ}{۲(۳گ - ف)} \quad (۳) \frac{۱گ - ۸ف + ۳گ}{۲(۳گ - ۲ف)}$$

$$(۴) \frac{۹}{۲} ۳ ف \quad (۶) \frac{۱}{۲} \frac{ف}{۳گ}$$

### امثلہ نمبری ۳۱ صفحہ ۳۱۲

$$(۲) \frac{۲(لا + لا + ما + ما + ۲ف) (لا + لا)}{۲(لا + لا + ما + ۳ف)}$$

$$(۴) \text{ اس کی گہرائی مرکز کی گہرائی کی } \frac{۵}{۲} \text{ گنی ہے۔}$$

$$(۷) \frac{۳}{۲} \text{ جہاں } ۱ \text{ ایک ضلع کا طول ہے۔}$$

### امثلہ نمبری ۳۲ صفحہ ۳۳۲

$$(۱) \frac{۲۲ج}{۲} (۴) ج ک [ف - \frac{۳}{۲} (ا - ا)] \text{ مرکز سے فاصلہ ماپر}$$

$$(۶) \frac{۲۲ج}{۲} (۱۹) اگر ۱ سہ > ۲ ج تو \frac{۲}{۳} \times \frac{۳}{۲} سہ اگر ۱ سہ < ۲ ج$$

$$\text{تو } \frac{۲}{۳} \times \frac{۳}{۲} سہ - ۲ ج$$

$$(۲۱) \frac{۱}{۲} \sqrt{\frac{۲۲ج}{۲}}$$

### امثلہ نمبری ۳۳ صفحہ ۳۲۹

$$(۱) ۳:۲ \quad (۲) ۵۰۰ \text{ پونڈ فی مربع اینچ}$$





# فہرست اصطلاحات

Absolute temperature	تپش مطلق
Air Pump	ہوا پمپ
Alloy	لموان دھات
Apparent weight	ظاہری وزن
Atmospheric pressure	کرہ ہوائی کا دباؤ
Barrel	نل
Barometer	باریمیا
Bellows	دھونکنی
Boiler	جوش دان
Bulb	جوفہ
Buoy	پیرکوا
Buoyancy	اچھال
Capacity	گنجائش
Cartesian diver	کارٹیزی غواص
Centimetre	سنٹی میٹر
C. G. S. System	سنٹی میٹر گرام ثانیہ نظام (س، گ، ث نظام)
Centre of gravity	مرکز ثقل (ث)
Centre of pressure	دباؤ کا مرکز
Coal gas	کوقلہ گیس

Column of mercury	پارہ کا اسطوانہ
Common } Pump	عام پمپ
Suction }	چوس پمپ
Common Surface	سطح مشترک
Compressibility	بچکنے کی قابلیت
Compression	پچک
Cone	مخروط
Condenser	مکثف
Contraction	سکڑاؤ
Cork	کاک
Correction	تصحیح
Crown glass	کلسی شیشہ
Curved surface	منحنی سطح
Cylinder	اسطوانہ
Density	کثافت
Displacement	ہٹاؤ
Distilled water	کشید کیا ہوا پانی
Diving bell	ظرف غواص
Double cone	دو ہر مخروط
Double barrelled pump	دو بلا پمپ
Dye	ڈاکن
Effective surface	موثر سطح
Equilibrium	توازن
Ether	ایتھر
Faulty Barometer	ناقص بار پیم

Flint glass	سربی شیشہ
Floating bodies	تیرنے والے اجسام
Floating Surface	تیرنے کی سطح
Fluid pressure	سیالی دباؤ
Foot pound System of units	اکائیوں کا فٹ پونڈ نظام
Force pump	د آب پمپ
Fulcrum	نصاب
Friction	رگڑ
Frustum	مخروط ناقص
Gas	گیس
Graduation	درجہ بندی
Gramme	گرام
Heavy liquid	دزن دار مائع
Heterogeneous fluid	غیر متجانس سیال
Homogeneous fluid	متجانس سیال
Hypothetical fluid	فرضی سیال، مثالی سیال
Hydrometer	ماکن پیم
Hydrostatics	علم سکون سیالات
Hydraulic	آبی شکنجہ
Hydrostatic	
	Press
Hydrostatic paradox	سکون سیالات کا مسئلہ غریبہ
Hydrostatic balance	آبی میزان
Ice berg	بچ کا ٹوڈا
Imperfect Vacuum	ناقص خلا

Intensity of gravity	(جاذبہ کا) اشتداد
Intrinsic weight	ذاتی وزن
Ivory	ہاتھی دانت
Kilogramme	کلوگرام
Lamina	پترا
Level	ہمواری
Lever	بیرم
Lifting pump	اٹھاؤ پمپ
Liquid	مانع
Loaded Barometer	بوجھل کیا ہوا بار پیم
Mercury	سیالی بار پیم
Mercury guage	سیالی داب پیم
Metacentre	مرکز مابعد
Millimetre	ملی میٹر
Mixture	آئینہ
Moment	معیار اثر
Naphtha	نفتہ
Nozzle	ٹونٹی
Oak	شاہ بلوت
Olive oil	زیتون کا تیل
Paraboloid of revolution	گردشی مکانی نا
Parallelopiped	متوازی السطوح
Perfect Fluid	سیال کامل
Piston	فتنارہ
Plate	تختی

Plug	ڈاٹ
Poplar	چنار
Poundal	پونڈل
Principle of work	کام کا اصول
Quartz	چقماق
Receiver	قابلہ
Reservoir	حوض
Resultant thrust	حاصل مجموعی دباؤ
Resultant	حاصل انتصابی دباؤ
Vertical thrust	
Rigid body	استوار جسم
Rotating liquids	گھومنے والے مائع
Safety valve	محافظ کھلمند
Shape	شکل
Shearing Stress	جڑی زور
Siphon	سیفین
Siphon Barometer	سیفین باریمیا
Size	جسامت - قاسم - ناپ
Slant Side of a Cone	مخروط کی سطح مائل
Solids	مجسمات
Solution	محلول
Specific gravity	سنگت اضافی
Sphere	کرہ
Spherical	کرہی
Spout	دہانہ

Stability	قیام
Standard temperature	معیاری تپش
Stop cock	روک ڈاٹ
Stroke	ضربہ مار
Syringe	پچکاری
Tangential force	ماسی قوت
Tar	تارکول
Torricellian vacuum	طہسلی کا خلا
Thrust	مجموعی دباؤ
Treacle	شیرہ
Triangular Prism	نشور مثلثی
Tube	نلی
Turpentine	تارپین
U Tube	لانگانیلی
Uniform Pressure	یکساں دباؤ
Vacuum	خلا
Vapour pressure	بخاری دباؤ
Viscous fluid	لزج سیال
Volume	حجم
Water line	خط آبی
Water-tight	آب بند { قنارہ
Air-tight	
Wax	موم
Whole Pressure	کل دباؤ
Zone	منطقہ

# غلطنا

صفحہ سطر	غلط	صحیح	صفحہ سطر	غلط	صحیح
۲۱	۸	ہوا	۱۳۶	۲۱	کرہ کو کسی
۲۷	۱۰	اضافی کثافتیں اور اضافی کثافتیں	۱۳۹	۱۳	کرہ کو
۲۹	۱۹	کثافت اضافی	۱۵۲	۱۲	کرہ کو (۱-۱) (۲-۱)
۳۰	۵	حق	۱۷۰	۱۱	و
۳۰	۱۲	اب چونکہ	۱۷۶	۷	و
۵۶	۱	طبعی	۱۷۷	۱۲	عہ بہ
۸۵	۵	بتانا	۱۷۷	۱۱	میں اس
۱۰۶	۲	کثافت اضافی	۱۹۴	۲۰	قدرتی درجہ
۱۰۷	۶	کثافت اضافی	۲۰۴	۱	متناسب
۱۱۵	۱۷	دیا گیا	۲۵۶	۱۹	بالائی سطح
۱۱۹	۱	کے -۱	۲۷۵	۱۸	بھی
۷	۶	کے -۱	۲۸۷	۱۰	قصر
۱۲۱	۱۲	۲۶۶	۲۹۰	۳	راے
۱۲۶	۷	ڈبوئے	۲۹۰	۱۰	کسی
۱۳۳	۱۸/۱۲	مرکز ثقل	۲۹۱	۹	و
۱۳۹	۱۵	ہے بالعموم	۳۰۵	۱۳	ف: و
		ہے وہ بالعموم	۳۰۶	۵	ف: و



صفحہ سطر	غلط	صحیح	صفحہ سطر	غلط	صحیح
۳۰۶	۱۰	ف +	۲۴۵	۷	ن ل ل
۳۱۴	۲	ف	۲۵۴	۹	ل ج
۳۲۸	۶	قاعدہ	۳۶۷	۵	سہ چہ
۳۳۱	۷	قطر	۳۸۴	۱	۲ =
۳۳۵	۱۰	کے کافی	۳۸۹	۹	۵۱۳۵... ۳۱۴۵...
۳۳۷	۱۵	افقی پر			

صحیح	غلط	۲	۱	صحیح	غلط	۲	۱
۴	۳	۲	۱	۴	۳	۲	۱
۳ -	۲۰	۱۷	۲۷۶	Triump-	Triump-	۵	۱۷۰
شہزادی	شہزادہ	۱	۲۷۷	hatus	htus		
سترھویں	سترھویں	۶	۲۷۸	Epitome	Epitomic	۲۵	۱۹۱
ربط باطنی	ربط باطنی	۱۷	۲۸۱	ہوگی	ہوگی	۱۳	۲۱۳
تناقض	تناقض	۲	۲۸۵	Pleasure	Pheasure	۱۳	۲۱۵
Restora-	Restoriatian	۲۰	۲۹۰	زیر کی می	زیر کی می	۱	۲۱۷
تجدد	تجدد	۱۰	۳۰۱	Cherchery	Cherchery	۱۷	۲۱۸
سے	سے	۲۰	۳۰۵	نہایت	نہایت	۳	۲۲۲
نہیں آتے	نہیں آتے	۲۱	۳۱۱	Instantae	Instantae	۱۱	۲۲۸
x	ے	۱۷	۳۱۶	علم و فن	علم و فن	۱۹	۲۳۹
تشین	شیمین	۷	۳۱۷	ہوتی تھی	ہوتی تھی	۶	۲۴۲
برتاؤ	تیاؤ	۲۵	"	کریں	کرے	۵	۲۴۴
عقل سلیم	عقل سلیم	۲۵	۳۱۹	Essays	Gassaies	۱	۲۴۷
ایگلیکون	ایگلیکون	۱۲	۳۲۲	۱۲۲۲	۱۲۲۲	۸	"
نقص	نقص	۱۹	۳۲۶	Hobbes	Habbes	۱۱	"
Nathaniel	Nathanial	۲۰	۳۲۷	بدایت	بدایت	۱۰	۲۵۲
Calorwel	Calorwell	۲۰	۳۲۷	باوجود	باوجود	۲۵	۲۵۹
سروقت	سروقت	۵	۳۲۸	کے مکالمات	مکالمات	۹	۲۶۲
Ralph	Rolph	"	"	راستے	واسطے	۱۹	۲۶۶
کالونی کی طرح	کالونی کی طرح	۱۷	"	دھکم دھکا	دھکم دھکا	۳	۲۷۱
ہوتی تھی	ہوتی تھی			تقابل	تقابل	۱۷	۲۷۵
Ded Ani-	Dead	۲۳	۳۲۸	Feleon	Tenilon	۱۳	۲۷۶
ma	Anir.			۲ -	۲۰	۱۶	"

صحیح	غلط	۲	۱	صحیح	غلط	۲	۱
Mal	Dermal	۸	۴۱۳	De legibusPhilosophica		۲۴	۳۲۹
Targuin	Torguin	۲۵	۴۱۵	naturae De legibus			
Gerotius	Geotius	۹	۴۱۹	disquistio naturae			
Christian	Bhritian	۱	۴۲۰	philosoph disquise			
Theolog	Theologiacy	۱۸	۴۲۳	ica tio			
تعلیم حاصل کی	تعلیم حاصل کی	۱	۴۲۹	Jorgeuseu Jorgens		۱۵	۴۳۵
مظہریت	اکفورڈ	۸	=	برائیں بنایا برائیں بنایا		۲۲	۴۴۰
Puritanism	Puritanism	=	=	x		۲۰	۴۴۳
ایسکول کلیسا	ایسکول کلیب	۲۰	=	تحفظ ذات	تحفظ ذات	۱۷	۴۵۵
۱۶۹۷ء	۱۶۹۷ء	۲۲	=	وجہ	وجود	=	=
De	De	۲۳	۴۳۱	حدوث	عدوت	۲۴	۴۶۱
Human	Hum	۵	=	آخذ	مواخذہ	۱۹	۴۷۵
زبان	زبان	۱	۴۳۳	Gottfried Gothfried		۱	۴۷۷
اطلاق	اخلاق	۱۲	۴۵۷	اسی	سے	۲	۴۷۹
تاثر	ماثیر	۱۵	۴۵۸	ڈیکارٹ کا	ڈیکارٹ کا	۱۲	۴۸۲
1736	-	۶	۴۵۹	Theodicee Theodicee		۱۸	=
Eighteen	Eighteen or	۷	۴۶۲				
تناقض	تناقض	۵	۴۷۱	بیریل	ایبیریل	۱۳	۴۸۸
Boyle	Beyle	۱۳	۴۷۹	تو یہ بات	تو یہ بات	۲۲	۴۹۷
Rousseu	Rousseau	۵	۴۸۷	لائبنتز	لائبنتز	۴	۴۹۱
اس پر	اس کو	۸	۵۰۷	Principes Princes			۴۰۶
Dialogues	Dologues	۲۲	۵۰۸	ہیں	میں	۲۵	۴۰۹
تاریخ حقیقت کی	تاریخ حقیقت کی	۲۴	=	Liberte Liberta		۷	۴۱۳

صحت	غلط	نہا	۲	۱	صحت	غلط	نہا	۲	۱
۲	۳	۲	۱	۱	۲	۳	۲	۱	۱
مکالمات	مکانات	۳	۵۶۲	Natural	National	۲۲	۵۰۸		
توتوں نے	توتوں سے	۳	۵۶۰	Positiv	Vismposi	۲۵	۵۱۵		
دوسری	دوسری	۱۵	"	ism	tive	"	"		
روسوں نے	رونگو بڑا کام یہ	۱	۵۶۱	تصور ہے	تصورا	۲	۵۲۰		
بڑا کام یہ کیا کہ	کیا کہ جسین جیک	"	"	تعلیم	تعلیم	۱۳	۵۲۳		
اس	روسواس	"	"	Problem	Rohlen	-	۵۲۳		
Encyclo	Encylop	۱۹	۵۶۲	Portalf	Portalit	۳	۵۲۶		
paedia	aedia	"	"	زبانہ	زبانہ	۲۲	۵۲۲		
Rousseau	Rosscau	۱	۵۶۵	1705	1715	۸	۵۲۸		
اس کے	اس سے	۱۰	۵۶۶	De' lesprit	Des liesprit	۱۰	"		
.	ہم	۱۸	۵۸۰	Interpret	Interprela	۹	۵۶۰		
.	.	.	.	ation	tion				